



SECRETARÍA ACADÉMICA

COORDINACIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

*“Medicación del lápiz y el papel y el software Fathom en el aprendizaje de la interpretación de gráficas estadísticas en la secundaria”*

Tesis que para obtener el Grado de  
**Maestro(a) en Desarrollo Educativo**  
Presenta

**Marlem Iseutl Ruiz Medina**

Director de Tesis: **Verónica Hoyos Aguilar**

AGRADEZCO A MI MADRE Y A MI HERMANO POR EL APOYO INCONDICIONAL; ESPECIALMENTE POR LAS PALABRAS DE ALIENTO, LOS SACRIFICIOS Y LA COMPRENSIÓN QUE ME OTORGARON, LAS CUALES ME AYUDARON A CONCLUIR SATISFACTORIAMENTE MIS ESTUDIOS DE MAESTRIA.

# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I</b> <b>ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	
<b>1.1. LA ESTADÍSTICA EN LA ESCUELA SECUNDARIA</b>	<b>5</b>
<b>1.1.1. La estadística en el Plan y Programas de Estudio de Educación     Básica. Secundaria. 2006</b>	<b>6</b>
<b>1.1.2. La estadística en el libro Principios y Estándares para la     Educación Matemática</b>	<b>11</b>
<b>1.2. INVESTIGACIONES RECIENTES SOBRE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD</b>	<b>14</b>
<b>1.2.1. Resumen de algunas investigaciones relacionadas con     estadística y probabilidad</b>	<b>14</b>
1.2.1.1. Dificultades en el significado y la comprensión de conceptos estadísticos elementales y de probabilidad	<b>15</b>
1.2.1.2. Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación	<b>17</b>
1.2.1.3. El método de proyectos como estrategia de evaluación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística	<b>19</b>

<b>1.2.2. Resumen de algunos estudios relacionados con el análisis exploratorio de datos y el razonamiento e interpretación de gráficas</b>	<b>21</b>
1.2.2.1. Exploración de los conceptos y significados que utilizan profesores en actividades de resolución de problemas relacionados con el análisis exploratorio de datos.	<b>21</b>
1.2.2.2. ¿Qué enseñar?, ¿estadística descriptiva o análisis exploratorio de datos?	<b>23</b>
1.2.2.3. ¿Cómo interpretan los alumnos de secundaria enunciados matemáticos en la prensa escrita? Un estudio sobre el uso de las cantidades relativas y su representación gráfica	<b>25</b>
1.2.2.4. La comprensión de gráficas de barras e histogramas por estudiantes de secundaria	<b>27</b>
<b>1.3. REVISIÓN DE ALGUNOS ESTUDIOS RELACIONADOS CON LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE FATHOM</b>	<b>29</b>
<b>1.3.1. Descripción general del software Fathom</b>	<b>29</b>
<b>1.3.2. Algunas investigaciones de estadística y probabilidad que utilizan el software FATHOM</b>	<b>29</b>
1.3.2.1. Formas de razonamiento que muestran estudiantes de maestría de matemática educativa sobre la distribución	<b>29</b>

normal mediante problemas de simulación en FATHOM	31
1.3.2.2. Estudio de los conceptos básicos del análisis exploratorio de datos por medio del software dinámico FATHOM.	32
1.3.2.3. El desarrollo de nociones de variabilidad estadística en profesores de secundaria con apoyo de actividades de simulación	33
	35
1.3.2.4. Simular, estimular y comprender el aprendizaje de la estadística usando el Software FATHOM	35
	35
	36
<b>1.4. OBJETIVO, PROPÓSITOS Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN</b>	
1.4.1. Objetivo	37
1.4.2. Propósitos	37
1.4.3. Preguntas de investigación.	40
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>MARCO TEÓRICO</b>	

<b>2.1. ENSEÑANZA APRENDIZAJE EN LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA</b>	<b>42</b>
<b>2.1.1. Nuevas perspectivas en la enseñanza de la estadística</b>	<b>42</b>
<b>2.1.2. Razonamiento estadístico</b>	<b>45</b>
<b>2.2. TEORÍAS QUE EXPLICAN LA COMPRESIÓN E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN REPRESENTADA EN GRÁFICAS ESTADÍSTICAS</b>	<b>46</b>
<b>2.2.1. Teoría de Wild y Pfannkuch que habla sobre el pensamiento estadístico</b>	<b>47</b>
<b>2.2.2. Teoría de Curcio que menciona los distintos niveles en la comprensión de gráficas estadísticas</b>	<b>51</b>
<b>2.2.3. Teoría de Friel, Curcio y Bright que describe las competencias y elementos estructurales relacionados con una gráfica estadístico</b>	<b>53</b>
<b>2.2.4. Teoría de Gerber, Boulton y Bruce que diferencia los siete niveles de comprensión de gráficas</b>	<b>57</b>
<b>2.3. LA INFLUENCIA DE LA TECNOLOGÍA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS</b>	<b>58</b>
<b>2.3.1. La mediación instrumental, la tecnología y las matemáticas.</b>	<b>62</b>
<b>2.3.2. El uso de la computadora en la educación matemática</b>	<b>62</b>

2.3.2.1. El uso de la computadora en la enseñanza de la estadística	63
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>METODOLOGÍA</b>	
3.1. PANORAMA GENERAL	65
3.2. DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO INTERNO Y EXTERNO DE LA ESCUELA	76
3.3. FASES DE LA INVESTIGACIÓN	
3.4. DISEÑO E INSTRUMENTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES QUE SUSTENTAN EL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN	80
3.4.1. Fase 1. Diagnóstico. Lección 1.	90
3.4.2. Fase 2. Recolección de información y elaboración de tablas y gráficas usando lápiz y papel. Lección 2.	
3.4.3. Fase 2. Realización colectiva de un experimento aleatorio y procesamiento de los resultados usando lápiz y papel. Lección 3.	93
3.4.4. Fase 3. Realización de tablas y gráficas usando el software FATHOM. Lección 3.	95
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS</b>	
4.1. NIVELES DE INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN Y GRÁFICAS ESTADÍSTICAS CONSIDERADOS PARA EL ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS	105

<b>4.2. ANÁLISIS DE CADA UNA DE LAS FASES DE LA INVESTIGACIÓN</b>	<b>109</b>
<b>4.2.1. Fase 1. Diagnóstico. Análisis de cada una de las respuestas de las hojas de trabajo correspondientes a la lección: Información y variabilidad</b>	<b>111</b>
4.2.1.1. Análisis de la interpretación de información de las gráficas estadísticas realizadas en la Fase 1	111
4.2.1.2. Conclusiones de la Fase 1	116
<b>4.2.2. Fase 2. Actividades usando Lápiz y Papel. Análisis de cada una de las respuestas de las hojas de trabajo y las láminas realizadas por los estudiantes, correspondientes a la lección: Razonar información</b>	<b>127</b>
4.2.2.1. Razonar información	131
4.2.2.2. Experimentos al azar	144
4.2.2.3. Conclusiones de la Fase 2	147
<b>4.2.3. Fase 3. Actividades usando el Software FATHOM. Análisis de cada una de las respuestas de las hojas de trabajo correspondientes a la lección: Experimentos al azar.</b>	<b>149</b>
4.2.3.1. Conclusiones de la Fase 3	157
<b>4.3. COMPARACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA FASE I, II y III.</b>	



**CONCLUSIONES**

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

**ANEXOS**

# INTRODUCCIÓN

En la presente investigación se muestran los resultados de un estudio exploratorio iniciado en julio de 2009 y finalizado en diciembre de ese mismo año. El propósito del trabajo fue conocer los distintos niveles de interpretación que tienen alumnos de segundo grado de secundaria de la información representada en gráficas estadísticas a través de la mediación del lápiz y papel y del software Fathom.

En el estudio participaron 30 alumnos de segundo grado de secundaria de una escuela pública del Distrito Federal. Esta investigación se estructuró en tres fases: En la primera fase, llamada *diagnóstico*, los estudiantes trabajaron la Lección 1: “Información y variabilidad”. Con esta Lección se evaluaron los conocimientos previos de los alumnos sobre interpretación de gráficas estadísticas. Además, conocimos en qué nivel de interpretación de gráficas se encontraban hasta ese momento. En la segunda fase, *Usando lápiz y papel*, los alumnos trabajaron las Lecciones 2 y 3: “Razonar información” y “Experimento al azar”. En esta fase los alumnos utilizaron únicamente las herramientas lápiz y papel pues el objetivo era introducirlos paulatinamente en la interpretación de gráficas. Se detectaron también los niveles de interpretación alcanzados. En la tercera fase, *Utilizando el software Fathom*, los alumnos emplearon este software para realizar las actividades correspondientes a la Lección 3: “Experimento al azar”. El objetivo de esta fase fue que los jóvenes mejoraran en sus interpretaciones de los datos representados en una gráfica. Fueron analizados los comentarios de los estudiantes y se identificaron los niveles a los que llegaron al interpretar una gráfica estadística.

Los instrumentos que se utilizaron para recabar la información fueron hojas de trabajo para cada una de las actividades, contestadas tanto individualmente como en equipos. Acudimos también a otras dinámicas, como las láminas hechas por los alumnos, videos de las sesiones de trabajo y archivos de las actividades realizadas por los educandos al usar el software Fathom. Vale la pena mencionar que la mayoría de

las sesiones se levó a cabo en el salón de clases y algunas otras en la sala de red escolar en donde se utilizó el software Fathom.

A continuación se menciona una breve descripción de cada uno de los capítulos que forman parte de este trabajo.

En el Capítulo I presentamos un resumen de algunas investigaciones que estudian la interpretación de la información representada en gráficas estadísticas con alumnos de nivel básico, medio y superior. También se revisaron los documentos oficiales vigentes de educación secundaria: *Plan y Programas de Estudio* (2006) y el libro *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (2000); así como algunos trabajos de maestría sobre interpretación de gráficas realizados en diferentes universidades nacionales y de otros países. En la revisión de cada uno de ellos, de manera sucinta, son mencionados los objetivos, las características y las conclusiones de importancia para esta tesis. También dentro de este capítulo se revisaron algunos documentos que tratan la utilización del software Fathom. Exponemos en qué consiste y cuáles son las investigaciones más recientes que se relacionan con la utilización de este software en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística. Es importante destacar que al final de este capítulo se encuentra el objetivo, los propósitos y las preguntas de investigación del presente trabajo.

En el Capítulo II exponemos el marco teórico. En éste se presentan las nuevas perspectivas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la estadística. Se describen, así mismo, las principales teorías que abordan la interpretación de gráficas. Se hace referencia a la teoría de Wild y Pfannkuch (1999), en la cual se analizan los procesos mentales involucrados en la solución de problemas estadísticos. Mostramos, de igual forma, la teoría que estudia los distintos niveles en la comprensión de gráficas estadísticas de Curcio (1987), en la que se describen cuatro niveles distintos de comprensión de gráficas estadísticas. El lector conocerá, en este apartado, la Teoría que describe las competencias y elementos estructurales relacionados con un gráfico estadístico de Friel, Curcio y Bright (2001); en este estudio los autores identifican los elementos estructurales de un gráfico estadístico. Finalmente, es presentada la Teoría de Gerber, Boulton y Bruce (2001) que diferencia siete niveles de comprensión de gráficos. También se menciona la influencia de la tecnología en el aprendizaje de las

matemáticas, principalmente en la estadística. Se mencionan algunos estudios relacionados con la utilización de la tecnología en el aula, los distintos recursos tecnológicos. El concepto de mediación de Mariatti (2009) también es desarrollado, de igual forma que el tema de la incorporación de la computadora como instrumento en la enseñanza de las matemáticas.

En el Capítulo III se hace una descripción de la metodología que se uso en esta investigación. Se menciona el contexto interno y externo de la escuela, el tipo de alumnos a quienes se realizó el estudio y la manera en que se llevó a cabo la secuencia de trabajo. La secuencia de trabajo incluyó tres fases: (1) diagnóstico, (2) uso de lápiz y papel, y (3) uso del software Fathom. En cada una de las fases se describen las lecciones utilizadas, sus objetivos y propósitos, sus características y descripción. También presentamos los instrumentos que sirvieron para la recolección de datos: Hojas de trabajo, láminas y los archivos que realizaron los alumnos al usar Fathom.

En el Capítulo IV se presentan los resultados de los datos. Se analizó cada una de las respuestas que los alumnos dieron a las Hojas de Trabajo de las lecciones y las tablas, gráficas y comentarios que elaboraron. Al concluir cada una de las fases, se presentan los distintos niveles alcanzados por los estudiantes en cuanto a la interpretación de gráficas.

Finalmente se muestran las conclusiones a las que se llegó al término del estudio exploratorio. En particular se dan a conocer los distintos niveles alcanzados por los estudiantes, en relación a la interpretación de gráficas estadísticas en cada una de las Fases. Como parte de las conclusiones también se evaluó la secuencia didáctica utilizada, comparando los resultados de cada una de las Fases. Además fue incorporado a este estudio el impacto pragmático que tuvo el software Fathom en los estudiantes al interpretar la información representada en graficas, así como el posible uso epistemológico que en un futuro se le puede dar a este software.

Por último, se incluyen también la bibliografía consultada para elaborar este trabajo y dos Anexos. El Anexo I muestra la guía de trabajo para usar FATHOM y el

Anexo II presenta las gráficas y tablas que realizaron los estudiantes en pliegos de papel bond, mismas que fueron reducidas a tamaño carta para facilitar su presentación en este trabajo.

Cabe señalar que para el análisis de datos y de resultados de este estudio se consideraron las siguientes investigaciones. Libro de Garfield y Zvi (2008), "Developing Students' Statistical Reasoning". De este texto se recuperaron, como hemos mencionado, las 3 primeras Lecciones del capítulo 6, lo que permitió estructurar la secuencia didáctica implementada en este trabajo. Artículo de Gerber, Boulton y Bruce (2001), "Children's understanding of graphic representation of quantitative data.", del cual se rescataron los siete niveles de interpretaciones de gráficas, permitiendo así, analizar y categorizar los resultados obtenidos. Finalmente la tesis de Raúl Monroy Santana (2008). "La comprensión de gráficas de barras e histogramas por estudiantes de secundaria". Esta investigación marcó la pauta para el desarrollo de este trabajo al abordar también la interpretación de gráficas. Es importante señalar que Monroy, (2008) enumera las dificultades que tienen los estudiantes de secundaria en la comprensión de gráficas estadísticas, mientras que en la presente investigación se dan a conocer los distintos niveles a los que llegaron los estudiantes, a través de la mediación del lápiz y papel y del software Fathom, al interpretar una gráfica. Cada uno de los trabajos anteriores contribuyó, de una u otra forma, a la realización satisfactoria de esta tesis.

Esta tesis aporta información a futuros docentes, a maestros en servicio y a demás personas dedicadas a la educación, al describir la experiencia de enseñar a estudiantes de secundaria cómo interpretar una gráfica estadística mediante la utilización de distintos instrumentos, lápiz y papel y el software Fathom. El trabajo revela, además, los posibles niveles de razonamiento que pueden alcanzar los alumnos con las lecciones propuestas.

# CAPÍTULO I

## ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1. LA ESTADÍSTICA EN LA ESCUELA SECUNDARIA

Como parte fundamental del presente trabajo en este capítulo se revisó el Plan y los Programas de Estudio de Educación Básica –Secundaria- Matemáticas (2006), y el libro *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (2000). Ambos documentos mencionan, de manera particular, el enfoque, los propósitos, la evaluación y el uso de las TIC'S en la asignatura de matemáticas.

La importancia de analizar ambos textos reside en que las lecciones implementadas con los alumnos de secundaria, dentro del aula, fueron retomadas del libro *Desarrollando el pensamiento estadístico de los estudiantes*. (Garfield y Zvi, 2008) Este texto propone una serie de lecciones para que, de manera sencilla y original, los alumnos comprendan y apliquen conocimientos de Estadística. *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (2000), fue uno de los principales documentos en que Garfield y Zvi se basaron para realizar sus investigaciones. Debido a ello se creyó conveniente revisar con detenimiento este libro así como *el Plan y Programas de Estudio de Educación Básica. Secundaria. Matemáticas*, (2006) pues algunas de las lecciones retomadas del libro mencionado, tuvieron que ser modificadas y adaptadas al currículum de México.

### **1.1.1. La estadística en el Plan y Programas de Estudio de Educación Básica. Matemáticas. Secundaria (2006).**

El Plan y Programas de Estudio de Educación Básica. Matemáticas. 2006 fue realizado entre otras cosas para que maestros y directivos con base en los contenidos curriculares que deben impartirse a los alumnos de este nivel diseñen secuencias didácticas o proyectos de trabajo que permitan mejorar el aprendizaje de matemáticas. Este documento además, pretende que los jóvenes, durante los tres años de su formación matemática, respondan a diversas situaciones y problemas de la vida contemporánea con base en sus conocimientos adquiridos y habilidades conseguidas durante la educación básica.

[...] Los niños y jóvenes desarrollarán una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas; al mismo tiempo, se busca que asuman una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina y de colaboración y crítica tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñan como en otros diferentes. (Plan y Programas, 2006: 7)

Para lograr lo anterior es necesario generar, en los salones de clase, un ambiente de trabajo en donde lo alumnos:

[...] formulen y validen conjeturas, se planteen preguntas, utilicen procedimientos propios y adquieran las herramientas y conocimientos matemáticos socialmente establecidos, a la vez que comunican, analizan e interpretan ideas y procedimientos de resolución. (Ibídem)

La metodología didáctica que sustentan los programas para la educación secundaria sugiere que los alumnos deben desarrollar diversas estrategias para resolver problemas; estas estrategias les permitirán, en determinado momento, formular argumentos que los ayuden a validar sus resultados. El sentido principal del enfoque es desarrollar en los estudiantes el razonamiento más que la memorización.

Los contenidos del Plan y Programas están organizados en tres ejes:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico.

2. Forma, espacio y medida.
3. Manejo de la información.

Cada uno de estos ejes busca, de manera particular, generar en los alumnos una nueva forma de ver las distintas ramas de la matemática. Este cambio pretende que la aritmética, la algebra, la geometría, la estadística y la probabilidad formen parte de cada uno de los ejes y se vinculen, no solamente entre ellas sino también con algunas otras disciplinas como la Física. Los contenidos de cada grado están organizados en cinco bloques. Cada uno de los ejes descritos está constituido por temas y subtemas. En el tercer eje “Manejo de la información” se encuentra completado el estudio de la estadística, cuyo significado es muy amplio. “[...] Se ha considerado que la información puede provenir de situaciones deterministas, definidas - por ejemplo, por una función lineal-, o aleatorias, en las que se puede identificar una tendencia a partir de su representación gráfica o tabular.” (Ibídem) El propósito principal de este eje es que los alumnos aprendan a resolver problemas que requieren del análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos que provienen de distintas fuentes. Se intenta, de igual forma, que los alumnos comprendan diversas nociones matemáticas como porcentaje, probabilidad y función.

El tercer eje se divide en dos temas:

- Análisis de la información y representación de la información.

Cada uno de ellos de acuerdo al grado y bloque se divide en subtemas. En las siguientes tablas se especifica por grado, la secuencia y organización de los contenidos en el Plan y Programas (2006).



Primer Grado de Secundaria. Matemáticas.				
Eje	Bloque	Temas	Subtemas	Contenido
Manejo de la información	1	A.I.	Relaciones de proporcionalidad	Proporcionalidad directa
		R.I.	Diagramas y tablas	Problemas de conteo, diagramas de árbol y arreglos rectangulares.
	2	A.I.	Relaciones de proporcionalidad	Proporcionalidad directa usando operadores fraccionarios o decimales
		R.I.	----- -----	----- -----
	3	A.I.	Relaciones de proporcionalidad	Problemas del tipo de valor faltante utilizando procedimientos expertos.
			Nociones de probabilidad	<b>Enumerar los resultados de una experiencia aleatoria.</b>
		R.I.	Diagramas y tablas	<b>Construcción de tablas de frecuencia absoluta y relativa</b>
			Gráficas	<b>Interpretación de graficas de barras y circulares.</b>
	4	A.I.	----- -----	----- -----
		R. I.	Gráficas	Características de una grafica de proporcionalidad.
	5	A.I.	Nociones de probabilidad	Resultados equiprobables y no equiprobables
			Relaciones de proporcionalidad	Proporcionalidad inversa
		R.I.	Medidas de tendencia central y dispersión	Comparar de dos o más conjuntos a partir de las medidas de tendencia central.

Fig. 1.1. Muestra los contenidos de primer grado de secundaria contemplados en el tercer eje del Plan y Programas de estudio (2006).

Segundo grado de secundaria. Matemáticas.				
Eje	Bloque	Temas	Subtemas	Contenido
Manejo de la información	1	A.I.	Relaciones de proporcionalidad	Determinar el factor inverso de una relación de proporcionalidad.
		R.I.	Diagramas y tablas	Anticipar resultados en problemas de conteo.
			Gráficas	<b>Interpretar y comunicar información mediante polígonos de frecuencia.</b>
	2	A.I.	Relaciones de proporcionalidad	Resolver problemas de comparación de razones con base en la noción de equivalencia
		R.I.	Medidas de tendencia central y dispersión	Interpretar y calcular las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados.
	3	A.I.	----- -----	----- -----
		R.I.	Gráficas	<b>Construir, interpretar y analizar gráficas de relaciones lineales.</b>
	4	A.I.	Noción de probabilidad	<b>Distinguir diversas situaciones de azar, calcular la probabilidad de eventos independientes.</b>
		R. I.	Gráficas	<b>Interpretar y utilizar dos o más graficas lineales, para tener información más completa y tomar decisiones</b>
	5	A.I.	Nociones de probabilidad	Distinguir los eventos que son mutuamente excluyentes.
R.I.		Gráficas	Representar gráficamente sistemas de ecuaciones lineales.	

Fig. 1.2. Muestra los contenidos de segundo grado de secundaria contemplados en el tercer eje del Plan y Programas de estudio (2006).

Tercer grado de Secundaria. Matemáticas.				
Eje	Bloque	Temas	Subtemas	Conocimientos y habilidades
Manejo de la información	1	R.I.	Gráficas	Analizar la razón de cambio en una función lineal
	2	A.I.	Porcentajes	Interpretar y utilizar índices para explicar diversas situaciones.
			Noción de probabilidad	Utilizar la simulación en situaciones probabilísticas
	3	A.I.	----- -----	----- -----
		R.I.	Gráficas	<b>Interpretar, construir y analizar gráficas de funciones no lineales.</b>
	4	A.I.	----- -----	----- -----
		R. I.	Gráficas	<b>Comparar las representaciones graficas de crecimiento aritmético o líneal y geométrico o exponencial.</b>
	5	A.I.	----- -----	----- -----
		R.I.	Medidas de tendencia central o dispersión	Interpretar, elaborar y utilizar gráficas de caja de brazos para analizar una distribución a partir de la mediana o de la media de dos o más poblaciones.

Fig. 1.3. Muestra los contenidos de tercer grado de secundaria contemplados en el tercer eje del Plan y Programas de estudio (2006).

Leyenda: A.I. = Análisis de la Información  
R.I. = Representación de la Información

Para resaltar la importancia de este estudio, en cada una de las Figuras 1.1, 1.2 y 1.3 se sombrearon los bloques que tienen relación con nuestro tema de investigación. Se observa en cada una de las tablas que en los tres grados, los conocimientos que se estudian en el tercer eje tienen relación con la interpretación de información y gráficas

estadísticas; puede apreciarse igualmente que existe un énfasis mayor en segundo grado que fue el seleccionado para llevar a cabo esta investigación.

### **1.1.2. La estadística en el libro Principios y Estándares para la Educación Matemática.**

El libro *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (2000) fue realizado y avalado por la Federación Norteamericana de Sociedades de Profesores de Matemáticas, organización comprometida con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Principios y Estándares de la Educación Matemática* es un recurso y una guía para docentes en servicio, investigadores y matemáticos interesados en la enseñanza de las matemáticas desde el nivel preescolar hasta la educación media superior. El objetivo de este texto es lograr que los estudiantes usen las matemáticas en la vida diaria y en el trabajo. Algunas de dichos objetivos son:

Matemáticas para la vida. Saber matemáticas puede ser satisfactorio o estimulante. La vida diaria requiere cada vez más conocimientos matemáticos y tecnológicos. Por ejemplo tomar decisiones sobre compras, seguros, planes de pensiones y votar con conocimiento requiere cierta complejidad cuantitativa.

Matemáticas como parte de la herencia cultural. Las matemáticas constituyen uno de los mayores logros culturales e intelectuales de la humanidad, y los ciudadanos deberían apreciar y entender tales logros, incluyendo sus aspectos estéticos y recreativos.

Matemáticas para el trabajo. Así como han aumentado drásticamente el nivel de los conocimientos matemáticos que necesita un ciudadano inteligente, también han crecido el de pensamiento matemático y el de resolución de problemas requeridos en el trabajo, en actividades que van desde el cuidado de la salud hasta el diseño gráfico.

Matemáticas para la comunidad científica y técnica. Aunque todas las profesiones requieren una base de conocimientos matemáticos, en algunas es imprescindible. Cada vez más estudiantes tienen que seguir una vía educativa que les prepare para trabajar durante toda su vida como matemáticos, estadísticos, ingenieros o científicos. (NCTM, 2000:4)

El propósito general del libro citado es

[...] ofrecer a los profesores, diseñadores de currículos y a todos los responsables de establecer marcos curriculares, una forma de enfocar los contenidos que destaque la

idea de continuidad. Los programas de matemáticas no deberían agotar los temas cada año. Por el contrario, los estudiantes irán alcanzando ciertos niveles de comprensión conceptual y de fluidez en los procesos, en determinados aspectos del currículum. (Ibídem, 2000)

El documento se encuentra organizado, para los propósitos citados, de la siguiente manera:

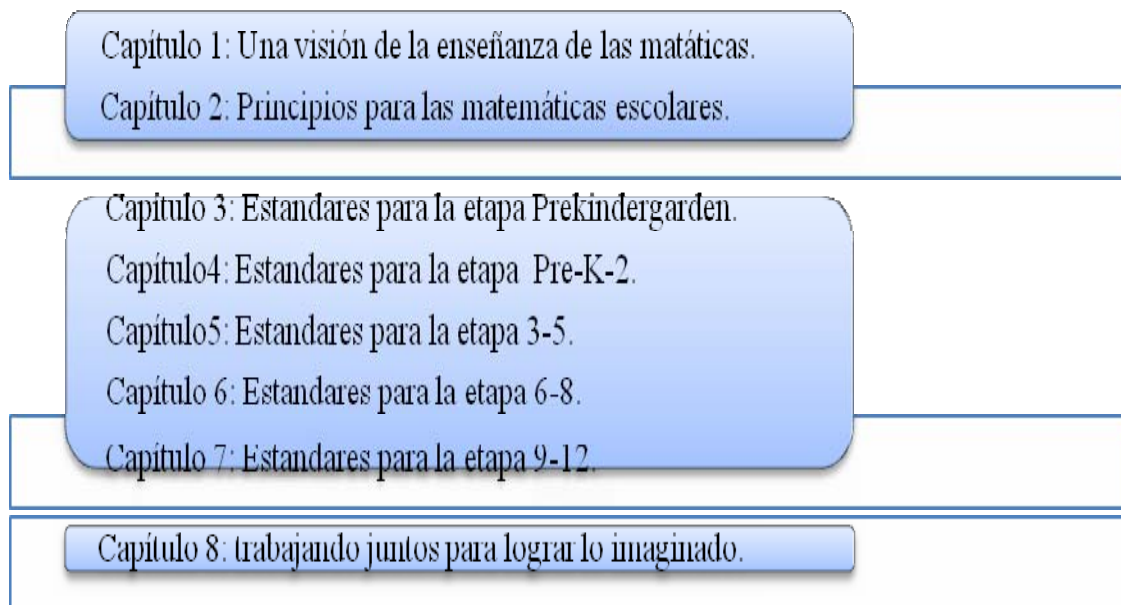


Fig. 1.4. Estructura del libro Principios y Estándares para la Educación Matemática.

En la Figura 1.4 podemos observar que en los capítulos 3 - 7 se describen cuáles son, de acuerdo a la etapa en la que se encuentran los estudiantes, los estándares curriculares para la enseñanza de las matemáticas. En estos capítulos se describen los objetivos que se derivan de cada uno de los contenidos matemáticos que se presentan: Números y sus Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida, Análisis de Datos y Probabilidad, Resolución de Problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación.

Con base en lo anterior, si establecemos una comparación con el currículum de México, encontramos que la etapa de 6–8 corresponde a estudiantes que cursan secundaria y que el tema de estadística se encuentra ubicado en el contenido “Análisis

de Datos y Probabilidad”. Mencionamos las características de este contenido para la etapa de 6–8.

ETAPA 6-8. ANÁLISIS DE LOS DATOS Y PROBABILIDAD	
OBJETIVOS	EXPECTATIVAS
Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formular preguntas, diseñar estudios y recoger datos sobre una característica compartida por dos poblaciones, o sobre diferentes características de una misma población.</li> <li>• Seleccionar, crear y utilizar representaciones gráficas apropiadas de datos incluyendo histogramas, gráficos de caja y nubes de puntos.</li> </ul>
Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hallar, utilizar e interpretar medidas de centralización y de dispersión, incluyendo la media y el rango intercuartílico.</li> <li>• Discutir y comprender la correspondencia entre conjuntos de datos y sus representaciones gráficas especialmente con los histogramas, los gráficos tallos-hojas, los gráficos de caja y las nubes de puntos.</li> </ul>
Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar observaciones relativas a las diferencias entre dos o más muestras, para formular conjeturas sobre las poblaciones de las que se han extraído.</li> <li>• Formular conjeturas sobre las posibles relaciones entre dos características de una muestra, a partir de nubes de puntos de los datos y líneas de ajuste aproximadas.</li> <li>• Utilizar las conjeturas para formular nuevas preguntas y programar nuevos estudios para contestarlas.</li> </ul>
Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprender y utilizar la terminología apropiada para describir sucesos complementarios y mutuamente excluyentes.</li> <li>• Utilizar la proporcionalidad y una comprensión básica de la probabilidad para formular y comprobar conjeturas sobre los resultados de experimentos y simulaciones.</li> <li>• <b>Calcular probabilidades de sucesos compuestos sencillos, utilizando métodos como listas organizadas, diagramas de árbol y modelos de área.</b></li> </ul>

Fig. 1.5. Objetivos y expectativas que corresponden a la etapa de 6-8.

Podemos observar que en la Fig. 1.5 los objetivos y expectativas relacionadas con nuestro tema de tesis, se encuentra en negritas, al contrastar estos objetivos con los temas, subtemas y conocimientos que se sombrearon en el eje *Manejo de la información*, en las Fig. 1.1, 1.2 y 1.3 correspondientes al Plan y Programas (2006), notamos que en ambos documentos se le da importancia a temas relacionados con la

interpretación de información y gráficas estadísticas a partir de la formulación de preguntas, recogida de datos, así como en el diseño e interpretación y construcción de gráficos.

Finalmente, retomando el contenido del eje *Manejo de la información* y el tema “Análisis de Datos y Probabilidad”, observamos que tanto en el *Plan y Programas de Estudio de Educación Básica. Secundaria. Matemáticas* (2006) como en *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (2000), se halla el mismo objetivo: al concluir la etapa o grado escolar en el que se encuentren los estudiantes, estos deben obtener conocimientos de estadística y probabilidad que les permitan generar aportaciones y/o comentarios sobre un experimento o caso de estudio.

## **1.2. INVESTIGACIONES RECIENTES SOBRE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD**

### **1.2.1. Resumen de algunas investigaciones relacionadas con estadística y probabilidad.**

En este apartado se describen, brevemente, los objetivos, características y conclusiones de varios estudios sobre estadística y probabilidad. En primer lugar se retoman investigaciones realizadas con alumnos de nivel superior; se trata de trabajos que exponen la importancia de la comprensión de conceptos estadísticos y probabilísticos; otros tratan aspectos importantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de estas dos ramas de la matemática. En segundo lugar se mencionan algunas investigaciones que hablan sobre el análisis exploratorio de datos y el razonamiento de gráficas estadísticas en contextos escolares que involucran a profesores en servicio y docentes en formación; así como a alumnos de secundaria.

### 1.2.1.1. *Dificultades en el significado y la comprensión de conceptos estadísticos elementales y de probabilidad.*

La investigación fue realizada por la Dra. María Inés Rodríguez en el año de 2006, en la Universidad Nacional de Río Cuarto, en la Provincia de Córdoba Argentina. El objetivo de su investigación fue presentarle a los docentes una serie de actividades que permitieran identificar el razonamiento estocástico<sup>1</sup> que tienen los estudiantes. La investigadora analiza trabajos de Eisenbach (1994), Russell y Mokros (1991), Vallecillos (2000) entre otros. Rodríguez encontró que estos autores mencionaban la dificultad que tienen los estudiantes para entender conceptos básicos de estadística y probabilidad. A partir de lo anterior surgió su interés por analizar los errores y conflictos que tienen los estudiantes al resolver situaciones que tienen que ver con la estadística y la probabilidad. Cabe destacar que para llevar a cabo la simulación de algunos ejercicios o problemas relacionados con probabilidad, se auxilió del software Simpuc. En su estudio consideró importante la utilización de la tecnología en el aula. Señaló que “con el desarrollo espectacular de la informática en la segunda mitad del siglo XX y la posibilidad de manejar rápidamente grandes masas de datos, se produjo, por un lado, una reacción ante tanta matematización, y por otro, disminuyó la importancia de los estudios muestrales.” (Rodríguez, 2006:18) Con base en lo anterior, podemos decir que hoy en día la computadora es una herramienta que facilita la comprensión de conceptos básicos de estadística.

Rodríguez, para sustentar su trabajo de investigación realizó entrevistas a profesores en servicio, quienes mencionaron, con base en su experiencia profesional, las principales dificultades que tenían al enseñar estadística. A partir de estas declaraciones la investigadora halló cinco razones por las cuales la enseñanza de la estadística puede representar un reto para los docentes:

---

<sup>1</sup> Susana Frisancho, (2007) menciona que dentro de las teorías acerca del razonamiento humano, el razonamiento probabilístico o estocástico es considerado un tipo de razonamiento que se apoya en los modelos de la teoría de probabilidades. La probabilidad es un concepto matemático que tiene que ver con las leyes del azar: es la frecuencia esperada o teórica cuando entran en función las leyes de la causalidad.



- 1) Una primera dificultad proviene de los cambios progresivos que la estadística está experimentando en nuestros días, tanto desde el punto de vista de su contenido, como por el incremento en las demandas de formación. Estamos caminando hacia una sociedad cada vez más informatizada y una comprensión de las técnicas básicas de análisis de datos y de su interpretación es cada día más importante. Al mismo tiempo, la estadística como ciencia, está en un periodo de notable expansión, siendo cada vez más numerosos los procedimientos estadísticos disponibles, alejándose cada vez más de la matemática pura y convirtiéndose en una ciencia de los datos.
- 2) A pesar de su fuerte crecimiento en los últimos años, el número de investigaciones sobre la didáctica de la estadística es aún muy escaso, en comparación con las existentes en otras ramas de las matemáticas. Por ello, no se conocen aún cuáles son las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes. Sería también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas.
- 3) La misma naturaleza del tema es muy diferente de la cultura determinista tradicional en clase de matemáticas. Un indicador de ello es que aún hoy día prosiguen las controversias filosóficas sobre la interpretación y aplicación de conceptos tan básicos como los de probabilidad, aleatoriedad, independencia o contraste de hipótesis, mientras que estas controversias no existen en álgebra o geometría.
- 4) Además, mientras que el material concreto ofrece un apoyo al aprendizaje de las operaciones básicas en aritmética o de los conceptos geométricos, el carácter irreversible de los resultados de los experimentos aleatorios dificulta el apoyo de este material concreto. Aunque la simulación es un medio de estudiar los experimentos aleatorios, su misma variabilidad hace que las experiencias realizadas en clase no siempre converjan con suficiente rapidez o no converjan en el sentido esperado. Una repetición de la experiencia, además, no puede servir para comprobar un resultado, cosa que sí ocurre, por ejemplo, con las operaciones aritméticas.

- 5) Un último punto es la naturaleza interdisciplinaria del tema, que hace que los conceptos estadísticos aparezcan en otras materias, como ciencias sociales, biología, geografía, etc., donde los profesores, a veces se ven obligados a enseñar estadística, lo que puede ocasionar conflictos cuando las definiciones o propiedades presentadas de los conceptos no coinciden con las impartidas en la clase de matemáticas. (Rodríguez, 2006:13)

Rodríguez, basada en estas dificultades, investigó cuáles eran las principales asociaciones u organizaciones que, en el campo educativo, realizan estudios sobre estadística. Algunas que captaron su atención son: la *International Association for Statistical Education (IASE)*, la *ASA (American Statistical Association)* AERA (*American Educational Research Association*), *Royal Statistical Society* en Inglaterra, Sociedad Estadística Japonesa, la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, etc. La investigadora descubrió que cada una de estas asociaciones trabajan bajo la premisa: “no podemos quedarnos con la idea de que sólo existe una estadística descriptiva y diferencial puesto que esta división es hoy demasiado simple y han surgido diferentes corrientes dentro de la estadística. Por ejemplo, es común hablar de *análisis de datos*.” (Ibídem: 17) Son estos nuevos parámetros los que toma en cuenta para la estadística propuesta en su investigación, por ello varios ejercicios de estadística y probabilidad involucran el análisis de datos. Finalmente pone a consideración del lector su propuesta pedagógica.

#### 1.2.1.2. *Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación*

La investigación que realizaron Estrada (et. al. 2004) es un estudio de estadística elemental con profesores, en formación, para primaria. Se llevó a cabo con una población de 367 estudiantes. 70% tenía una formación previa en estadística y su edad estaba comprendida entre los 20 y 21 años.

En este estudio las autoras mencionan que en la mayoría de los países desarrollados el aprendizaje de la estadística a nivel primaria es esencial, “[...] las

futuras generaciones necesitan de conocimientos básicos sobre estadística para poder interpretar algunos acontecimientos de la vida moderna, estas ideas contrastan con la realidad [...]. (Estrada, et al. 2004: 89) De esta manera las investigadoras plantean en el documento que para poder cumplir con esta meta se necesita preparar a los futuros docentes, enseñándoles una nueva forma de ver la estadística.

Por lo general los docentes ven la estadística como una técnica de recopilación y presentación de datos o como un cálculo mecánico de medidas de tendencia central y de dispersión; es decir, la consideran una aplicación rutinaria de fórmulas y no como una herramienta de trabajo multidisciplinar, indispensable en su vida académica y profesional. (Ibídem: 90)

Las autoras consideran que los docentes además de tener estas concepciones sobre estadística, que indudablemente dificultan la enseñanza, tampoco se dan cuenta de los errores que tienen al explicarla, dificultando, así el aprendizaje de esta rama de las matemáticas.

En esta investigación recurren a Batanero (2004); mencionan que parte de las dificultades que tiene un profesor al enseñar estadística se debe a que ésta ha evolucionado rápidamente de tal manera que actualmente para enseñarla se ocupan recursos tecnológicos que antes no se usaban.

La metodología de investigación que ocuparon Estrada, Batanero y Fortuny (2004) consistió en la aplicación de nueve cuestionarios, a los docentes en formación, sobre conocimientos básicos de Estadística. Ello les permitió evaluar los conocimientos que hasta al momento los futuros profesores tenían sobre medidas de tendencia central e interpretación de gráficas. Las conclusiones a las que llegaron en su estudio fueron:

- No aprecian el efecto de un valor atípico de la media y no son capaces de discernir cuándo un valor es atípico para un contexto dado, limitándose a aplicar rutinariamente una fórmula sin relacionar con el problema planteado.
- Dan una interpretación cualitativa en vez de una cuantitativa a una probabilidad.

- Dan un planteamiento no probabilístico a uno de probabilidad (“enfoque en un resultado”) interpretando un caso de probabilidad alta como seguro.
- Confusión entre correlación y causalidad.
- No aprecian el tamaño de la muestra en relación con su muestreo.
- Confusiones entre la media mediana y moda. (Ibídem: 108)

Las autoras proponen, en último lugar, que las universidades que preparan a futuros profesores se responsabilicen del conocimiento matemático que reciben sus estudiantes, sugieren que un docente de matemáticas antes de serlo debe poseer los conocimientos matemáticos necesarios para desempeñar correctamente su labor.

#### 1.2.1.3. El método de proyectos como estrategia de evaluación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística.

La investigación titulada: “El método de proyectos como estrategia de evaluación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística” fue publicada en el año 2005, por la Maestra en Ciencias, Marianela Alpízar Vargas egresada del CINVESTAV. Su investigación consiste en presentar una estrategia de evaluación para el tema de estadística, con ésta los estudiantes no sólo demuestran que comprenden los conceptos propios del tema sino que también se enfrentan a situaciones cotidianas; a esta estrategia la nombró el método de proyectos.

En la parte introductoria de dicha investigación la maestra Alpizar (2005) menciona que actualmente la estadística en nuestro país es tratada con seriedad en el nivel medio superior y a nivel universitario, en carreras relacionadas con las ciencias exactas y la ingeniería. Menciona también que dentro de la estadística, el análisis exploratorio de datos tiene gran importancia ya que esta “[...] es la disciplina que

organiza, describe, representa y analiza los datos, toma las representaciones visuales como herramientas para el análisis y, en muchos casos, utiliza la tecnología como instrumento de trabajo.” (Ben-Zvi, 2000: 128)

Alpizar plantea que la estadística ha cobrado importancia debido a que otras ciencias y la sociedad misma se han dado cuenta de que el análisis de información y la toma de decisiones basada en un conjunto de datos es hoy en día una necesidad para poder entender nuestro entorno, de esta manera la enseñanza de la estadística desde niveles básicos debe ser una prioridad.

Después de reconocer que la enseñanza de la estadística es importante para la sociedad, surgieron, en la autora, algunas preguntas relacionadas con la educación estadística:

- ¿Para qué sirve la estadística?
- ¿Cuáles son los contenidos más importantes en el campo para ser enseñados?
- ¿Cuáles son los objetivos que se quieren alcanzar?
- ¿Qué tipo de recursos deben tenerse para lograr un aprendizaje significativo?
- ¿Cuál es la utilidad que el estudiante da a los conocimientos adquiridos en la clase?

Guiada por estas interrogantes menciona que el encargado de dar respuesta a los cuestionamientos anteriores es el profesor, cuyo principal objetivo es que sus estudiantes desarrollen el pensamiento estadístico, organizando datos para después interpretarlos.

Al terminar la instrucción básica, el estudiante debe ser un consumidor inteligente y conocer suficiente acerca del origen de los datos y el tipo de razonamiento utilizado en el análisis de los mismos; ya sea que el individuo los obtenga de manera personal o los tome de alguna fuente en particular. Para ello, se desarrolla en los estudiantes la capacidad para recolectar, organizar, depurar, almacenar y analizar diversos conjuntos de datos. De esta manera, los estudiantes pueden analizar e interpretar hechos cotidianos; como es el caso de estadísticas deportivas, políticas y censos nacionales, entre otros. (Alpizar, 2005: 2)

Así mismo, es señalado que:

Los proyectos ayudan a los estudiantes a aprender estadística y además contribuyen con el incremento de las capacidades de innovación, creatividad y actitud crítica. Durante la elaboración de los proyectos se comprueba la capacidad de los estudiantes tanto para generar ideas, como para interpretar resultados y dar conclusiones. Se recomienda que para tener un mejor aprovechamiento de la enseñanza de la estadística, se desarrollen proyectos en contextos específicos, con datos reales. (Ibídem: 4)

Para la investigadora trabajar con proyectos implica que los estudiantes realicen pequeñas investigaciones de algún tema que les interese. Los estudiantes son los encargados de realizar preguntas relacionadas con el tema a investigar, recolectan los datos, los codifican, organizan, analizan e interpretan. Durante la realización de los proyectos el profesor sólo es el guía y evaluador de los conceptos estadísticos aprendidos por los alumnos. Así, para Alpízar cada uno de los proyectos debe contener procesos de pensamiento, mismos que serán evaluados, en el análisis exploratorio de datos durante el proceso de enseñanza aprendizaje. Estos procesos son: recolección; descripción; organización y reducción; representación, y análisis e interpretación de los datos.

Finalmente este estudio nos sugiere que trabajar con proyectos es un método que les permitirá a los estudiantes aplicar los conceptos aprendidos en contextos reales, lo que derivará en el enriquecimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje.

### **1.2.2. Resumen de algunos estudios relacionados con el análisis exploratorio de datos y el razonamiento e interpretación de gráficas.**

#### **1.2.2.1. *Exploración de los conceptos y significados que utilizan profesores en actividades de resolución de problemas relacionados con el análisis exploratorio de datos***

Este estudio fue presentado por la Maestra Marianela Alpízar Vargas en el año 2005. En la investigación se indagaron y documentaron los conceptos y significados que utilizan los profesores en actividades de resolución de problemas relacionados con el análisis exploratorio de datos. Las preguntas que sirvieron como guía fueron: ¿Cuáles

son las ideas de los profesores acerca de los métodos de recolección de datos: cuestionario, entrevistas y banco de datos? ¿Cuál es el nivel de interpretación de los profesores respecto de algunas medidas de tendencia central, orden y variabilidad, dentro de un contexto determinado? ¿En qué medida el uso del *software* dinámico *Fathom* y la hoja de cálculo *Excel* afectan la construcción e interpretación de las representaciones: gráfica y tabular, utilizadas para la organización y el análisis de datos? ¿Qué tipo de estrategias utilizan los profesores al realizar un proyecto, en el cual deben recolectar, organizar e interpretar los datos?

Alpízar (2005) detalla la participación de trece profesores inscritos en un curso de educación matemática (nivel de Maestría). Los profesores asistieron a siete sesiones de trabajo. Durante las sesiones, los participantes realizaron siete actividades y un proyecto final, trabajos referidos al análisis exploratorio de datos, en los que utilizaron el *software* dinámico *Fathom* y la hoja de cálculo *Excel*. Trabajaron tanto de manera individual o en parejas. Realizaron las actividades con ayuda de la tecnología; debían además entregar un reporte relacionado con los procesos y resultados obtenidos. En cuanto al proyecto final, cada profesor planteó un tema y realizó la recolección, organización y análisis de los datos, para luego entregar un informe del trabajo realizado. Para el análisis de los resultados se consideraron los reportes escritos y los archivos entregados por cada uno de ellos.

En este estudio se analizan aspectos relacionados con los procesos de descripción, organización y reducción, representación y análisis e interpretación de los datos, así como el papel de algunas herramientas tecnológicas en la resolución de problemas relacionados con el análisis exploratorio de los datos.

La conclusión a la que llegó la investigadora es la siguiente:

Los profesores tienden a hacer la descripción de un conjunto de datos, basándose en una sola característica expuesta en una representación, tienden a organizar los datos, agrupándolos por clases y los representan, principalmente, en histogramas; en cuanto a la lectura que hacen de la información desplegada por las representaciones, contestan preguntas donde intervienen los elementos explícitos e implícitos de cada una de ellas. Sin embargo, también se observó que los docentes experimentan dificultades al querer

generalizar un resultado, esto indica que no logran desprenderse del contexto específico del problema para ir más allá de los datos. (Alpizar, 2005: 2)

#### 1.2.2.2. ¿Qué enseñar? ¿Estadística descriptiva o análisis exploratorio de datos?

La investigación fue publicada por el Doctor Santiago Inzunza Cazares en el año de 2006. En su documento discute la pertinencia de un enfoque denominado análisis exploratorio de datos, distinto al enfoque de estadística descriptiva tradicional predominante en la enseñanza. Proporciona fundamentos teóricos y didácticos que hacen factible este enfoque mediante la utilización de herramienta computacional. En este estudio, el autor muestra la diferencia entre estadística descriptiva y el análisis exploratorio de datos. La estadística descriptiva, como su nombre lo indica, se encarga de describir los datos, utilizando para ello, tanto el agrupamiento de los datos a través de tablas o distribuciones de frecuencia, como el cálculo de medidas descriptivas tales como la tendencia central y la dispersión. En la estadística descriptiva se utilizan representaciones gráficas: diagramas de barras, histogramas y polígonos de frecuencia; estos son recursos estadísticos que permiten dar una idea global del comportamiento de los datos. Por su parte en el análisis exploratorio de datos el énfasis se centra en la exploración más que en la descripción de los datos.

La diferencia entre estadística descriptiva y el análisis exploratorio de datos, no radica solamente en las herramientas que se utilizan, como es la invención de nuevas representaciones gráficas y el uso de computadoras, que incluso, podrían ser utilizadas con un enfoque meramente descriptivo. Más bien, el análisis exploratorio de datos es un conjunto de estrategias para el análisis de datos, puede ser una herramienta de utilidad en la generación de hipótesis, conjeturas y preguntas de investigación acerca de los fenómenos de donde los datos fueron obtenidos. (Inzunza, 2006: 25)

Este documento señala la importancia que tiene la utilización de la tecnología en el salón de clases. El autor menciona cuáles son los softwares educativos que pueden ser utilizados en temas de estadística y probabilidad; el más conocido: *EXCEL*, cuya ventaja es su disponibilidad, prácticamente, para cualquier usuario. Sin embargo, para el autor dado que no es propiamente un paquete para hacer análisis estadístico, tiene muchas limitaciones en el manejo de las gráficas. Otra opción que menciona son los paquetes estadísticos profesionales, por ejemplo, *SPSS* y *STATGRAPHICS* que



disponen de una amplia gama de recursos gráficos para el análisis. Una tercera opción es el software *FATHOM* que, a diferencia de los demás, está diseñado para trabajarse con estudiantes por lo que es muy flexible en el uso de representaciones gráficas de los datos. Cabe señalar que para el análisis de la actividad que se describe en el estudio de Inzunza (2006) se utilizó el software Fathom como apoyo para la organización y representación de los datos.

La aplicación del proyecto mencionado se llevó a cabo con dos grupos, uno de secundaria y otro de bachillerato. En ambos se presentó una actividad cuyo contexto es fue un hospital “real”. Se analizaron los datos de 45 pacientes que ingresaron a un hospital después de haber sufrido un ataque al corazón. El estudio se realizó en dos etapas, una en la cual serían observados los datos y otra que involucraría ver entre los datos.

Las conclusiones a las que llegó el investigador fueron:

- El análisis exploratorio de datos facilita el vínculo de la estadística con otras áreas del conocimiento, situación que se promueve en muchos currículos actuales.
- Permite trabajar con datos reales, a través de experimentos, que pueden ser obtenidos de diversas áreas como, la geografía, biología, química o de fuentes como, bases de datos en internet, revistas u periódicos, o incluso diseñando sus propias encuestas sobre asuntos de interés.

El análisis exploratorio de datos, con ayuda de la herramienta computacional, hace posible un análisis de múltiples variables que busca establecer relaciones entre estas variables para conjeturar algunas hipótesis acerca de su relación y el efecto que pueden tener en el fenómeno estudiado.

- El análisis exploratorio de datos, en contexto, permite que los estudiantes aprendan estadística y mejoren su razonamiento en esta área.

1.2.2.3. *¿Cómo interpretan los alumnos de secundaria enunciados matemáticos en la prensa escrita? Un estudio sobre el uso de las cantidades relativas y su representación gráfica.*

Esta investigación fue publicada por Samuel Ríos Martínez, en el año de 2004, para obtener el grado de Maestro en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa en el CINVESTAV. La investigación muestra la relación entre los conocimientos que adquieren los estudiantes de secundaria en la escuela y los conocimientos matemáticos que ellos aplican en contextos prácticos. Este estudio se llevó a cabo con adolescentes de segundo grado de secundaria, de los cuales se eligieron 12 estudiantes quienes poseían, en su mayoría, nociones sobre estadística, además de tratarse de sujetos que habían tenido la oportunidad de leer alguna vez una revista o periódico.

En la investigación se trabajó con el tema de cantidades relativas (porcentajes) por tres motivos:

[...] El primero de ellos es por la amplia aplicación que tienen en diversos contextos sociales (cálculo del IVA en facturas, comparación del salario de una persona con respecto al tiempo, descuentos en servicios para personas de la tercera edad, etc.) el segundo motivo se desprende por las aplicaciones que tienen en las diversas áreas de las matemáticas (principalmente en la aritmética, estadística y en el cálculo diferencial e integral, por mencionar algunas). Por último el tercer y principal motivo del presente estudio es para conocer la interpretación que realizan los alumnos sobre las cantidades relativas en situaciones cotidianas, así como las interpretaciones que efectúan sobre la comprensión y análisis de gráficas, debido a la relación que existe entre las cantidades relativas y su representación. (Ríos, 2004: 3)

En el primer capítulo se describen las cinco actividades que se llevaron a cabo en esta investigación: una dedicada a porcentajes, dos a la construcción de gráficas y dos a la interpretación de gráficas. Las sesiones se desarrollaron a partir de artículos de revistas de divulgación social tales como: la revista del consumidor, el almanaque mundial y artículos de la prensa escrita.

El segundo capítulo vincula el papel que toma la matemática al interpretar una noticia utilizando la prensa en el salón de matemáticas, por medio de investigaciones encaminadas hacia el uso del periódico como un instrumento pedagógico.

En el tercer capítulo se presenta un panorama sobre las cantidades relativas, así como una serie de ejemplos con los que, en situaciones reales, se trabaja dicho contenido. Los ejemplos fueron extraídos de algunas revistas de divulgación y de ciertas investigaciones enfocadas con el tema.

El cuarto capítulo muestra la comparación de las cantidades relativas desde dos contextos: por una parte la manera en que se abordan en el currículum escolar y por otro lado la manera en que se presentan en contextos reales por medio de la prensa escrita. El propósito de la comparación fue mostrar las diferencias que existen al analizar las cantidades relativas del contexto escolar y situacional.

El quinto capítulo trata de los instrumentos metodológicos utilizados en la investigación para llevar a cabo la recogida de datos de campo. Así mismo, fue definido el grupo de sujetos que participó en el estudio y las actividades que se utilizaron en las sesiones de trabajo.

El sexto capítulo muestra el análisis de las interpretaciones de los alumnos en las sesiones de trabajo, así como las entrevistas realizadas a los mismos. Dichas entrevistas posicionaron estrategias no comunes en la enseñanza de las cantidades relativas en el salón de clases.

El resultado de este análisis fue organizado en tres apartados: procedimientos utilizados por los alumnos en la resolución de problemas con cantidades relativas, construcción de gráficas e interpretación de gráficas.

#### 1.2.2.4. *La comprensión de gráficas de barras e histogramas por estudiantes de secundaria.*

Se trata de una tesis realizada por Raúl Monroy Santana, en el año de 2008, para obtener el grado de maestro en ciencias, con especialidad en matemática educativa, en el CINVESTAV. El objetivo principal de la investigación fue identificar las principales dificultades que tienen los estudiantes de secundaria para comprender gráficas estadísticas; categorizar estas dificultades y diseñar actividades que realizan los estudiantes a lápiz y papel y usando, también, el software TINKERPLOTS, para que los estudiantes comprendan mejor las gráficas estadísticas.

Monroy (2008) realizó su estudio con estudiantes de secundaria, cuyas edades oscilaban entre los 12 y 15 años de edad. El estudio fue aplicado en cuatro escuelas públicas del Distrito Federal con un total 231 alumnos. Su estudio lo organizó en tres etapas: diagnóstico, diseño-aplicación en lápiz y papel y etapa de aplicación usando el software TINKERPLOTS. En cada una de las etapas se realizaron cuestionarios que debían ser resueltos utilizando tanto lápiz como el software TINKERPLOTS. Fueron realizadas, además, algunas entrevistas sobre inquietudes específicas que el investigador descubría en el mismo proceso de trabajo.

Las conclusiones a las que llegó el investigador fueron resultado del análisis y del comentario de la literatura revisada y de las observaciones del trabajo de campo. En el documento se enumeran las dificultades que tienen los estudiantes de secundaria en la comprensión de gráficas estadísticas con respecto a los procesos de representación y descripción de datos.

##### a) PROCESOS DE REPRESENTACIÓN DE DATOS

- Confunden los ejes.
- No organizan los datos.
- Hacen un conteo incorrecto de las frecuencias de los datos.
- No identifican las unidades de medida de cada eje.

- No utilizan etiquetas para identificar las variables expresadas en la gráfica.
- Omiten las escalas en algunos de los ejes horizontal o vertical o en ambos.
- No especifican el origen de coordenadas.
- No proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes.
- En el caso de histogramas no identifican que los ejes son rectas numéricas y la escala, la emplean únicamente como una etiqueta para cada columna del histograma.

#### b) PROCESO DE DESCRIPCIÓN DE DATOS

- Confunden los ejes.
- No identifican las unidades de medida de cada eje.
- Establecen relaciones icónicas.
- No son capaces de relacionar los ejes.
- No interpretan la gráfica, es decir no son capaces de realizar predicciones e inferencias a partir de los datos.
- La mayoría de los estudiantes se quedan en el nivel elemental, *leer un dato* y cuando deben *leer entre datos* lo que requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas no son capaces de hacerlo. (Monroy, 2008: 99)

Al final del trabajo también se menciona que cada actividad llevada a cabo influyó en el mejoramiento de la comprensión e interpretación de las gráficas, lo que dio por resultado que los estudiantes superaran algunas de las dificultades que se presentan en la organización de datos y en la construcción de graficas. Del mismo modo, el uso del software TINKERPLOTS, en algunas de las actividades, permitió que los estudiantes interpretaran adecuadamente las gráficas, ya que su atención se centró más en el esquema que en la construcción de las gráficas.

### **1.3. REVISIÓN DE ALGUNOS ESTUDIOS RELACIONADOS CON LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE FATHOM.**

#### ***1.3.1. Descripción general del software FATHOM***

FATHOM es un software reciente que tiene un gran potencial para la enseñanza de conceptos estadísticos y probabilísticos mediante simulación. Es dinámico, interactivo y posee múltiples representaciones ligadas entre sí de manera simultánea. FATHOM ha sido diseñado para los niveles que abarcan desde la educación media hasta la superior. Proporciona a los alumnos la posibilidad y la motivación para reunir, explorar y analizar a profundidad los datos. Esto permite la comprensión de conceptos que tienen que ver con la probabilidad y la estadística.

El software FATHOM es una herramienta tecnológica que permite a los alumnos generar colecciones de datos numéricos o categóricos; es posible construir tablas y a partir de éstas, generar gráficas de barras e histogramas y finalmente escribir comentarios o reflexiones acerca de los experimentos. El software requiere que los estudiantes construyan el modelo del experimento que será simulado. Por ser una herramienta cuyo propósito general es facilitar el aprendizaje de conceptos estadísticos y de probabilidad, es sencillo el acceso para los alumnos. Esta sencillez facilita captar el interés del alumno por aprender y al docente le facilita la labor de enseñanza. La desventaja es que aún no se dispone de una versión en español.

#### ***1.3.2. Algunas investigaciones de estadística y probabilidad que utilizan el software FATHOM***

*1.3.2.1. Formas de razonamiento que muestran estudiantes de maestría de matemática educativa sobre la distribución normal mediante problemas de simulación en FATHOM.*

Éste trabajo fue publicado, en el año de 2007, por Greivin Ramírez Arce, Maestro en ciencias del Instituto Tecnológico de Costa Rica. El objetivo del estudio es presentar las formas de razonamiento que muestran estudiantes de Maestría en el tema de

distribución normal, basado en un enfoque Frecuencial. Lo anterior con el interés de tener, con la simulación que se realiza usando el software FATHOM, un desarrollo empírico de la distribución.

El uso del software FATHOM es de vital importancia ya que:

[...] ofrece la oportunidad de abordar el problema, de forma alternativa, pues permite evaluar los procesos subyacentes mediante la manipulación de parámetros y de datos, la simulación en la extracción de muestras, el cambio de ejes en las gráficas y el movimiento de escalas para resolver problemas específicos, extraer conclusiones y generalizar resultados. (Ramírez, 2007: 10)

El autor menciona, sin embargo, que son pocas las investigaciones, en el rubro de la enseñanza, que se han realizado acerca de la simulación de las distribuciones para analizar situaciones estadísticas y/o probabilísticas, por ello su trabajo trata de colaborar en la solución a este problema.

Su investigación la realizó a siete estudiantes de Maestría del CINVESTAV. Uno de los ejes de trabajo fue determinar las formas de razonamiento que tienen los maestrantes, con respecto a la distribución normal. La metodología de su investigación se basa en la implementación de siete actividades (cuestionarios, diagnósticos y hojas de trabajo); en cada una de estas actividades los estudiantes expresaron sus hipótesis, comparaciones, conjeturas y generalizaciones. Cada una de las hojas de trabajo fue contestada con la ayuda del software FATHOM, en ellas debían, entre otras tareas, calcular las medidas de tendencia central, y construir graficas. Los resultados a los que llegó Ramírez fueron:

- Los estudiantes necesitan prerrequisitos fundamentales antes de iniciar una instrucción sobre distribuciones muestrales como: análisis de gráficos, cálculo de medidas de tendencia central y de dispersión, características de la distribución normal, cálculo de probabilidades, áreas bajo la curva, ideas de muestreo aleatoria y principalmente el concepto de variabilidad.

- El software FATHOM permitió a los estudiantes erradicar o modificar las conceptualizaciones erróneas que tenían sobre distribución normal. Además permite que fijen su atención en el proceso de creación y caracterización de la distribución más que en el simple cálculo de la probabilidad en donde se aplican mecánicamente una serie de fórmulas.

### 1.3.2.2. *Estudio de los conceptos básicos del análisis exploratorio de datos por medio del software dinámico FATHOM.*

Este documento fue elaborado, en el 2005 por la Maestra en Ciencias Marianela Alpízar Vargas. Su trabajo muestra el interés por los conceptos básicos del análisis exploratorio de datos usando un software dinámico llamado FHATOM. La autora considera que el tema de su artículo es importante porque en la actualidad existe una gran cantidad de información que debe ser entendida y analizada para poder ser comprendida, por ello el estudio de la estadística en el currículum básico. La incorporación de la tecnología en la enseñanza es un fenómeno que actualmente tiene mayor impulso.

El quehacer educativo se desarrolla en un ambiente de cambio y de innovaciones tecnológicas. La formación matemática conduce a la comprensión y resolución de situaciones de la vida cotidiana, donde se analizan distintos tipos de información. (Alpízar, 2005:1)

Con el planteamiento citado, la autora reflexiona sobre la necesidad de que el profesor estimule, en sus alumnos, la experimentación, el planteamiento de conjeturas y la búsqueda de explicaciones en un ambiente donde se promueva el uso de la tecnología en procesos como la representación, exploración y análisis de información. Finalmente, como lo señala la misma investigadora, cada uno de estos procesos resulta ser un componente importante en el desarrollo del pensamiento estadístico.

Como parte de su trabajo, Alpízar propone un taller cuyo objetivo es que los participantes trabajen con el software FATHOM e interioricen conceptos de estadística relacionados con el análisis y con la exploración de los datos.



La metodología de investigación utilizada retomó tres ejes principales en el estudio de la estadística: la organización y la representación de los datos; las medidas de tendencia central y la variabilidad de los datos. Su trabajo lo dividió en tres sesiones.

En la primera sesión los participantes explorarán el *software* de manera dirigida y trabajan el primer eje temático, referido a la organización y representación de los datos, por medio de tablas y gráficas. Para la segunda y tercera sesión los participantes trabajaran sobre los conceptos y la aplicación de las medidas de tendencia central y variabilidad. Se trabaja con ficheros de datos en cada sesión con el fin de contextualizar cada dato, medida o representación obtenida en el análisis efectuado con el *software*. (Alpizar, 2005:2).

Es destacable que al finalizar cada una de las sesiones la autora realizó una visión retrospectiva acerca de los conceptos abordados en su taller.

### 1.3.2.3. *El desarrollo de nociones de variabilidad estadística en profesores de secundaria con apoyo de actividades de simulación.*

Este artículo fue realizado por Jaime García y Ernesto Sánchez en el 2007. Los autores describen la manera en que seis profesores de secundaria modificaron sus nociones de variabilidad estadística. En su documento García y Sánchez observaron los procesos utilizados por los profesores de secundaria a partir de seis actividades en las que resolvieron un diagnóstico y exploraron situaciones-problema en el contexto de distribuciones empíricas (distribución uniforme y binomial). Estas actividades, además, fueron diseñadas para ser llevadas a cabo con un software educativo de estadística (FATHOM).

Ambos autores plantean la importancia de introducir el uso de las nuevas herramientas tecnológicas en el aula de clases, por ello es que su trabajo utiliza el software FATHOM. La utilización permite describir la manera en que los profesores de secundaria modifican sus nociones de variabilidad estadística después de realizar actividades dentro de un contexto de distribuciones empíricas.

La metodología de investigación seguida en el trabajo referido estuvo conformada por tres etapas:

En la primera etapa, los profesores de secundaria comienzan a percibir intuitivamente la variabilidad estadística frente a una distribución de datos centrándose en la estructura de los datos (uni-estructural), enseguida se centran en la dispersión (uni-estructural), después tratan de integrar ambas componentes pero sin relacionarlas de manera conveniente (multi-estructural), y por último, en una etapa posterior, las coordinan estableciendo una relación conveniente entre ellas (relacional). (Ibídem: 6)

En cada una de estas etapas participaron seis profesores, con especialidad de matemáticas, de secundaria públicas del Estado de México. En el estudio fueron utilizados cinco cuestionarios, uno de diagnóstico y cuatro cuestionarios posteriores en los que se confrontaban los resultados finales de la actividad guiada y el cuestionario diagnóstico.

La conclusión a la que llegaron los autores en su investigación fue:

El uso de las herramientas tecnológicas crea la posibilidad de que los estudiantes entiendan de manera más profunda el sentido de la variabilidad y de la predicción en estadística. Comprendieron que en estadística no se puede predecir eventos singulares sino que se deben dar intervalos en los que pueden caer los resultados; es decir, los estudiantes lograron relacionar la estructura con la aleatoriedad de los datos. (Ibídem: 15)

#### *1.3.2.4. Simular, estimular y comprender el aprendizaje de la estadística usando el software FATHOM*

La Maestra en Artes de la Enseñanza, Sharon Lane (2002) escribió el documento “*Simular, estimular y comprender el aprendizaje de la estadística usando el Software FATHOM.*” El estudio surgió como parte del interés para profundizar en la comprensión de la estadística por parte de los estudiantes de nivel básico y medio superior. Lane trabajó con base en dos líneas: la primera sobre la *situación*, es decir ¿Qué es la estadística desde el punto de vista curricular? En segundo lugar el *problema*: ¿Cuáles son las dificultades que tienen los estudiantes al trabajar conceptos estadísticos?

Lane explica en su escrito que a través de su experiencia profesional como docente de matemáticas se percató que resultaba muy complicado para los estudiantes trabajar problemas de estadística, sobre todo si el apoyo se reducía a utilizar como herramienta tecnológica la calculadora graficadora para realizar tablas y estudiar gráficas. En esta investigación se plantea que introducir datos a la calculadora así como la interpretación de gráficas puede resultar complicada si no se sabe usar este recurso, lo que provoca un nulo entendimiento de los conceptos estadísticos por parte de los alumnos. “[...] al conocer todas las aplicaciones que tiene FATHOM en el campo del estudio de la estadística y la probabilidad me di cuenta de las bondades que el software tiene en comparación con las calculadoras.” (Lane, 2002)

Con base en principios constructivistas y teniendo como propósito la idea de hacer el aprendizaje activo en las clases de matemáticas, Sharon narra su experiencia al utilizar el software FATHOM en las clases de estadística con alumnos de bachillerato.

La metodología de investigación de Lane consistió en diseñar dos laboratorios de computación dinámica en donde estudiantes de bachillerato pudieran utilizar el software FATHOM en algunos temas de estadística con el propósito de lograr en los alumnos el interés y la motivación por estudiar esta ciencia. En cada uno de los laboratorios se desarrollaron actividades con dos grupos. Se ocuparon hojas de trabajo para recabar la información.

Las conclusiones de esta investigación fueron:

Los estudiantes que utilizan el software FATHOM mostraron significativamente mayor capacidad de evaluación al realizar tareas estadísticas. Estoy convencida de que FATHOM fue un elemento clave para estas mejoras en el pensamiento estadístico de los estudiantes, ya que al evaluar las actividades se logró mejorar la comprensión conceptual. (Lane, 2002: 9)

## **1.4. OBJETIVO Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN**

### **1.4.1. Objetivo**

Conocer los distintos niveles de interpretación de la información representada en gráficas estadísticas, que tienen alumnos de segundo grado de secundaria, a través de la mediación del lápiz y papel y el software Fathom. De acuerdo con los referentes bibliográficos propuestos por Gerber, Boulton & Bruce (1995), y Garfield & Zvi (2008).

### **1.4.2. Propósitos**

Los propósitos de esta investigación son:

- ⊙ Revisar y evaluar la manera en la que influyen las tres lecciones propuestas por Garfield y Zvi para introducir a los alumnos en el estudio de la Estadística, principalmente en lo que se refiere a la interpretación de la información representada en gráficas.
- ⊙ Identificar, a través de la mediación del lápiz, papel y el software Fathom, el nivel de razonamiento estadístico que tienen los alumnos de secundaria, al interpretar la información representada en gráficas estadísticas. antes y después de realizar las actividades propuestas por Garfield y Zvi.
- ⊙ Analizar y comparar los resultados obtenidos en cada una de las fases de la investigación.
- ⊙ Conocer el impacto que tuvo en el logro de los estudiantes la utilización del software FATHOM en la última de las lecciones propuestas por Garfield y Zvi.

### **1.4.3. Preguntas de investigación**

A partir de los objetivos mencionados se derivaron las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cómo respondieron los estudiantes ante cada una de las lecciones propuestas por Garfield y Zvi en lo que se refiere a la interpretación de la información representada en gráficas?
- ¿En qué nivel de razonamiento estadístico se encuentran los alumnos, antes y después de realizar las actividades propuestas por Garfield y Zvi, al interpretar la información representada en gráficas estadísticas, a través de la mediación del lápiz y papel y el software Fathom?
- ¿Cuáles fueron los resultados y el alcance obtenido en cada una de las fases de la investigación?
- ¿De qué manera impactó a los estudiantes de secundaria la utilización del software FATHOM en la última de las lecciones propuestas por Garfield y Zvi?

# CAPÍTULO II

## MARCO TEÓRICO

### 2.1. ENSEÑANZA APRENDIZAJE EN LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA.

En este capítulo presentamos el marco teórico en el que basamos nuestra investigación. En primer lugar es señalada la importancia de la estadística en la educación básica, tomando como base las nuevas orientaciones curriculares en la enseñanza de ésta y respondiendo a la interrogante ¿En qué consiste el razonamiento estadístico? En segundo lugar son citadas las principales teorías que hablan sobre la interpretación de información y de gráficas estadísticas. En este sentido destacan las investigaciones realizadas por, Wild y Pfannkuch (1999), Curcio (1987), Friel, Curcio y Bright (2001) y Gerber, Boulton y Bruce (1995). Finalmente se consideran algunos estudios que en la actualidad abordan la incorporación de las nuevas tecnologías en el proceso de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

#### ***2.1.1. Nuevas perspectivas en la enseñanza de la estadística***

El estudio de la estadística en los últimos años ha cobrado mayor importancia, en tanto que, de acuerdo a Batanero:

El interés por la enseñanza de la estadística, dentro de la educación matemática, viene ligado al rápido desarrollo de la estadística como ciencia y como útil en la investigación, la técnica y la vida profesional, impulsado por la difusión de los ordenadores, el crecimiento de su potencia y rapidez de cálculo y las posibilidades de comunicación. (Batanero, 2001: 6)

La sociedad moderna tiene la necesidad de comprender situaciones cotidianas relacionadas con la variabilidad, el diseño, el análisis de estudios y de experimentos; con la toma de decisiones y con la mejoría de predicciones en situaciones azarosas, que sin un buen razonamiento estocástico no podrían entenderse.

En el curriculum de matemáticas de niveles básicos, son cada vez más visibles los contenidos de estadística. Las reformas al Plan y Programas. Primaria (2009) y Plan y Programas. Secundaria (2006) mencionan:

**Primaria:** En la actualidad se recibe constantemente información cuantitativa en estadísticas, gráficas y tablas. Es necesario que desde la primaria los alumnos se inicien en el análisis de la información de estadística simple, presentada en forma de gráficas o tablas y también en el contexto de documentos, propagandas, imágenes u otros textos particulares. (SEP, 2009: 47)

**Secundaria:** En cuanto a la comunicación de la información, es conveniente plantear preguntas que logren despertar el interés de los alumnos para realizar un estudio completo de la situación desde la organización para recopilar los datos hasta el análisis y la presentación de resultados, de manera que las tablas y graficas que se utilicen como medios de representación sean motivo de análisis por parte de los alumnos. (SEP, 2006: 7)

En consideración de lo anterior es de suponerse que la forma de enseñar estadística debe cambiar. Sabemos que los algoritmos tienen su importancia porque nos ayudan a resolver problemas, aunque los alumnos sólo aprenden de memoria fórmulas y conceptos sin saber donde emplearlos.

Más bien que mal, la gran mayoría de los alumnos aprende las operaciones, pero muestran un conocimiento limitado de su aplicación a problemas de la vida diaria. Esta situación, desde luego, está relacionada con la manera como se enseñan los algoritmos en las escuelas. (Flores, 2005: 8)

La enseñanza de la estadística, por lo tanto debe de:

[...] favorecer la adquisición no sólo de los contenidos factuales y conceptuales, sino la adquisición de habilidades, actitudes y valores, es necesario que los profesores pongan en práctica una variedad más amplia de estrategias de enseñanza, en las que la involucración activa del alumno constituya un componente fundamental de las mismas. (García, Lajoie y Ponce, 2006: 4)

Si tomamos en cuenta las aportaciones anteriores, gran parte de la responsabilidad con respecto a la enseñanza de la estadística, recae en el docente, por ello es él quien debe de utilizar actividades que permitan a los estudiantes desarrollar estrategias para hallar fácilmente encontrar soluciones a situaciones o problemas.

Batanero, y Godino (2005) en su artículo “Perspectivas de la Educación Estadística como áreas de investigación”, citan un estudio de Holmes (1980) quien analiza las principales razones por las cuales el estudio de la estadística es fundamental en la enseñanza. Debido a la importancia de sus planteamientos nos permitimos citarlo en extenso.

- La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.
- Es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.
- Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.
- Ayuda a comprender los restantes temas del curriculum, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos. (Ibídem, 2005: 7)

Fichbein (1975), además de destacar la importancia de la estadística lo hace con el estudio de la probabilidad. Argumenta que ambas ramas de la matemática pueden ser aplicadas a la realidad tan directamente como la aritmética elemental puesto que no requieren técnicas matemáticas complicadas. Los docentes pueden tomar en cuenta las ideas de estos autores y determinar el tipo de estadística que quieren enseñar. Batanero (2004) menciona los propósitos de estudio en la enseñanza de la estadística:

- Que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de la estadística en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que la estadística ha contribuido a su desarrollo.



- Que los alumnos lleguen a comprender y a valorar el método estadístico, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de la estadística puede responder, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencia y limitaciones.

Sin lugar a dudas cada una de estas posturas ha cambiado la concepción que tenían educadores, investigadores y matemáticos sobre el estudio de la estadística. Esta es una de las causas por la que, con base en estas propuestas, han surgido proyectos que han impulsado en varios países el interés por desarrollar un curriculum matemático donde se involucre, con mayor fuerza, el estudio de esta disciplina.

### **2.1.2. Razonamiento estadístico**

En las escuelas de educación básica la estadística es vista como una ciencia difícil de comprender y de entender. Esta creencia ha propiciado que varios profesores y psicólogos se hayan interesado en diseñar y propiciar ambientes de aprendizaje, así como situaciones didácticas que permitan desarrollar en los estudiantes habilidades que los ayuden a razonar correctamente la Estadística. “En el contexto de la enseñanza-aprendizaje de la estadística, el razonamiento ha estado ligado a conceptos tales como pensamiento científico, razonamiento científico, pensamiento crítico y razonamiento informal.” (García, Lajoie y Ponce, 2006: 2) Hablar de razonamiento estadístico en el proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística implica que los alumnos manejen un pensamiento crítico que les permita evaluar correctamente los datos recogidos de un experimento o situación, y que a partir de los mismos puedan hacer inferencias y defender sus argumentos. Los docentes, por su parte, deben ser guías en este proceso procurando que los estudiantes sean sujetos reflexivos y analíticos.

Un buen razonamiento estadístico ocurre cuando los problemas están relacionados completa y apropiadamente con las reglas abstractas y satisfacen los principios estadísticos. El razonamiento estadístico por tanto, implica el uso de estrategias

heurísticas<sup>2</sup>, adicionalmente al conocimiento y la aplicación de las reglas estadísticas en el contexto en el que son utilizadas. (Ibídem, 2006: 3)

Las heurísticas estadísticas “se consideran reglas generales, intuitivas, de procesos inferenciales que recuerdan procedimientos estadísticos formales.” (Nisbett, et. al. 1983: 67) Tener un buen razonamiento estadístico, por tanto, es descubrir la solución del problema a través de la inducción; esto se manifiesta al resolver la situación por medio del descubrimiento de una estrategia que mediante la observación y experimentación, facilite a los estudiantes encontrar la solución al problema propuesto. El razonamiento estadístico, que podemos generar en un aula de clases, es aquel que permita a los alumnos aplicar sus conocimientos de estadística en algunos problemas, razonando la información y tomando en cuenta el contexto en donde se desarrolle la situación o experimento.

Godino y Batanero (2005) mencionan que al enseñar algún concepto estadístico como la media, el significado que los alumnos le den al hacer este cálculo, depende de la intuición de referencia y de un carácter dual que pueda ser personal o institucional. Además de que este significado se va dando de forma progresiva y es producto de la frecuencia con la que el alumno se enfrenta a problemas que tengan que ver con lo que se quiere enseñar. El significado y la comprensión sobre un objeto (concepto, procedimiento, proposición, etc.) no son globales, y se componen de diversos tipos de objetos:

- Los problemas y situaciones de donde surge el objeto;
- Las expresiones del lenguaje, gráficos, manipulativos y cualquier otra representación del mismo;
- Sus definiciones, propiedades, y relaciones con otros objetos;
- Las acciones y procedimientos para resolver problemas y operar con el objeto;
- Los argumentos que damos para probar las propiedades o validar las soluciones a los problemas. (Ibídem: 9)

---

<sup>2</sup>El termino *heurística* destacado en el enunciado anterior es definido por Poyla (1976) como el método que conduce a la solución de problemas, es decir, las operaciones o procesos mentales utilizados.

Para los docentes de matemáticas cada uno de estos puntos sirve de guía en el arte de la enseñanza y, aun si se trata de la estadística, éstos podrían permitirle al alumno acercarse al conocimiento de una manera más sencilla, propiciando con ello su interés.

## **2.2. TEORÍAS QUE EXPLICAN LA COMPRENSIÓN E INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN Y GRÁFICAS ESTADÍSTICAS.**

### ***2.2.1. Teoría de Wild y Pfannkuch .que habla sobre el pensamiento estadístico***

Wild y Pfannkuch (1999) analizan los procesos mentales involucrados en la solución de problemas estadísticos, basándose en una investigación realizada a estudiantes de estadística y estadísticos. El objetivo fue averiguar sus procesos de razonamiento estadístico. Ambos investigadores con base en su experiencia, se plantearon en el inicio de la investigación, la interrogante ¿Qué es el pensamiento estadístico?

Los autores mencionan que el pensamiento estadístico es la manera en la que se entienden las cosas a un nivel intuitivo, utilizando nuestro sentido común. Es para la mayoría de las personas producto de la experiencia más que de la instrucción formal que se han tenido las escuelas. Con base en las respuestas acerca de qué es el pensamiento estadístico, esta pareja de investigadores realizó entrevistas y a partir de ellas instrumentos en los que lograron identificar cuatro dimensiones que les permitieron organizar y desarrollar su investigación. A continuación se resume cada una de ellas:

- Dimensión 1: Ciclo de investigación

Esta primera dimensión consiste en ver cómo actúan y piensan los sujetos cuando resuelven un problema estadístico. Con base en el ciclo estadístico, es decir, a partir de un problema real, se propone un problema estadístico en el cual los estudiantes deben ser capaces de identificar los datos del problema, y como consecuencia ejecuten un plan que les permita resolver alguna situación. Un ciclo de investigación se lleva a cabo

cuando se quiere lograr un objetivo de aprendizaje. Ejemplo de ello es presentarles a los alumnos un problema de interpretación de gráficas estadísticas para que, basados en la observación de los datos presentados, analicen la gráfica y obtengan conclusiones.

- Dimensión 2: Pensamiento estratégico

El pensamiento estratégico implica saber lo que vamos a hacer y cómo lo vamos a hacer. Lo que incluye una planificación: como resolver una tarea, descomponer tareas en otras, establecer tiempos, y división del trabajo.

- Dimensión 3: Ciclo interrogativo.

Es un proceso de pensamiento genérico es una constante en el momento de resolver un problema estadístico. Las entrevistas hacen que los sujetos se mantengan en ciclos interrogativos mientras buscan la solución de problemas estadísticos. Los componentes de este ciclo se dan en los niveles macros.

- Dimensión 4: Disposiciones.

En esta dimensión se discuten las cualidades que afectan, de entrada, nuestro modo de pensar. Las dificultades surgen a partir de entrevistas, o en los trabajos realizados por los estudiantes. El pensamiento estadístico es determinado por disposiciones o actitudes. Los elementos que podemos encontrar en esta dimensión son el escepticismo, la imaginación, la curiosidad y conocimiento, franqueza, significación profunda, lógica y perseverancia.

Finalmente los investigadores concluyen que el desarrollo del razonamiento estadístico comprende cinco componentes fundamentales:

- Reconocer la necesidad de los datos: La base de la investigación estadística es la hipótesis de que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada.

- Transnumeración: comprensión o *insight* que puede surgir sobre un problema al pasar de los datos brutos a una representación de su distribución, al seleccionar una parte de los datos, aplicar una transformación o procedimiento. Es importante aquí la perspectiva de modelización, que *captura* las cualidades o características del mundo real, extrayendo sentido de los datos y permite comunicar este significado, en forma que sea comprensible a otros.
- Percepción de la variación, así como de la incertidumbre originada por la variación no explicada y de cómo la estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto, controlando la variación no explicada.
- Razonamiento con modelos estadísticos. Cualquier útil estadístico, incluso un gráfico simple, una línea de regresión o un resumen puede contemplarse como modelo, puesto que es una forma de representar la realidad. Lo importante es diferenciar el modelo de los datos y al mismo tiempo relacionar el modelo con los datos.
- Integración de la estadística y el contexto: Es también un componente esencial del razonamiento estadístico. (Wild y Pfannkuch, 1999: 227)

Wild y Pfannkuch, (1999) realizaron entrevistas a seis profesionales practicantes de estadística y a dieciséis alumnos de estadística. Encontraron que la mayoría de ellos proporcionaba una descripción comprensiva sobre el proceso involucrado en el pensamiento de estadística. Ellos sugieren que un estadístico opera en cuatro dimensiones: un ciclo de investigación, tipos de pensamiento, ciclo interrogativo, y disposición en solucionar problemas de estadística. Los estadísticos entrevistados estaban interesados particularmente en proponer dinámicas prominentes del sistema bajo investigación, cálculo de medidas de tendencia central. En la primera etapa de la investigación, los estadísticos atendieron también problemas relacionados con la información: diseño de prueba, recolección de información y manejo de la información. Aunque el pensamiento estadístico se compone del conocimiento de estadística, del conocimiento en contexto y de la información que produce, los investigadores encontraron que las etapas más tempranas de investigación de estadística están manejadas en mayor medida por el conocimiento del contexto.

## **2.2.2. Teoría de Curcio que menciona los distintos niveles en la comprensión de gráficas estadísticas.**

Leer una tabla o un gráfico estadístico resulta una tarea complicada para la mayoría de los sujetos. Curcio (1987), en su investigación *Comprendiendo las matemáticas. Relaciones expresadas en gráficas*, describe cuatro niveles distintos de comprensión de gráficas estadísticas.

- A. Leer los datos: este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo. En este nivel los sujetos únicamente leen los títulos de las tablas o gráficas, también cuando leen los rótulos de los ejes de la graficas o algún dato(s) que contenga la tabla.
- B. Leer dentro de los datos: incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas. Los estudiantes en este nivel pueden establecer comparaciones y diferencias entre los datos contenidos en una tabla o gráfico. A partir de lo que pueden observar pueden establecer comentarios.
- C. Leer más allá de los datos: requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico. Los alumnos pueden establecer conjeturas y generalizaciones a partir de lo que observan en la tabla o gráfica.
- D. "Leer detrás de los datos"<sup>3</sup> supone valorar la fiabilidad y completitud de los datos. implica que los sujetos estén consistentes de donde provinieron los datos,

---

<sup>3</sup> Friel, Curcio y Bright (2001) amplían la clasificación definiendo un nuevo nivel: "leer detrás de los datos"; nivel que consistente en valorar críticamente el método de recogida de datos, su validez y fiabilidad, así como las posibilidades de extensión de las conclusiones.

como fue que éstos se recabaron y que valoren confiabilidad y certeza de estos, para establecer cuándo o en qué momento podrían variar los resultados obtenidos en la investigación.

### ***2.2.3. Teoría de Friel, Curcio y Bright que describe las competencias y elementos estructurales relacionadas con una gráfica estadístico.***

Friel, Curcio y Bright (2001), identifican los siguientes elementos estructurales de un gráfico estadístico:

- El título y las etiquetas indican el contenido contextual del gráfico y cuáles son las variables representadas.
- El marco del gráfico incluye los ejes, escalas, y marcas de referencia en cada eje. Dicho marco proporciona información sobre las unidades de medida de las magnitudes representadas. Puede haber diferentes tipos de marcos y sistemas de coordenadas (cartesianas bidimensionales, multidimensionales, polares, etc.).
- Los especificadores del gráfico, como los rectángulos (en el histograma) o los puntos (en el diagrama de dispersión) son los elementos usados para visualizar los datos. Los autores nos alertan de que no todos los especificadores son igualmente sencillos de comprender sugiriendo el siguiente orden de dificultad: Posición en una escala homogénea (gráficos de línea, de barras, de puntos, algunos pictogramas e histogramas); posición en una escala no homogénea (gráficos polares, gráficos bivariantes); longitud (gráficos poligonales, árboles), ángulo o pendiente (diagrama de sectores, discos), área (círculos, pictogramas), volumen (cubos, algunos mapas estadísticos) y color (mapas estadísticos codificados mediante color).

Friel, Curcio y Brigt vinculan lo anterior y describen las siguientes competencias relacionadas con el lenguaje grafico:

- Reconocer los elementos estructurales del gráfico (ejes, escalas, etiquetas, elementos específicos) y sus relaciones. Distinguir si cada elemento es o no apropiado en el gráfico particular.
- Apreciar el impacto de cada uno de estos componentes sobre la presentación de la información (por ejemplo, predecir como cambiaría el gráfico al variar la escala de un eje).

Reconocer los elementos estructurales del gráfico (ejes, escalas, etiquetas, elementos específicos) y sus relaciones. Distinguir si cada elemento es o no apropiado en el gráfico particular.

- Apreciar el impacto de cada uno de estos componentes sobre la presentación de la información (por ejemplo, predecir como cambiaría el gráfico al variar la escala de un eje).
- Traducir las relaciones reflejadas en el gráfico a los datos que se representan en el mismo y viceversa.
- Reconocer cuando un gráfico es más útil que otro, en función del juicio requerido y de los datos representados, es decir, saber elegir el gráfico adecuado al tipo de variable y al tipo de problema.

#### ***2.2.4. Teoría de Gerber, Boulton y Bruce que explica los siete niveles de interpretación de gráficas.***

Gerber, Boulton y Bruce (1995) en su investigación *El entendimiento de los estudiantes, en las representaciones gráficas de datos cuantitativos*, nos revelan la forma en que estudiantes de primaria y secundaria de Australia comprenden las



representaciones gráficas de datos cuantitativos. Los autores indagaron principalmente acerca de las experiencias que los niños y adolescentes tenían cuando se enfrentaban a situaciones o problemas de la vida cotidiana relacionadas con la interpretación de un gráfico. En este estudio fueron revelados siete niveles de comprensión de gráficas estadísticas. A continuación se resume parte de su trabajo.

El interés por averiguar cómo los niños y adolescentes entienden las gráficas estadísticas surgió a partir de la observación del entorno social y cultural en la que estamos inmersos. Hoy en día la sociedad moderna está expuesta a imágenes gráficas que son un medio de comunicación visual.

Quando la gente comprende un gráfico, realiza una actividad sociocultural. Esta perspectiva se centra en la creencia de que lo social y/o el contexto cultural en que se producen las experiencias, influye en la manera en como los sujetos comunican e interpretan los gráficos. (Gerber, Boulton y Bruce, 1995: 96)

El objeto de estudio de dicha investigación es dar a conocer, mediante la presentación de un informe de actividades basadas en contextos que implican una variedad de gráficas estadísticas, cuáles son las experiencias que los estudiantes de nivel básico tienen al leer e interpretar gráficos estadísticos en situaciones reales. Así mismo, el propósito de este trabajo es detectar y sistematizar las formas de pensamiento que tienen las personas al observar una gráfica. Para ello Gerber, Boulton y Bruce tomaron en cuenta las descripciones que los estudiantes hacían acerca de la información cuantitativa que les fue presentada en mapas, tablas y gráficas. Los investigadores trataron, sobre todo, de “ver lo que ven” los estudiantes al utilizar la experiencia como punto de partida al interpretar una gráfica.

Este estudio arrojó siete categorías que describen diferentes variantes encontradas cuando los estudiantes interpretan gráficas estadísticas. Las categorías se dividieron en dos distintos grupos. El primer grupo comprende las categorías 1, 2 y 3, donde los alumnos realizaron interpretaciones pobres de los datos y, por otro lado, las categorías 4, 5 y 6 que implicaban que los estudiantes realizaran interpretaciones de gráficas con

mayor precisión. Es decir debían ser capaces de describir los datos. Finalmente la categoría 7 exigía ver más allá de los datos representados en una gráfica.

- Nivel 1. Los estudiantes no se centran en los datos sino en las características, esto se debe a su comprensión limitada del mundo real que los rodea. También en este nivel los estudiantes tienen dificultades en la interpretación del contenido de las gráficas, por lo que son incapaces de procesar la información proveniente de éstas.
- Niveles 2 y 3. Los alumnos se centran en los datos representados pero de forma incompleta, existe en el foco de atención y en las preguntas diferencias al interpretar los datos. En el nivel 2 los sujetos no llegan a apreciar del todo la intención del gráfico por lo que interpretan aspectos parciales de los datos. En el nivel 3 los estudiantes consideran todos los elementos del gráfico pero de igual manera que en el nivel 2, no llegan a comprender lo que el gráfico revela.
- Niveles 4, 5 y 6. Los estudiantes tienen interpretaciones estáticas de los datos, pueden extraer con mayor precisión información de las gráficas. Luego entonces, los estudiantes tienen diferentes procesos al interpretar una gráficas. Distinguimos tres niveles:
  - \* En el nivel 4 los alumnos analizan uno o más elementos representados en un mismo gráfico, es decir, los estudiantes son capaces de ver las variables una a una pero nunca en su totalidad. Esto se pudo observar cuando, a los jóvenes les fue presentado dos eventos distintos en una misma gráfica. Por ejemplo, la cantidad de mujeres mexicanas que tienen una enfermedad causada por fumar tabaco de 1990 al año 2000 y por otro lado se les muestra en la misma gráfica, abarcando el mismo lapso temporal, la cantidad de hombres que también enferman por consumir esta droga.
  - \* En el nivel 5. Los estudiantes son capaces de comparar diversas variables pertenecientes a un mismo gráfico. Si tomamos en cuenta el ejemplo

anterior, los alumnos pueden enunciar comentarios que nos indiquen que están relacionando ambas variables; los alumnos podrían mencionar que en el año 1992 fue superior la cantidad de mujeres que enfermaron por fumar con respecto a los hombres.

- \* En el nivel 6 los estudiantes tienen la habilidad de usar los gráficos para apoyar, debatir, o negar sus conjeturas o posibles teorías, comparan varias variables de un mismo gráfico y son capaces también de establecer conclusiones relacionadas con sus creencias. Con respecto al ejemplo, la gráfica podría ser usada para informar a la gente, que contrariamente a lo que cree, en México son las mujeres quienes enferman más al fumar y no los hombres. Este dato que serviría para informar, sería una derivación del análisis de la gráfica.
- Nivel 7. Finalmente en este nivel los estudiantes hacen extrapolaciones y predicciones acerca de un evento o situación sin que existan datos representados en el gráfico. Usando el ejemplo mencionado anteriormente, los estudiantes podrían predecir que si se hiciera el mismo estudio, pero durante los años 2001 al 2010, tal vez la cantidad de hombres enfermos por el exceso de tabaco ahora sería muy cercana a la cantidad de mujeres. Incluso sería posible que en la actualidad existiera muy poca diferencia.

Finalmente en esta investigación se concluye que antes de realizar alguna actividad relacionada con la interpretación de mapas, tablas o gráficas, es pertinente que los profesores tomen en cuenta los siguientes seis puntos:

1. Todas las gráficas deben incluir, títulos exactos, y las cifras en cada uno de los datos representados en los mapas, tablas o gráficas. Sin embargo esto no garantiza que los alumnos entiendan el título y como consecuencia el propósito del gráfico.

2. El uso de símbolos abstractos debe reducirse, ya que a veces el exceso de éstos en un mapa, tabla o gráfica confunde a los estudiantes, lo que provoca que los alumnos sean incapaces de extraer la información que proporciona el gráfico.
3. Los maestros deben proponer actividades que involucren la lectura de gráficas estadísticas.
4. Los maestros deben basarse en experiencias personales de los alumnos, lo que les permitirá plantear situaciones reales de aprendizaje, relacionados, además, con los intereses, gustos, o acontecimientos de la vida cotidiana del educando. El propósito de tomar como base la vida cotidiana, es captar la atención para que logren resolver problemas satisfactoriamente.
5. El contexto del problema o situación planteada mostrada en un mapa, tabla o gráfica tiene que ser real y conocida por los estudiantes.
6. Los profesores deben implementar distintas estrategias de aprendizaje cada vez que se les presente una actividad de interpretación y lectura de gráficas para que los estudiantes no pierdan el interés por aprender.

### **2.3. LA INFLUENCIA DE LA TECNOLOGÍA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.**

El uso de la tecnología en el aula de clases es un fenómeno que ha cobrado fuerza en los últimos años. La incorporación de las TIC (Tecnologías de Información y Comunicación) en las escuelas, ofrece a los docentes diversos recursos que les permiten desarrollar estrategias pedagógicas novedosas cuyo objetivo es crear situaciones didácticas que favorezcan el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

McFarlane (2000), desde una óptica social, define a las tecnologías de la información como las herramientas necesarias para acceder y manipular datos digitales en los que se ven involucrados varios procesos mentales. Esta autora menciona, también, que las tecnologías de la información son contempladas en la actualidad de tres maneras distintas:

- Las tecnologías de la información como un conjunto de habilidades / competencias.
- Las tecnologías de la información como un conjunto de herramientas o vías para hacer lo mismo de siempre, pero de un modo mejor y más económico.
- Las tecnologías de la información como un agente de cambio con un impacto revolucionario. (McFarlane, 2000: 114)

Con base en lo anterior y desde un punto de vista cultural, los docentes al implementar instrumentos tecnológicos, como la computadora generan en los estudiantes una forma distinta de acceder al saber. Cabero (1999) clasifica las ventajas que tiene el uso de las TIC en la enseñanza comparándolos con los antiguos recursos implementados en las aulas:

- *Flexibilidad instruccional*, facilitan ritmos de distintos aprendizajes.
- *Complementariedad de códigos*, permiten al estudiante recibir la información desde distintos canales sensoriales.
- *Aumento de la motivación*, acompañado de una mayor implicación en su proceso de aprendizaje.
- *Actividades colaborativas y cooperativas*, se produce una mayor interacción verbal y participación en los trabajos que potencian las relaciones sociales.

En los puntos anteriores, se destaca que usar tecnología en el aula de clases resulta ser un medio que facilita el aprendizaje. Para los docentes utilizar la tecnología puede representar un apoyo a su labor, facilitándoles la tarea de dar a conocer a sus estudiantes los saberes que desean transmitirles. Como hemos mencionado, actualmente en el campo educativo, la tecnología está presente. La matemática como

ciencia exacta ha adoptado el uso de la tecnología; particularmente en nuestro país en los niveles básico, medio superior y superior. Las investigaciones recientes indican que:

[...] Las interacciones entre estudiantes, maestros, saberes y tecnología provocan un cambio, el cual radica principalmente en otorgar a los alumnos la oportunidad de generar su propio conocimiento matemático en donde los educadores juegan el papel de mediadores y la aplicación de la tecnología sirve a los educandos de retroalimentación en contenidos curriculares. (Olive y Makar, et. al. 2009:134)

### **2.3.1. La mediación instrumental, la tecnología y las matemáticas.**

Antes de hablar sobre la mediación instrumental y su relación con la tecnología y las matemáticas es necesario identificar la diferencia entre un artefacto y un instrumento, por ello se presenta una breve síntesis de lo que actualmente se conoce como *enfoque instrumental*.

Hoy por hoy el uso de la tecnología en las escuelas es un fenómeno mundial, tanto los países desarrollados como los subdesarrollados buscan continuamente que la educación se vea empapada de conocimientos relacionados con el uso de calculadoras, computadoras e internet. La mayoría de los institutos educativos del mundo cuenta con una o varias computadoras para la enseñanza y el aprendizaje. Este aparato, así como muchas otras herramientas tecnológicas. En ciertos momentos de una clase se vuelven más que simples objetos. Mariotti (2002) menciona que por un lado un objeto es construido para realizar una meta específica y por otro hay un usuario que utiliza ese objeto para un fin.

Un artefacto es un objeto con características particulares, diseñado para realizar una tarea en particular. Un instrumento es la unión de un artefacto (objeto) y la organización de las acciones posibles (utilización, lo que se puede hacer con el objeto). (Mariotti, 2002:702)

De acuerdo a lo anterior podemos mencionar que los artefactos pueden ser utilizados para distintos momentos y propósitos; es en este proceso en el que dichos artefactos se vuelven instrumentos. De esta relación entre usuario y artefacto nace el concepto de mediación.

Moreno y Waldegg, (2004) plantean que la medición instrumental se da a partir de todo acto cognoscitivo mediado por un instrumento material o simbólico. La mediación entonces tiene que ver con la posibilidad de crear un canal de comunicación entre los artefactos, el profesor y los estudiantes, es como hemos dicho, mediante este canal que pueden generarse aprendizajes. De acuerdo con Mariotti (2002), un ejemplo es cuando se imparte una clase de matemáticas usando la computadora. Existe una relación directa entre el alumno y la máquina pero a su vez también entre la computadora el maestro y el estudiante, ambos sujetos tienen participación diferente uno como mediador, otro como usuario y otro como el medio computacional pero los tres con la firme intención de llegar a un mismo objetivo.

La tecnología en la enseñanza de las matemáticas tiene varios propósitos relacionados con el uso de los medios computacionales, Moreno y Waldegg (2004: 97) describen algunos.

- Al usar medios computacionales se estimula la dialéctica entre el proceso de dar sentido a las prácticas cotidianas mediante la organización y la matematización.
- La computadora permite generar una especie de realidad (virtual) matemática.
- Trabajar con un medio computacional permite comprender cómo los recursos de ese medio estructuran la exploración y como los recursos expresivos del medio favorecen la sistematización.
- Un medio computacional es un dominio de abstracción, con el que el alumno no puede expresar la generalidad matemática, aunque sus expresiones apuntan más allá, hacia las descripciones abstractas de las estructuras matemáticas.
- Los medios computacionales trabajan como medios estructurantes para que los alumnos exploren.

En el listado anterior puede notarse que los medios computacionales son recursos de aprendizaje que están al alcance de los estudiantes; no obstante sin una buena guía del docente, en el uso de éstos, no es posible garantizar que el estudiante realmente esté adquiriendo significativamente el conocimiento.

Cuando se usa la tecnología en la escuela, hay que reconocer que no es en sí misma el objeto central de nuestro interés, sino el pensamiento matemático que pueden desarrollar los estudiantes bajo la mediación de dicha tecnología. (Moreno y Waldegg, 2004: 95)

Para generar en los estudiantes conocimientos y habilidades, los docentes pueden utilizar ciertos artefactos tecnológicos como estrategias de aprendizaje. En otras palabras los artefactos pueden funcionar como instrumentos de mediación semiótica. Mariotti (2002) menciona que el proceso de mediación semiótica se desarrolla en distintos niveles:

- El alumno utiliza el instrumento para alcanzar la meta propuesta. Al hacerlo el instrumento funciona como un mediador semiótico, es decir, los conocimientos surgen en el sujeto al estar realizando la actividad.
- El profesor utiliza el artefacto con el fin de enseñar un conocimiento. El artefacto tiene un doble uso, por un lado el alumno utiliza el artefacto para realizar una actividad, por otro lado el profesor utiliza el artefacto para dirigir al alumno en la realización de la actividad y en la construcción de significados.
- Como un instrumento para generar conocimiento pero puede permanecer inaccesible para el usuario.
- Como un instrumento de mediación semiótica, el maestro utiliza el instrumento para generar una estrategia de aprendizaje que permita la construcción de significados que constituyan el motivo de la enseñanza y del aprendizaje de la actividad. Por ejemplo en una clase de matemáticas los alumnos pueden aprender ciertos conocimientos de esta materia utilizando la computadora y bajo



la tutela del profesor, quien orientará al alumno en la evolución de la apropiación de significados. Los significados se interiorizarán en el estudiante a partir de las acciones que existan entre los usuarios y la retroalimentación del medio, donde el artefacto es un componente. Lo anterior considerando que la dinámica social del aula debe estar bajo la guía del profesor quien será, finalmente, el encargado de valorar los resultados y el alcance de las actividades.

La utilización de la tecnología en la escuela va más allá de usar la computadora como sustituto del lápiz y papel. La computadora es la herramienta que genera un ambiente de aprendizaje que resulta interesante y novedoso para los estudiantes ya que no sólo se ve involucrado el triángulo didáctico propuesto por Brousseau<sup>4</sup>, sino que al transformar éste en un tetraedro didáctico se incorpora la tecnología lo que modifica notablemente las situaciones didácticas.

Las matemáticas son consideradas un cuerpo fijo de conocimientos los cuales hay que aprender, entonces el papel de la tecnología en este proceso es básicamente el de una herramienta que brinda eficiencia, es decir, ayuda a los estudiantes a hacer las matemáticas más eficientes. (Olive y Makar, et.al. 135).

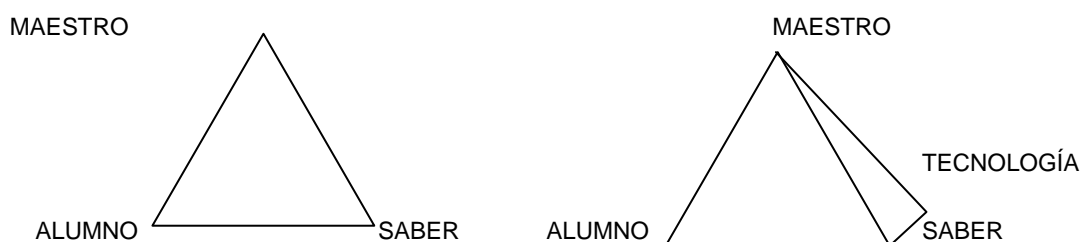


Fig. 2.1. Triángulo y Tetraedro Didáctico

El rescate de la información anterior, nos permite afirmar que la tecnología posibilita que la enseñanza y el aprendizaje, adquieran un enfoque diferente, en el que los papeles representados por los estudiantes y por el profesor son distintos a los tradicionales.

<sup>4</sup> El triángulo didáctico permite que “[...] una situación de enseñanza pueda ser observada a través de las relaciones que se juegan entre estos tres polos: maestro, alumno, saber.” (Charnay, 2005: 54)

Reflexionar acerca de los puntos tratados nos invita a considerar que:

- Los profesores deben entender la tecnología como una herramienta que facilita el aprendizaje y no como un obstáculo para resolver un problema.
- Los profesores deben utilizar, en la escuela, los recursos tecnológicos que estén a su alcance. Es importante que, por un lado, *pierdan* el miedo a usarlos y por otro que se actualicen constantemente.

Si consideramos los dos puntos anteriores, los educadores podrán proponer una nueva forma para enseñar matemáticas que, por consecuencia, despierte en los estudiantes el interés por aprender esta ciencia.

### ***2.3.2. El uso de la computadora en la educación matemática.***

A partir de los años setenta (del siglo XX), la computadora se ha convertido en un instrumento que en el ámbito educativo ha transformado el proceso de enseñanza aprendizaje. Actualmente la computadora es un objeto indispensable para el ser humano, ya que le permite, entre otras cosas, realizar trabajos con mayor rapidez y exactitud.

En la enseñanza de las matemáticas la computadora, es una herramienta tecnológica que posibilita a los estudiantes realizar algoritmos matemáticos, construcciones geométricas, etc. Esto con ayuda de algunos software que facilitan el aprendizaje de las diversas ramas de la matemática. La computadora en la enseñanza de las matemáticas es un medio y no un fin, por ende es una herramienta que nos auxilia a realizar diversas tareas dentro del complejo mundo de la enseñanza de las matemáticas.

El proceso de articulación entre los conceptos matemáticos (el objeto matemático) y sus representaciones es de mutua constitución. Podría decirse que la evolución de los

sistemas semióticos de representación, en el caso de las matemáticas, ha pasado por diversas etapas en las cuales vale la pena señalar: la separación entre las representaciones mentales y las representaciones semióticas. (Moreno y Waldegg, 2004: 74).

Lo anterior se entiende si consideramos que debido a que los sistemas de representación brindados por la computadora no sólo sirven para comunicar algo, sino son también como un medio para informar y generar significados.

En cualquier nivel educativo utilizar la computadora significa para los estudiantes una nueva forma de adquirir conocimientos y para los profesores una nueva forma de enseñar. En los últimos años la SEP le ha dado gran importancia al uso de la tecnología en el aula de clases, considerando a ésta como el medio a través del cual se pueden adquirir aprendizajes. Dicha Secretaría ha tratado de que los profesores en servicio se actualicen, por ello implementa cursos que capacitan a los docentes en el manejo de la computadora y de algunos software educativos.

Para algunos matemáticos o educadores la computadora permite a los estudiantes incrementar sus habilidades matemáticas que en muchas ocasiones durante las clases tradicionales no se lograba desarrollar. Taylor (1980), en uno de los primeros intentos por clasificar la computación en la enseñanza, menciona que ni como tutor ni como herramienta, la computadora adquiere un mayor relieve que cuando se utiliza como pupilo. El autor agrega que se trata de enseñar a los estudiantes a utilizar la computadora para realizar determinado propósito o proyecto, para lo cual el estudiante o profesor necesita aprender muy bien el tema a programar, para poder enseñarle a la computadora. Para esto el autor nos propone a LOGO como uno de los lenguajes más adecuados. A su vez Hatfield (1983), plantea que numerosos profesores han encontrado una conexión entre el trabajo de elaborar, corregir, realizar pruebas y refinar sus propios programas de computación por parte de los estudiantes, con aspectos del pensamiento matemático.

#### *1.3.2.1. El uso de la computadora en la enseñanza de la estadística.*

En nuestros días maestros e investigadores han hecho de la computadora una herramienta indispensable para enseñar estadística. La enseñanza de la estadística se

ha transformado. Los profesores actualmente se apoyan en diversos software, tutoriales y el Internet para impartir esta asignatura.

El uso de la computadora en el aprendizaje de la estadística tiene muchas bondades, una de ellas es que le permite a los estudiantes introducir un gran número de datos y con ellos realizar cálculos de una manera rápida y sencilla.

La gran ventaja de las computadoras es su naturaleza dinámica, su velocidad, y el creciente rango del software que permite a los estudiantes experimentar y explorar todos los aspectos de los procesos estadísticos, desde la planificación de la muestra o del diseño experimental hasta la recolección y el manejo de los datos, la simulación y el análisis, para interpretar y comunicar los resultados. (Batanero, 2005: 138)

Además de los diferentes software educativos, también en las clases de estadística, se pueden utilizar recursos informáticos como procesadores de texto y hojas de cálculo, así como la calculadora científica y graficadora. Olive y Makar entre otros, (2009) afirman que estas nuevas herramientas de visualización permiten a los estudiantes interactuar con los datos. En estadística, por ejemplo, en lugar de que los estudiantes aprendan a calcular la media con ayuda del maestro, un software puede permitirles examinar los datos y por medio de la observación encontrar caminos viables que le permitan localizar la media. Todos estos recursos tecnológicos le posibilitarán a los docentes transformar una clase tradicional en una innovadora, provocando un ambiente distinto de enseñanza en el que se propicie que los estudiantes aprendan para la vida, y para su futuro profesional.

Batanero (2001:138) hace una diferencia en varios tipos de software que pueden ser utilizados al enseñar estadística:

- *Paquetes estadísticos profesionales.* Ejemplo: **SPSS, STATGRAPHICS**, etc. Permiten realizar con precisión cálculos estadísticos, y gráficas.
- *Software didáctico.* Ejemplo: **FATHOM**, este software permite analizar datos y realizar gráficas. Se recomienda su uso en secundaria y bachillerato.

- *Software de uso general.* Ejemplo: **EXCEL** el cual permite ingresar en hojas de cálculo datos, en él se introducen fórmulas o códigos para un fin específico.
- *Tutoriales.* Ejemplos: **ACTIVSTATS Y CONSTATS.** Programas de estadística que permiten que los estudiantes desarrollen habilidades específicas que posteriormente son evaluadas.
- *Softwares en Internet.* Diversos materiales que pueden obtenerse en varias páginas de Internet.

Como podemos notar existe una amplia gama de software educativos que pueden apoyar al docente en la enseñanza de la estadística. La tarea de los profesores es conocer cada uno de ellos, saber en qué temas pueden utilizarlos y para qué propósito; con ello no sólo se estará generando en el aula una atmósfera distinta a la convencional, también, se convertirá en una estrategia docente, el uso de la tecnología, lo que definitivamente impulsará, en los alumnos, el deseo de aprender.

Es importante señalar que lo anterior no es una comparación entre los recursos: lápiz y papel y los medios computacionales, ni tampoco le restamos importancia a ninguna; se trata, como lo mencionan Moreno y Waldegg (2004) de saber que ocurren diferentes cosas cuando por ejemplo se escribe un texto usando la computadora que al hacerlo a lápiz y papel. Al escribir un texto a lápiz y papel se realiza una reflexión de lo que piensa el sujeto y cuando se usa la computadora, la máquina registra mecánicamente el pensamiento del escritor y además procesa la información la cual queda registrada en el artefacto. Ambos investigadores también indican que esta acción sucede cuando se realiza alguna operación matemática usando un software o la calculadora.

Cuando un científico usa un programa estadístico, introduce una serie de datos y el software los organiza en una representación gráfica. El científico puede interpretar esa gráfica y extraer conclusiones de ella. Pero no tiene que saber cuál fue el proceso que utilizó el software para generar la gráfica. Lo que importa entonces es su capacidad de

decodificación frente al producto de la representación ejecutada. (Moreno y Waldegg, 2004: 100)

Como podemos ver en los ejemplos anteriores, la computadora se encarga de registrar y almacenar la información pero a su vez también, este artefacto, puede pasar de un sistema de representación a otro, es decir,

Al usarse la computadora no sólo se dispone de un soporte de representación externa (como es un cuaderno), sino de la posibilidad de someter y procesar esa información de cierta manera, debido a la ejecutabilidad del sistema de representación que suministra la máquina. La máquina externa procesos cognoscitivos. (Ibídem: 101)

De esta manera, la computadora juega el papel de mediadora de conocimientos, es un vínculo y enlace entre alumnos y profesor.

# **CAPÍTULO III**

## **METODOLOGÍA**

### **3.1. PANORAMA GENERAL**

En este capítulo se describe la metodología empleada en la presente investigación; dónde y con quiénes se realizó el estudio; cómo se seleccionó la secuencia didáctica planteada, haciendo referencia específicamente a cada una de las Fases en las que se llevó a cabo este trabajo. Dentro de cada una de éstas, se detalla la técnica utilizada para la recolección y análisis de los datos, cuáles fueron las actividades y el objetivo de cada una de ellas, además exponemos las principales características de esta secuencia didáctica.

### **3.2. DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO INTERNO Y EXTERNO DE LA ESCUELA.**

El lugar donde se llevó a cabo la investigación fue en la Escuela Secundaria Diurna No. 197 “Canadá” turno vespertino. La institución se encuentra ubicada en las calles Nueva York y Prolongación Filadelfia, Colonia Nápoles, en la Delegación Benito Juárez en el Distrito Federal.

La escuela “Canadá” cuenta con quince grupos: 5 de cada grado. La secundaria tiene un aula especial de red escolar para el uso exclusivo del alumnado. El espacio cuenta con 17 computadoras que se encuentran en excelentes condiciones. Para poder usar los equipos de cómputo fue necesario pedir autorización al profesor a cargo, quien al comentarle sobre las actividades, dispuso el horario de 6:30 a 7:20 p.m. para trabajar la investigación.

Los estudiantes que participaron en este estudio fueron alumnos de segundo grado de secundaria. El grupo seleccionado cuenta con 30 alumnos en su mayoría mujeres entre los 13 y 15 años de edad.

El tiempo requerido a partir de la traducción, la adaptación y la selección de las actividades, hasta su aplicación fue de aproximadamente seis meses. Esta labor abarcó del 2 de julio al 15 de diciembre del 2009.

En esta investigación se utilizaron algunas actividades para conocer los conocimientos previos de los alumnos y el nivel de razonamiento estadístico con relación a la interpretación de gráficas. Las Lecciones trabajadas con los estudiantes se retomaron del capítulo 6 del libro de Garfield y Zvi (2008). Cabe mencionar que éstas se adaptaron tomando en cuenta las características del grupo con el que se laboró.

Los instrumentos que se utilizaron para recabar la información fueron: hojas de trabajo para cada una de las actividades. Las actividades fueron realizadas tanto individualmente como en equipos. Las actividades, hechas por los alumnos, consistieron en exposiciones láminas. Además se utilizaron videos de las sesiones de trabajo y archivos del trabajo realizado por los alumnos usando el software FATHOM.

Las sesiones se llevaron a cabo en el salón de clases y algunas de ellas se realizaron en la sala de red escolar, donde se utilizó el software FATHOM. Para cada sesión se emplearon 50 minutos, es decir lo que lo que dura una clase en secundaria.

Las actividades fueron videograbadas como evidencia y sustento del trabajo empírico de la investigación.

### **3.3. FASES DE LA INVESTIGACIÓN**

Las Fases en las que se desarrolló la investigación fueron:



Fase 1. Diagnóstico. Lección 1.

Los estudiantes llevaron a cabo las actividades de la Lección 1. En esta fase se evaluaron los conocimientos previos de los estudiantes sobre interpretación de gráficas.

Fase 2. Usando Lápiz y Papel. Lecciones 2 y 3.

Los alumnos utilizaron únicamente lápiz y papel para resolver las actividades de las Lecciones 2 y 3. En esta Fase también se identificó el nivel de interpretación de gráficas que tienen los alumnos de secundaria.

Fase 3. Utilizando el Software FATHOM. Lección 3.

En esta Fase los alumnos realizaron las tablas y gráficas correspondientes a la Lección 3 usando el software FATHOM. Los estudiantes además de interpretar los datos representados en las graficas, también comentaron cuál fue su experiencia al usar la computadora como herramienta para realizar e interpretar una gráfica.

### **3.4. DISEÑO E INSTRUMENTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES QUE SUSTENTAN EL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.**

Se utilizaron tres lecciones del libro *Developing Students' Statistical Reasoning* (Garfield y Zvi, 2008) que permitieron a los adolescentes involucrarse en las actividades descritas en cada Lección. Simultáneamente, en los estudiantes, se desarrolló el razonamiento estadístico.

Las Lecciones recuperadas fueron:

Lección 1. "Información y Variabilidad". Esta Lección sirvió para conocer los conocimientos previos que tenían los alumnos antes de participar en las Lecciones 2 y 3.

Lección 2. “Razonar Información”. Esta Lección se utilizó para introducir, paulatinamente, a los alumnos en la interpretación de gráficas estadísticas al hacer actividades usando lápiz y papel.

Lección 3. “Experimento al Azar: Coca Cola o Pepsi”. Los alumnos enlazaron conocimientos de estadística con algunos conceptos básicos de probabilidad, resolvieron las actividades usando lápiz y papel y también utilizando el software FATHOM.

Las Lecciones anteriores sirvieron para estructurar una secuencia didáctica, esta contó con las siguientes características:

- ✓ Nombre de la Lección.
- ✓ Objetivo y/o propósito(s)
- ✓ Características
- ✓ Descripción de la Lección

### **3.4.1. Fase 1. Diagnóstico**

#### *Objetivo, Características y Descripción de las Actividades*

Las actividades seleccionadas para el diagnóstico permitieron identificar los distintos niveles de interpretación de información y gráficas estadísticas, de acuerdo al marco teórico de Gerber, Boulton y Bruce (2001), que tienen los alumnos de secundaria. Las actividades de la Fase I de diagnóstico fueron las que aparecen en la hoja de trabajo A y que corresponden a la Lección 1, mostrada a continuación.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

*Primera semana*

*"Diferentes formas de exhibir información"*

*Hoja de trabajo A*

1. Responde qué tipo de alumnos se encuentran inscritos en la secundaria 197, es decir, por qué eligieron la secundaria 197:

-----

-----

2. Especifica quienes son los que están en el grupo 2º. E turno vespertino.

-----

3. Actividad en equipo                  Número de equipo: \_\_\_\_\_

- Escribe tres preguntas que te interesaría hacer a tus compañeros para conocer información sobre los mismos, una para obtener información numérica, una para obtener información con respuesta si/no, y una última con respuesta categórica.

1. -----

2. -----

3. -----

4. Escribe en los espacios las preguntas y las respuestas a cada una de las interrogantes que se realizaron en tu grupo.

a) P. -----  
R. -----

b) P. -----  
R. -----

c) P. -----  
R. -----

Fig. 3.1. Primera parte de la Hoja de Trabajo A.

a) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

b) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

c) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

d) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

e) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

f) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

g) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

h) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

i) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

j) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

k) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

l) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

m) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

n) P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

Fig. 3.2. Segunda parte de la Hoja de Trabajo A.

Vale la pena hacer notar que las actividades que se muestran en las Fig. 3.1 y 3.2 permitieron conocer la manera en que los alumnos recolectaron la información, pues ello posteriormente, les sirvió para construir tablas y gráficas así como para realizar una interpretación de éstas.

## Lección 1. Información y Variabilidad

Objetivo: La meta de esta actividad fue que los estudiantes se percataran que hay diferentes tipos de información y diferentes formas de exhibirla. Esto ayudó a los alumnos a que se dieran cuenta de la importancia del contexto y de cómo la estadística se diferencia de las matemáticas en el énfasis del mismo.

Los propósitos de esta Lección fueron:

- a) Comenzar con el proceso estadístico de interpretar y reunir información.
- b) Empezar a morar que hay diferentes tipos de información y que ésta varía.
- c) Ver y considerar diferentes fuentes de información variable.
- d) Desarrollar una encuesta para usar y recolectar información para actividades futuras (encuestas de alumnos).
- e) Saber que la estadística es parte de la matemática y que el contexto de la información es importante.

### Características

Se dedicaron 4 sesiones, del 3 – 6 de noviembre, para el diagnóstico

### Descripción de la Lección.

#### Primera sesión.

En esta primera sesión se desarrollaron los propósitos enunciados en (a) y en (b). La clase comenzó con preguntas sobre qué tipo de alumnos estaban inscritos en la escuela (secundaria 197) y se encontraban en ese grupo. Esto derivó en la formulación

de preguntas relacionadas con la elección de la escuela, la cercanía con el domicilio, la manera de transportarse y el tiempo que tardaban en hacerlo.

En esta actividad, los estudiantes, informalmente, discutieron muchas ideas estadísticas como: métodos para recabar información, variaciones en la información, redacción de preguntas, reseña de información, y representaciones de muestras de información y muestras que representan a la población.

Cada uno de los estudiantes escribió las respuestas a las preguntas 1 y 2 de la Hoja de Trabajo A (ver p. 66) para después comunicar éstas a sus compañeros. Esta actividad permitió a los adolescentes identificar las diferencias y similitudes en las respuestas que cada uno de ellos proporcionó. También se les pidió que pensarán en otras preguntas que les gustaría realizar a sus compañeros y que les sirvieran para conocer más sobre ellos.

Garfield y Zvi (2008) mencionan que muchos estudiantes pueden terminar un curso de estadística sin preguntarse de dónde vino la información o también pueden no darse cuenta de cómo fue recopilada. Al retomar la afirmación de los autores, podemos ver que la actividad que implementamos en la Secundaria Canadá permitió a los alumnos reconocer la importancia de obtener información porque sabían de dónde había surgido. Moore (1997), en el mismo tenor, nos recuerda la importancia que tiene saber recolectar información en un estudio de estadística:

La estadística puede ayudar a guiarnos usando información para explorar lo desconocido, a producir información confiable, a interpretar la información y conseguir de esta manera una conclusión que indique que tan confiable es la información que hemos obtenido. (Ibídem: 801)

Para retomar lo que plantea Moore, se pidió a los alumnos que contestaran las siguientes preguntas:

- |  |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"><li>1. Responde qué tipo de alumnos se encuentran inscritos en la secundaria 197, es decir, por qué eligieron la secundaria 197:</li></ol> |
| <hr/>  |
| <ol style="list-style-type: none"><li>2. Especifica quiénes están en el grupo 2º. B turno vespertino.</li></ol>  |

Fig. 3.3. Primera parte de la Hoja de Trabajo A correspondiente a la Fase 1.

Con las preguntas de la Fig. 3.3 se buscaba que los alumnos se dieran cuenta que éstas sirven para generar información y que si en este grupo la información obtenida se repite en varias ocasiones es porque las respuestas que aportaron los estudiantes fueron muy similares. La similitud de las respuestas logró hacer pensar a los alumnos que todos sus compañeros eligieron esta secundaria tal vez por las misma razón. Estas preguntas nos permitieron indagar acerca de las características que tienen los alumnos que ingresaron a la escuela secundaria “Canadá” y que se encontraban en ese grupo. Esta parte de la sesión permitió que los alumnos comprendieran que la información recolectada sirve para generalizar una conjetura sobre algún acontecimiento o suceso a investigar.

La clase continuó con una actividad en la que se sugirió hacer equipos de 5 integrantes y se les pidió a los alumnos escribir 3 preguntas, con la instrucción de que con estas interrogantes recolectaran diferentes tipos de información: una pregunta para obtener información numérica, una para información categórica y una última que tuviera respuesta si/no.

Los alumnos fueron alentados para formular ideas interesantes sobre lo que podrían preguntar para obtener información que a ellos les interesaba, por ejemplo: si les gustaba el futbol o qué tipo de música es la que les agradaba. Los alumnos discutieron y formularon preguntas (que fueron entregadas al profesor). Las preguntas recabadas fueron dictadas al grupo. Se solicitó que fueran escritas en las hojas de trabajo proporcionadas para que los mismos estudiantes anotaran las respuestas.

- Escribe tres preguntas que te interesaría hacer a tus compañeros para conocer información de ellos, una para obtener información numérica, una para obtener información con respuesta si/no, y una última con respuesta categórica.

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_

Fig. 3.4. Continuación de la Hoja de trabajo A correspondiente a la Fase 1.

En la Fig. 3.4 se muestran los espacios donde los alumnos escribieron las preguntas. Con estas primeras preguntas del diagnóstico (respuesta si y no, numérica y categórica), lograron comprender que las preguntas estadísticas suelen ser de estos tres tipos. Posteriormente les permitió cuantificar de una mejor manera las respuestas o resultados obtenidos. Garfield y Zvi (2008) mencionan que Roseshine, Meister y Chatman encontraron que enseñar a los estudiantes a generar preguntas resulta un gran logro, ya que involucra la comprensión del tema, así como del conjunto de respuestas que genera la investigación.

Posteriormente los alumnos comunicaron a sus compañeros las preguntas que formularon, de éstas se seleccionaron tres para cada tipo de respuesta (si y no, numérica y categórica). Fueron tomadas en cuenta aquellas que a los estudiantes les parecieron más atractivas. Estas preguntas las escribieron en la Hoja de Trabajo A y colocaron en cada una de ellas las respuestas a cada cuestionamiento. Esta actividad tuvo como producto final un cuestionario de 16 preguntas y respuestas el cual sería contestado individualmente.

3. Escribe en los espacios las preguntas y las respuestas a cada una de las interrogantes que se realizaron en tu grupo.
  - a)P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_
  - b)P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_
  - c)P. \_\_\_\_\_  
R. \_\_\_\_\_

Fig. 3.5. Ibídem.



El conjunto de preguntas que redactaron los estudiantes, fue escrito en los espacios que se muestran en la Fig. 3.5. Las preguntas fueron la base para un primer acercamiento al estudio de la estadística propósito (d) y (e). Es necesario considerar que cuando los estudiantes escribieron las preguntas estadísticas tomaron en cuenta a quiénes les serían realizadas, así como el contexto; también fue necesario que supieran que antes de escribir una pregunta debían ver si ésta les serviría para obtener la información que a ellos les interesaba (propósito c).

En síntesis, los estudiantes al considerar su contexto y los intereses de sus demás compañeros fueron capaces de realizar verdaderas preguntas estadísticas.

Segunda, tercera y cuarta sesión

En estas tres sesiones se trabajó con la Hoja de Trabajo B, mostrada en las Figuras: 3.6 y 3.7.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_ FECHA : \_\_\_\_\_

*Primera semana*

**"PRIMER ACERCAMIENTO A LA REALIZACIÓN E INTERPRETACIÓN DE UNA GRÁFICA"**

*Hoja de trabajo B*

A. Contesta las siguientes preguntas:

- 1) ¿Por qué consideras es importante recabar información de un evento o caso de estudio que a ti te interese?  
\_\_\_\_\_
- 2) ¿Qué importancia tiene realizar preguntas para obtener información que a ti te interesa?  
\_\_\_\_\_
- 3) ¿Cuáles fueron las características que tienen las tres preguntas que realizaron en equipos y qué tipo de información se puede obtener de cada una de ellas?  
\_\_\_\_\_

B. Selecciona de todas las preguntas que realizaron la clase anterior únicamente tres una para cada tipo de respuesta, dibuja una tabla para la pregunta con respuesta sí/no, una para la pregunta con respuestas numérica y otra para la pregunta de información categórica, coloca en cada tabla cada una de las interrogantes y la frecuencia de los resultados obtenidos, al terminar de recabar la información realiza una gráfica diferente para cada tipo de pregunta escribiendo porque elegiste ese tipo de gráfica y enseguida intenta analizar los resultados, es decir, escribe lo que puedes observar en cada una de ellas (tu interpretación).

- TABLA Y GRÁFICA 1:  
PREGUNTA: \_\_\_\_\_

¿Por qué elegiste este tipo de gráfica?  
\_\_\_\_\_

Escribe tu interpretación al observar la gráfica que realizaste  
\_\_\_\_\_

Fig. 3.6. Primera parte de la Hoja de Trabajo B.  
Actividades realizadas con los estudiantes de secundaria



La sección A de la Hoja de trabajo B que se observa en la Fig. 3.8 comienza con tres interrogantes que tienen un propósito específico: la primera pretendió que los estudiantes explicaran brevemente por qué es necesario acopiar información de un evento o caso que a ellos les interesa; la segunda pretendió que los estudiantes mencionaran cuál es la importancia de realizar preguntas para obtener información; la tercera pregunta buscó que los adolescentes especificaran las características que tienen las tres preguntas que realizaron y qué tipo de información podía ser obtenida de éstas.

<p>A. Contesta las siguientes preguntas:</p> <p>1) ¿Por qué consideras es importante recabar información de un evento o caso de estudio que a ti te interese?</p> <hr/> <p>2) ¿Qué importancia tiene realizar preguntas para obtener información que a ti te interesa?</p> <hr/> <p>3) ¿Cuáles fueron las características que tienen las tres preguntas que realizaron en equipos y qué tipo de información se puede obtener de cada una de ellas?</p>
--

Fig. 3.8. Primera parte de la Hoja de trabajo B correspondiente a la Fase 1.

Cada uno de los incisos de la Fig. 3.8 fue pensado para permitir a los estudiantes reflexionar acerca de la realización de las interrogantes así como sobre utilización. Garfield y Zvi (2008) refieren, en relación con lo anterior, que la generación de preguntas es un componente para que los estudiantes lleven consigo un nivel más alto de funciones cognoscitivas. Estas funciones cognoscitivas permitirán a los alumnos reflexionar sobre su entorno, ya que ponen en juego muchas habilidades y competencias en la construcción de las interrogantes.

Para concluir con esta serie de actividades, el grupo seleccionó únicamente tres de todas las preguntas que realizaron la clase anterior; una que para cada tipo de respuesta (numérica, si/no y categórica). En la tercera y cuarta sesión se dibujaron en el pizarrón una tabla para la pregunta con respuesta si/no, otra para la pregunta con respuestas numéricas y una última para la pregunta de información categórica. En cada

una se colocaron las interrogantes propuestas por los estudiantes y la frecuencia de los resultados obtenidos.

B. Selecciona de todas las preguntas que realizaron la clase anterior, únicamente tres, una para cada tipo de respuesta, dibuja una tabla para la pregunta con respuesta si/no, una para la pregunta con respuestas numérica y otra para la pregunta de información categórica, coloca en cada tabla cada una de las interrogantes y la frecuencia de los resultados obtenidos, al terminar de recabar la información realiza una gráfica diferente para cada tipo de pregunta escribiendo porque elegiste ese tipo de gráfica y enseguida intenta analizar los resultados, es decir, escribe lo que puedes observar en cada una de ellas (tu interpretación).

- TABLA Y GRÁFICA 1:

PREGUNTA: \_\_\_\_\_

¿Por qué elegiste este tipo de gráfica?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Escribe tu interpretación al observar la gráfica que realizaste

\_\_\_\_\_

- TABLA Y GRÁFICA 2:

PREGUNTA: \_\_\_\_\_

¿Por qué elegiste este tipo de gráfica?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Escribe tu interpretación al observar la gráfica que realizaste

\_\_\_\_\_

- TABLA Y GRÁFICA 3:

PREGUNTA: \_\_\_\_\_

¿Por qué elegiste este tipo de gráfica?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Escribe tu interpretación al observar la gráfica que realizaste

Fig. 3.9. Continuación de la Hoja de trabajo B correspondiente a la Fase 1.

Al terminar de hacer el acopio de información, los alumnos realizaron para cada pregunta un tipo de gráfica distinto. Se les pidió escribir la razón de por qué eligieron

este tipo de preguntas. Hubo quienes decidieron hacer un sólo tipo de gráfica, lo que les fue permitido, pues algunos estudiantes mencionaron que sólo recordaron cómo se hacía la gráfica de barras. Este trabajo lo realizaron los estudiantes en la Hoja de Trabajo que se muestra en la Fig. 3.9.

Para conocer, en primera instancia, la manera en que los alumnos analizaron las gráficas, se les pidió que debajo de cada una escribieran lo que observaban en cada una de ellas; se trataba de que dieran su propia interpretación acerca de lo que observaban en la gráfica.

El objetivo de esta sesión fue, por un lado, estar al tanto de los conocimientos previos que los estudiantes tenían al interpretar los datos representados en las gráficas estadísticas, por otro saber la manera en que los alumnos construían una representación gráfica para los datos. Vale la pena aclarar que aunque este estudio no pretende analizar cómo es que los alumnos realizaron las gráficas, ni cuáles fueron los errores que cometieron al dibujarlas, fue de suma importancia saber cómo las representaron para entender que había influido en la interpretación de las gráficas. Con respecto a lo anterior Garfield y Zvi mencionan que la interpretación que se pueda hacer de una gráfica depende de las deficiencias o dificultades que tienen los alumnos al hacerlas, sobre todo porque una imagen gráfica permite apreciar de golpe las características relevantes de los datos.

### ***3.4.2. Fase 2. Recolección de información y elaboración de tablas y gráficas usando lápiz y papel.***

*Objetivo, Características y Descripción de las Actividades*

*Lección 2: Razonar la información*

Objetivo: Brindar a los alumnos la oportunidad de razonar la información utilizando y analizando datos numéricos a partir de la realización de una gráfica. Los datos

recolectados les permitirán a los estudiantes hacer una interpretación coherente entre la información y la gráfica.

### Características

Para esta actividad se ocuparon 4 sesiones que abarcaron del 23 de noviembre al 27 de noviembre.

### Descripción de la Lección

#### Quinta sesión

A cada alumno se le repartió una tarjeta, esta sería pegada a su espalda. La tarjeta tenía una pregunta que ellos desconocían porque se les pidió que no la vieran. Se solicitó a los jóvenes que no le comunicaran a sus compañeros que pregunta tenían; además ellos no debían comentar a sus compañeros cuál era la pregunta que tenían los demás. Cuando todos los estudiantes tenían pegada, en su espalda, la tarjeta, se levantaron de sus asientos y con cuaderno en mano recolectaron las respuestas que sus compañeros, de acuerdo a la interrogante que cada uno tenía, les proporcionaban.

Algunos ejemplos de las preguntas que a los estudiantes se les repartió fueron:

- ¿Cuántas horas dormiste anoche?
- ¿Cuántos años tiene tu mamá?
- ¿Cuántos estados hay en nuestro país?
- ¿Cuál es el último dígito de tu número telefónico? etc.

Una vez que los alumnos recolectaron la información, se sentaron y observaron los datos, posteriormente realizaron una tabla en la que especificaron las cantidades que obtuvieron y la frecuencia de cada uno de los datos. En las Figuras: 3.10 y 3.11 se pueden ver algunos momentos de esta sesión.<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> El análisis de esta actividad se realiza en el capítulo siguiente.



Fig. 3.10. Estudiantes recolectando información.



Fig. 3.11. Ibídem.

### Sexta y séptima sesión

En la séptima sesión, en equipos de dos o tres integrantes, los adolescentes hicieron en un pliego de papel bond la gráfica de la información que recolectaron. Los alumnos se pusieron de acuerdo en la elección de un tipo de gráfica (poligonal, de barras o circular), para representar la información obtenida; además seleccionaron qué tipo de gráfica utilizar. Al observar los datos ya organizados en una tabla y gráfica, los estudiantes realizaron una hipótesis sobre qué pregunta era la que tenían pegada en su espalda. Tomaron turno para explicar su gráfica a los demás alumnos y exponer su razonamiento. Después se les entregó la tarjeta con la verdadera pregunta para que la contrastaran con la que habían propuesto.

Esta actividad buscó ver la forma en que los alumnos razonaran la información para tomar decisiones. La información recolectada les sirvió para ponerle un título a la gráfica y a cada uno de los ejes, lo que los facultó para generar un comentario de ésta.

Los estudiantes, al aprender a formular preguntas, a recolectar información y a analizarla caminaron en dos líneas delgadas, pues de acuerdo a Garfield y Zvi:

Primero deben averiguar cómo hacer una pregunta estadística lo suficientemente estadística para que pueda recolectar información asegurándose que en el proceso no trivialice la pregunta. Segundo, deberá aprender a ver que la información es parte del mundo real y tener cuidado de no de tratar la información como número solamente. Ellos deberán mantener una perspectiva de la información como número en contexto mientras que al mismo tiempo abstraen la información de ese contexto. (Garfield y Zvi, 2008)

El planteamiento anterior permite distinguir claramente que la lección trabajada fue importante ya que exhortó a los estudiantes a recolectar y analizar muestras de información logrando, con ello, establecer inferencias y relaciones al tomar en cuenta sus conocimientos previos y su contexto. Algunas imágenes del trabajo de los estudiantes se pueden ver en las Figuras: 3.12, 3.13 y 3.14.



Fig. 3.12. Ejemplo de gráfica elaborada por uno de los equipos de estudiantes.

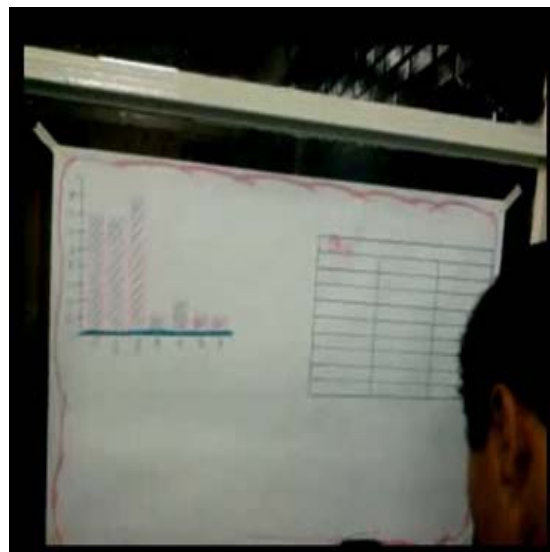


Fig. 3.13 Ejemplo de tabla y gráfica elaboradas por otro de los equipos.



Fig. 3.14. Tabla elaborada por el mismo equipo que aparece en la Fig.3.12.

### **3.4.3. Fase 2. Realización colectiva de un experimento aleatorio y procesamiento de los resultados usando lápiz y papel**

*Objetivo, Características y Descripción de las Actividades. Lección 3: Experimento al azar*

Objetivo: La actividad tres involucró la realización de un experimento al azar, utilizando lápiz y papel y el software FATHOM. Después de que el experimento fue realizado y los datos fueron reunidos por los alumnos, los datos se organizaron en una tabla y en una gráfica para poder verlos con mayor claridad. Los alumnos, una vez que observaron estos resultados, escribieron un comentario acerca de los datos representados. Con esta actividad, pretendimos que los estudiantes mejoraran en lo que concierne a la interpretación de gráficas estadísticas.

Características: Para la tercera actividad se necesitaron 5 sesiones que abarcaron de 7-11 de diciembre.<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Cabe mencionar que esta actividad contempla dos etapas: la primera (Etapa 1) se realizó a lápiz y papel y para ello se utilizó la Hoja de Trabajo C que se muestra en las Figuras. 3.15 - 3.18.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Segunda semana: Sesión 8

"EXPERIMENTO AL AZAR: COCA COLA O PEPSI"

I: (Actividad usando lápiz y papel)

Hoja de trabajo C

Número de equipo: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_

Integrantes:

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

1. ¿Crees que puedes identificar correctamente con los ojos vendados entre dos marcas de refrescos diferentes únicamente con probarlas, por ejemplo entre la Coca Cola y la Pepsi, por qué?

2. Con la participación de todos los integrantes de tu equipo reparte el trabajo, es decir selecciona por turnos quien va a ser el probador, el que registra los resultados de cada uno de los participantes y el que sirve y lleva las bebidas al probador. Todas las respuestas deben ser registradas en el espacio que le corresponda a cada uno de los probadores.

Utiliza las siguientes iniciales "C" para Coca Cola y "P" Pepsi y coloca una palomita en error/acierto según haya sido la respuesta de cada uno de tus compañeros

Fig. 3.15. Primera parte de la Hoja de Trabajo C.  
Actividades realizadas con los estudiantes de secundaria.

a)

Nombre del probador:	Prueba (marca)	Acierto	Error
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
Totales:			

Fig. 3.16. Segunda parte de la Hoja de Trabajo C.

3. Piensa cuál es la probabilidad aproximada de acierto y de error del equipo y escríbelo en el espacio en blanco.

$P(A)$  = \_\_\_\_\_

$P(\bar{A})$  = \_\_\_\_\_

Infórmate de cada una de las probabilidades que obtuvieron los demás equipos en tu grupo. Con ayuda de tu maestro encuentra la probabilidad total de aciertos y errores que tiene tu salón de clase al sumar cada uno de las probabilidades de acierto y error de cada uno de los equipos. Finalmente realiza una gráfica en donde se puedan observar los aciertos y errores del experimento e interpreta la gráfica, escribe la información que ésta le brinda.

4. Infórmate de cuál es la probabilidad de aciertos y errores de cada uno de los equipos y escríbelo.

a) Equipo 1:

$P(A)$  = \_\_\_\_\_

$P(\bar{A})$  = \_\_\_\_\_

b) Equipo 2:

$P(A)$  = \_\_\_\_\_

$P(\bar{A})$  = \_\_\_\_\_

c) Equipo 3:

$P(A)$  = \_\_\_\_\_

$P(\bar{A})$  = \_\_\_\_\_

d) Equipo 4:

$P(A)$  = \_\_\_\_\_

$P(\bar{A})$  = \_\_\_\_\_

e) Equipo 5:

$P(A)$  = \_\_\_\_\_

$P(\bar{A})$  = \_\_\_\_\_

f) Equipo 6:

$P(A)$  = \_\_\_\_\_

$P(\bar{A})$  = \_\_\_\_\_

5. Haz lo que se te indica a continuación.

a) Registra en una tabla los aciertos y errores de todos los equipos.

Fig. 3.17. Tercera parte de la Hoja de Trabajo C.

b) Piensa: ¿cuál es la probabilidad de aciertos y errores de todo el grupo y haz una gráfica con este resultado.

Grupo 2-8:

$P(A) =$  \_\_\_\_\_

$P(B) =$  \_\_\_\_\_

GRÁFICA:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Haz una gráfica que muestre el aumento del número de pruebas y el comportamiento de la probabilidad de aciertos con respecto a ese aumento.

GRÁFICA:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Fig. 3. 18. Cuarta parte de la Hoja de Trabajo C.

En la segunda Etapa, al usar el software FATHOM, los estudiantes realizaron la misma actividad que en la Etapa 1 pero ahora utilizando un recurso tecnológico.

Descripción de la Lección.

### **Etapa 1: Lápiz y papel.**

Octava, novena y decima sesiones.

La lección fue iniciada preguntándole a los alumnos cuántos creían podían identificar, correctamente, con los ojos vendados, dos marcas de refresco (Coca-Cola o Pepsi). Se repartió a los estudiantes una pequeña cantidad de estas bebidas para que las degustaran, trataran de identificarlas y de diferenciarlas; enseguida se entregó a los estudiantes la Hoja de trabajo C (ver p.81) y se les pidió que conforme realizaran la actividad la fueran contestando.

<b>"EXPERIMENTO AL AZAR: COCA COLA O PEPSI"</b>	
<b>FASE 3: (Actividad usando lápiz y papel)</b>	
Número de equipo: _____	Grupo: _____
Integrantes:	
• _____	
• _____	
• _____	
• _____	
• _____	
1. ¿Crees que puedes identificar correctamente, con los ojos vendados, entre dos marcas diferentes de refrescos únicamente con probarlas, por ejemplo entre la Coca Cola y la Pepsi? ¿Por qué?	

Fig. 3.19. Primera parte de la Hoja de trabajo C correspondiente a la Fase 3.

Podemos ver en la Fig. 3.19 que parte de la actividad consistió en que los alumnos además de escribir la respuesta a la pregunta, también la compartieran con sus compañeros, lo cual les permitió generar una hipótesis acerca del experimento. Posteriormente a cada uno de los adolescentes se le explicó cómo debían realizar este experimento. Se formaron equipos de 5 integrantes. Cada uno, por orden, se convirtió en degustador. Por turnos se les vendaron los ojos para que identificaran la marca de refresco que estaban probando. Los otros miembros del equipo, mientras tanto, fueron los encargados de vaciar el líquido en vasos (el orden fue asignado por un volado:

sol=coca águila=pepsi) y de llevarlo a los degustadores, además debían registrar en una tabla lo que pensaron los probadores al tomar los distintos refrescos.

Como cada equipo estuvo formado por 5 integrantes y cada probador tuvo 5 pruebas de líquido, en total se registraron 25 pruebas por equipo.

2. Con la participación de todos los integrantes de tu equipo reparte el trabajo, es decir selecciona por turnos quién va a ser el probador, el que registra los resultados de cada uno de los participantes y el que sirve y lleva las bebidas al probador. Todas las respuestas deben ser registradas en el espacio que le corresponda a cada uno de los probadores.

Utiliza las siguientes iniciales "C" para Coca Cola y "P" para Pepsi y coloca una palomita en error/acierto según haya sido la respuesta de cada uno de tus compañeros.

Nombre del probador:	Prueba (marca)	Acierto	Error
1.			
2.			
3.			
4.			
Total:			

Fig. 3.20. Continuación de la Hoja de trabajo C correspondiente a la Fase 3.

En la hoja de trabajo que se muestra en la Fig. 3.20, cada alumno escribió, el total de respuestas correctas. De igual manera los resultados registrados en la tabla fueron analizados. La clase discutió acerca de cuán alto debió ser el puntaje total para creer que ese alumno no estaba adivinando.

Cuando los estudiantes llevaron a cabo esta parte del experimento comenzaron a ver que las respuestas variaban y que sus hipótesis, en algunos casos, se cumplieron pero en otros no; lo que les permitió generar una conjetura de causas de este suceso. Este experimento fue usado para ayudar a los alumnos a entender y distinguir el modelo estadístico empleado para generar simulación. La muestra estadística que genere la información es clave para entender posibles conceptos estadísticos básicos.

Los alumnos aprenden sobre diferentes tipos de métodos de muestras y tipos de información que producen. Aprenden que se necesita una muestra al azar para generalizar a grupos más grandes (población) y por qué es esto importante. (Garfield y Zvi, 2008)

Para tener mayor claridad ante las suposiciones que los alumnos hicieron, los estudiantes calcularon la probabilidad de aciertos y errores que cada equipo tuvo al hacer el experimento. Podemos ver en la Fig.4.21, el espacio que a los estudiantes se les otorgó para realizar sus operaciones. Las respuestas que proporcionaron fueron colocadas en el pizarrón para que todos los demás alumnos pudieran observarlas.

<p>3. Piensa cuál es la probabilidad aproximada de acertar y de errar del equipo y escríbelo en el espacio en blanco.</p> <p>P (A)= _____</p> <p>P (E)= _____</p> <p>Infórmate de cada una de las probabilidades que obtuvieron los demás equipos en tu grupo. Con ayuda de tu maestro encuentra la probabilidad total de aciertos y errores que tiene tu salón de clase al sumar cada uno de las probabilidades de acertar y errar de cada uno de los equipos. Finalmente realiza una gráfica donde se puedan observan los aciertos y errores del experimento e interpreta la grafica. Escribe la información que ésta te brinda.</p>
--

Fig. 4.21. Ibidem.

En la Fig. 3.22 se puede observar parte de la Hoja de Trabajo C, donde los estudiantes colocaron las probabilidades de todos los equipos y la probabilidad de aciertos y errores de todo su grupo. La probabilidad de aciertos y errores generada al





Haz una gráfica que muestre el aumento de las probabilidades al acertar. Realiza en una gráfica la probabilidad de acertar cuando se realizan, 25, 50, 75, 100, 125 y 150 veces el mismo experimento

GRÁFICA:

Escribe tu interpretación de la gráfica:

---

Fig. 3.23. Parte final de la hoja de trabajo de la Fase 3.

Los alumnos observaron y compararon los gráficos realizados, lo que les permitió generar sus propias conjeturas, mismas que comunicaron a sus compañeros para finalmente generar una conclusión o interpretación acerca de la información que obtuvieron luego de la realización del experimento.

Vea las Fig. 3.22 y 3.23.

En correspondencia con la narración de nuestro experimento, Garfield y Zvi (2008) mencionan que al realizar un experimento los alumnos aprenden la importancia del azar ya que deducen una causa y efecto, además de que aprenden lo básico acerca de los experimentos estadísticos y qué es lo que puede hacer erróneamente al influir situaciones o variables ocultas. Este es el principio del razonamiento estadístico, que puede ser desarrollado por medio de unidades subsecuentes en exploración de información y análisis.

#### **3.4.4. Fase 3. Realización de tablas y gráficas usando el software FATHOM**

##### ***Etapa 2: Trabajando con Fathom.***

Onceava y doceava sesiones

Objetivo: Introducir a los alumnos en la exploración y manejo del software FATHOM. Utilizar este software en la Lección 3: Experimento al azar.

Onceava sesión

La clase se llevó a cabo en la sala de medios, en la que, con ayuda del cañón se proyectó en el pizarrón el software FATHOM. A los alumnos se les mostró lo que hace cada uno de los iconos, además se les indicó cómo podía crear en él una colección, una tabla, y una gráfica. Con base en algunos ejemplos, se enseñó a los estudiantes cómo es que funciona el software. Esta actividad les permitió ver el uso y la aplicación que este software tiene en la resolución de problemas de estadística y probabilidad.

Además se entregó a cada uno de los alumnos, una guía de trabajo para usar FATHOM (Ver anexo I), en la cual encontraron de manera resumida, la explicación de cómo realizar una colección, una tabla y una gráfica. La guía les sirvió de apoyo para resolver, en la sesión posterior, las actividades de la Hoja de trabajo D. Las actividades se muestran en la Fig. 3.24. Fue en este momento que los chicos pudieron expresar sus dudas e inquietudes sobre el software.

#### Doceava sesión

Los alumnos fueron conducidos a la aula de red escolar, en cada una de las computadoras encontraron cargado el software FATHOM, se les pidió que, por parejas, abrieran el programa dando doble clic al ícono correspondiente al software, enseguida se les entregó la Hoja de Trabajo D, en la que realizarían las tablas y gráficas de la Lección 3 (que (en la primera etapa, Fase II habían realizado a lápiz y papel) usando FATHOM, además escribirían la interpretación de la información representada en las gráficas.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

**"EXPERIMENTO AL AZAR: COCA COLA O PEPSI"**

**FASE II: (Actividad usando el software FATHOM)**

Hoja de trabajo D

OBJETIVO: que los alumnos usen el software Fathom para realizar la actividad anterior (fase I: lápiz y papel) aplicando los conocimientos previos y la exploración del programa.

1. Realiza una tabla y una grafica usando Fathom que represente la probabilidad de aciertos y errores de tu grupo al hacer el experimento coca. Pepsi. Y escribe un comentario acerca de la gráfica.
2. Haz una grafica que represente el aumento de probabilidades al acertar en el experimento "coca-pepsi" de tu grupo. Escribe un comentario acerca del comportamiento de las probabilidades.

OBSERVA LA ULTIMA GRAFICA QUE REALIZASTE USANDO FATHOM Y CONTESTA:

1. ¿Cuál es la probabilidad de acertar al hacer la menor cantidad de pruebas y la mayor cantidad de pruebas? ¿cómo son las probabilidades, existen diferencias? ¿por qué?

\_\_\_\_\_

2. ¿A partir de qué cantidad de pruebas la probabilidad de acertar comienza a variar? ¿Por qué crees que suceda esto?

\_\_\_\_\_

3. Observa la grafica y menciona, ¿Cuál es la probabilidad de acertar al hacer 25, 75 y 100 pruebas, compara estas probabilidades e indica cómo es que varían? ¿a qué se debe este cambio?

\_\_\_\_\_

4. Si hiciéramos este mismo experimento 200, 500 y 1000 veces, podrías predecir ¿cual sería la probabilidad de acertar? ¿Por qué crees que serian estos resultados?

\_\_\_\_\_

5. Escribe un comentario sobre la utilización del software Fathom.

\_\_\_\_\_

Fig. 3.24. Hoja de Trabajo D usando el software FATHOM

En la última parte de esta Hoja de Trabajo, mostrada en la Fig. 3.25 hay 5 preguntas que permitieron a los estudiantes escribir las ventajas y desventajas que encontraron al utilizar el software FATHOM. Las preguntas sirvieron también para hacer reflexionar a los alumnos sobre el experimento.

<p>OBSERVA LA ULTIMA GRÁFICA QUE REALIZASTE USANDO FATHOM Y CONTESTA:</p>
<p>1. ¿Cuál es la probabilidad de acertar al hacer la menor cantidad de pruebas y la mayor cantidad de pruebas? ¿Cómo son las probabilidades, existen diferencias? ¿Por qué?</p>
<p>2. ¿A partir de qué cantidad de pruebas la probabilidad de acertar comienza a variar? ¿Por qué crees que suceda esto?</p>
<p>3. Observa la gráfica y menciona, ¿Cuál es la probabilidad de acertar al hacer 25, 75 y 100 pruebas, compara estas probabilidades e indica cómo es que varían? ¿A qué se debe este cambio?</p>
<p>4. Si hiciéramos este mismo experimento 200, 500 y 1000 veces, podrías predecir ¿Cuál sería la probabilidad de acertar? ¿Por qué crees que serían estos resultados?</p>
<p>5. Escribe un comentario sobre la utilización del software Fathom.</p>

Fig. 3.25. Últimas preguntas de la Hoja de Trabajo D, al usar el software FATHOM.

Cada uno de los cuestionamientos anteriores permitió que los estudiantes, al observar la tabla y gráfica de resultados del experimento “Coca-Cola o Pepsi”, lograran generar o generalizar una idea, lo que fue útil para que validaran o rechazaran la hipótesis que, en algún momento de la lección, comunicaron a sus compañeros y a su profesor.

La última de las interrogantes (pregunta cinco) sirvió para conocer lo que pensaron los jóvenes de la utilización de FATHOM, logrando que expresaran parte de su experiencia al realizar un mismo experimento pero usando distintas herramientas: lápiz y papel y el software FATHOM.

# CAPÍTULO IV

## ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

### 4.1. NIVELES DE INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS CONSIDERADOS PARA EL ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS.

El análisis de datos y resultados de esta investigación se describe en este capítulo: las respuestas que los alumnos escribieron en las hojas de trabajo correspondientes a cada una de las Fases de la investigación, (Fase 1. Diagnóstico, Fase 2. Lápiz y papel y Fase 3. Usando el software FATHOM). El análisis se hizo tomando en cuenta los diferentes niveles de interpretación de información de gráficas estadísticas propuestos por Gerber, Boulton y Bruce (2001).

Gerber, Boulton y Bruce encontraron en su investigación que los estudiantes al mirar una gráfica pueden generar comentarios, conclusiones e interpretaciones diversas. Las diferencias que tienen los adolescentes en las formas de pensar permitieron a los autores identificar siete categorías. A continuación se presenta un resumen de las principales características de cada una de ellas (mencionados en el capítulo II).

Las características más relevantes de cada uno de los siete niveles de interpretación de gráficas son:

#### **Nivel 1.**

- No se centran en los datos, sino en las características de una gráfica.
- Tienen dificultades para interpretar el contenido de las gráficas.
- Son incapaces de procesar información contenida en ellas.

**Nivel 2:**

- Se interpretan aspectos parciales de los datos contenidos en una gráfica.
- No se comprende el propósito de la gráfica.

**Nivel 3:**

- Se fijan en todo el conjunto de datos aunque surgen dificultades para comprender el significado de la gráfica.
- Describen porciones discretas de los datos, más que patrones o regularidades.

**Nivel 4:**

- Son capaces de interpretar uno a uno todos los datos representados en la gráfica.

**Nivel 5:**

- Se establecen comparaciones tomando en cuenta todos los datos de la gráfica.

**Nivel 6:**

- Se usan las gráficas para apoyar, debatir, o negar sus conjeturas.
- Se va más allá de establecer similitudes y diferencias.
- Se establecen conclusiones relacionadas con sus creencias y experiencias.

**Nivel 7:**

- Se realizan predicciones acerca de un evento o situación sin que existan datos representados en la gráfica.

Cada nivel tiene una complejidad distinta, es decir las categorías implican cierto grado de entendimiento de una gráfica diferente de las demás, lo que involucra y exige

de los estudiantes diversas formas de razonamiento al interpretar los datos representados en una gráfica.

## 4.2. ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS DE CADA UNA DE LAS FASES DE LA INVESTIGACIÓN.

Como se ha mencionado, la investigación tiene tres fases. Enseguida se muestra el análisis de los datos para cada una de ellas.

### 4.2.1. Fase 1. Diagnóstico. Hojas de trabajo correspondientes a la Lección 1: Información y variabilidad.

La Fase 1 de diagnóstico se obtuvo a partir del análisis de las respuestas que los alumnos escribieron en la Hoja de Trabajo A Lección 1, Información y variabilidad (ver p. 66 y 67). Las respuestas fueron analizadas para descubrir en qué nivel de razonamiento estadístico se encontraban los alumnos que participaron en esta investigación, al interpretar la información representada en gráficas estadísticas. La forma de razonar de los estudiantes ante cada una de las interrogantes y situaciones presentadas en esta Fase, se presenta a continuación.

Algunos ejemplos de lo que la mayoría de los alumnos respondió en la primera parte de la Hoja de Trabajo A son:

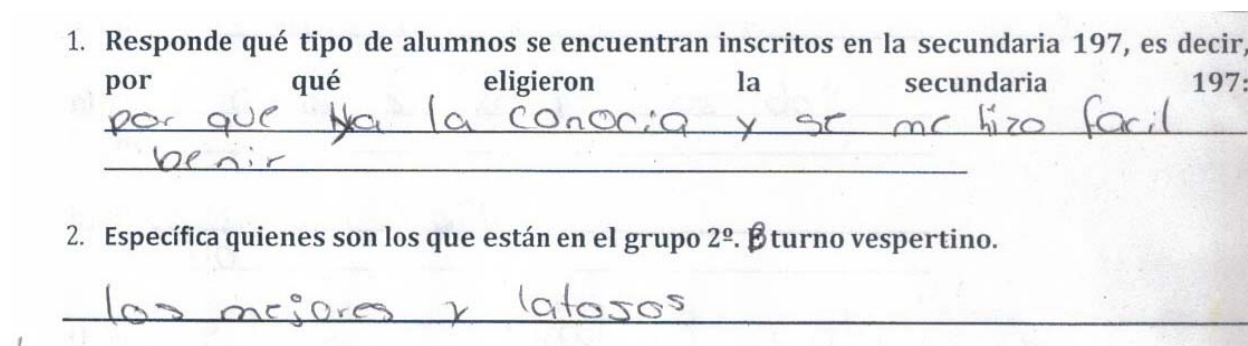


Fig. 4.1. Ejemplo 1. Hoja de trabajo A preguntas 1 y 2 correspondientes a la Fase 1.

Respuestas que proporcionó un alumno



1. Responde qué tipo de alumnos se encuentran inscritos en la secundaria 197, es decir, por qué eligieron la secundaria 197:  
por la calidad
2. Especifica quienes son los que están en el grupo 2º. B turno vespertino.  
a los que les gusta estudiar

Fig. 4.2. Ejemplo 2. Hoja de trabajo A preguntas 1 y 2 correspondientes a la Fase 1.  
Respuestas que proporcionó otro alumno.

1. Responde qué tipo de alumnos se encuentran inscritos en la secundaria 197, es decir, por qué eligieron la secundaria 197:  
por que es muy buena escuela, alumnos que quieren estudiar
2. Especifica quienes son los que están en el grupo 2º. B turno vespertino.  
los mejores alumnos

Fig. 4.3. Ejemplo 1. Hoja de trabajo A preguntas 1 y 2 correspondientes a la Fase 1.  
Respuestas que proporcionó otro alumno distinto a los dos antes mencionados.

Si tomamos en cuenta las imágenes que se muestran en las Figuras 4.2 y 4.3, notamos que en la pregunta uno, los estudiantes mencionaron que eligieron la secundaria 197 porque es buena y de calidad. Lo mismo sucedió cuando algunos de los integrantes de este equipo también en la pregunta dos contestaron que es en este grupo donde se encontraban los mejores alumnos, esto lo podemos percibir en las Figuras: 4.1, 4.2 y 4.3. Los estudiantes compartieron las respuestas que proporcionaron con sus demás compañeros y al escucharlas los estudiantes lograron identificar similitudes en las mismas.

La actividad permitió que los estudiantes se dieran cuenta de que una pregunta sirve para proporcionar información y que recabar las respuestas correspondientes son

de interés para alguien. Además pudieron observar que la información en muchas ocasiones se repite o es muy similar. De esta manera la actividad preparó a los alumnos para que paulatinamente, en el transcurso de la secuencia didáctica, formularan preguntas, diseñaran estudios y recabaran datos sobre una determinada población; aspectos importantes que les permitirán a los estudiantes comprender parte de lo que involucra estudiar Estadística.

En continuación con las actividades de la Hoja de Trabajo A, correspondiente al diagnóstico, los educandos se integraron en equipos de 5 personas, se comunicaron, entre ellos, posibles preguntas que pudieran hacer a sus compañeros.

Los adolescentes tomaron en cuenta que debían realizar preguntas que les permitieran obtener distintos tipos de información: numérica, si/no y categórica. Las respuestas de algunos equipos fueron:

- Escribe tres preguntas que te interesaría hacer a tus compañeros para conocer información sobre los mismos, una para obtener información numérica, una para obtener información con respuesta si/no, y una última con respuesta categórica.

1. Cual es el numero de tu carro?
2. Tienes perros?
3. Que musica te gusta?

Fig. 4.4. Ejemplo 1. Hoja de Trabajo A. Preguntas que realizó un equipo con distinto tipo de respuesta.

- Escribe tres preguntas que te interesaría hacer a tus compañeros para conocer información sobre los mismos, una para obtener información numérica, una para obtener información con respuesta si/no, y una última con respuesta categórica.

1. ¿Cuántos años tienes?
2. ¿Vives con tus 2 papas?
3. ¿Tu que taller vas?

Fig. 4.5. Ejemplo 2. Hoja de Trabajo A. Preguntas que realizó otro equipo con distinto tipo de respuesta.

- Escribe tres preguntas que te interesaría hacer a tus compañeros para conocer información sobre los mismos, una para obtener información numérica, una para obtener información con respuesta si/no, y una última con respuesta categórica.

1. ¿Cuántos años tienes?
2. ¿Cual es tu número de casa?
3. ¿Te gusta jugar? ¿Te gusta irte de pinta?

Fig. 4.6. Ejemplo 3. Hoja de Trabajo A. Preguntas que realizó otro equipo distinto a los dos ejemplos antes mencionados.

En los ejemplos anteriores la mayoría de los equipos logró realizar los tres tipos de preguntas, pero algunos se confundían al redactarlas. Se observa en el ejemplo 3, mostrado en la Fig. 4.6, que los integrantes de este equipo escribieron, en los incisos 1 y 2, una pregunta cuya respuesta es numérica, y en el último de los incisos dos preguntas con respuesta si/no, lo que causó que no lograran escribir alguna que tuviera una respuesta categórica. Al preguntarles por qué no lograron plasmar una pregunta

con respuesta categórica, mencionaron que no entendían que quería decir la palabra *categorica* así que se consideró oportuno intervenir para explicar las características que tiene este tipo de pregunta.

Al proseguir con el ejercicio, los alumnos seleccionaron, de todas las preguntas que hicieron, algunas para redactar un cuestionario; éste debía ser contestado individualmente. Mostramos algunos ejemplos:



Fig. 4.7. Ejemplo1. Cuestionario contestado por un alumno de secundaria.

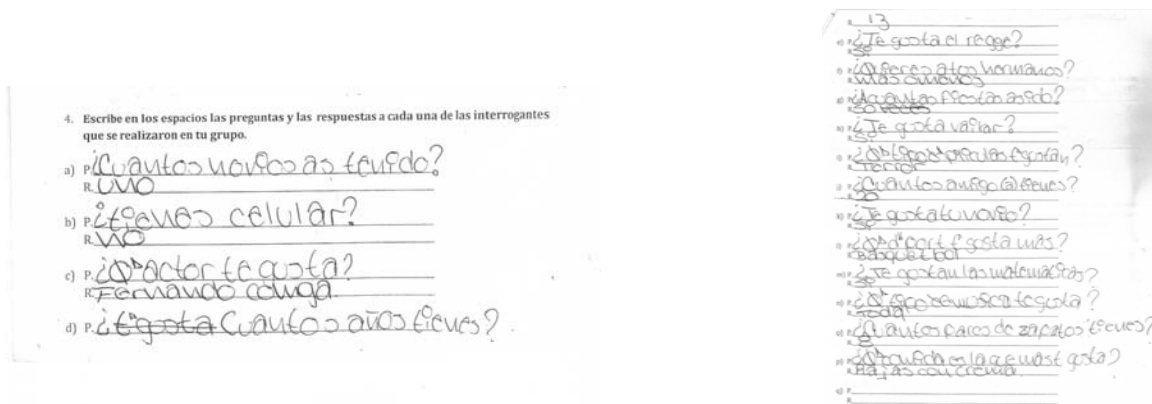


Fig. 4.8. Ejemplo 2. Cuestionario contestado por otro alumno de secundaria.

Como podemos advertir en los ejemplos que se exponen en las Figuras: 4.7 y 4.8 se escribieron un total de 16 preguntas: 4 con respuesta numérica, 4 con respuesta

si/no y finalmente 4 con respuesta categórica. Esta lista de preguntas y respuestas, de parte de los estudiantes, permitió continuar con el diagnóstico.

Al inicio de la Hoja de Trabajo B (segunda parte del diagnóstico, ver p.72 y 73) se les pidió a los estudiantes que contestaran tres preguntas. En las tablas siguientes se muestran las diversas respuestas que proporcionaron.

- a) **Pregunta 1.** ¿Por qué consideras importante recabar información de un evento o caso de estudio que a ti te interesa?

Respuestas	No. de alumnos
• Para saber si la información es buena o mala	12
• Para saber más de un tema	8
• Para tener información	7
• Para saber si nos interesa la información	3
TOTAL	30

Fig. 4.9. Hoja de Trabajo B. Pregunta 1. Tabla que muestra las respuestas más comunes de los estudiantes.

- b) **Pregunta 2.** ¿Qué importancia tiene realizar preguntas para obtener información que a ti te interesa?

Respuestas	No. de alumnos
• Para saber más sobre algo y saber si me conviene	15
• Para saber si cambia la información	10
• Para entender la información	4
• Para compararla la información con otras	1
TOTAL	30

Fig. 4.10. Hoja de Trabajo B. Pregunta 2. Tabla que muestra las respuestas más comunes de los estudiantes.

c) **Pregunta 3.** ¿Cuáles fueron las características que tienen las tres preguntas que realizaron en equipos y qué tipo de información se puede obtener de cada una de ellas?

Respuestas	No. de alumnos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que todas se contestan diferente dependiendo de lo que se pregunten.</li> </ul>	23
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que todas las preguntas nos ayudan a obtener información. 2 3 4 5 6</li> </ul>	6
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que cada una de las preguntas nos ayuda a conocer más sobre algo</li> </ul>	1
TOTAL	30

Fig. 4.11. Hoja de Trabajo B. Pregunta 3. Tabla que muestra las respuestas más comunes de los estudiantes.

Con el ejercicio anterior, la mayoría de los estudiantes logró constatar, en los incisos a), b) y c) que se muestran en las figuras 4.9, 4.10 y 4.11, que si se realizan buenas preguntas puede obtenerse información importante y útil para conocer intereses, etc. Otros también se percataron de que estas interrogantes únicamente les proporcionaban respuestas numéricas, mientras que la minoría sólo percibió la información como una manera de conocer de lo que trata un experimento o acontecimiento.

Hacer el análisis de los resultados presentados en las tablas anteriores, nos permitió concluir que los estudiantes ven la información recabada de distinta manera. Algunos ejemplos son:

1) ¿Por qué consideras es importante recabar información de un evento o caso de estudio que a ti te interese?  
para saber si es bueno o malo

2) ¿Qué importancia tiene realizar preguntas para obtener información que a ti te interesa?  
para poder interactuar más sobre algo

3) ¿Cuáles fueron las características que tienen las tres preguntas que realizaron en equipos, qué tipo de información se puede obtener de cada una de ellas?  
que se contestan diferente

A. Contesta las siguientes preguntas:

1) ¿Por qué consideras es importante recabar información de un evento o caso de estudio que a ti te interese?  
Para saber mas del tema

2) ¿Qué importancia tiene realizar preguntas para obtener información que a ti te interesa?  
para compararlo

3) ¿Cuáles fueron las características que tienen las tres preguntas que realizaron en equipo, qué tipo de información se puede obtener de cada una de ellas?  
que todas son diferentes,

1) ¿Por qué consideras es importante recabar información de un evento o caso de estudio que a ti te interese?  
para saber lo interesante de la información

2) ¿Qué importancia tiene realizar preguntas para obtener información que a ti te interesa?  
para que me que de clase y entenderla

3) ¿Cuáles fueron las características que tienen las tres preguntas que realizaron en equipo, qué tipo de información se puede obtener de cada una de ellas?  
humana, catagórica; si/no para saber contestar

A. Contesta las siguientes preguntas:

1) ¿Por qué consideras es importante recabar información de un evento o caso de estudio que a ti te interese?  
Para tener informacion

2) ¿Qué importancia tiene realizar preguntas para obtener información que a ti te interesa?  
Por que solo asi tengo mas informacion

3) ¿Cuáles fueron las características que tienen las tres preguntas que realizaron en equipo, qué tipo de información se puede obtener de cada una de ellas?  
saber bien como son todos

Fig. 4.12. Ejemplos de respuestas de los alumnos.

La segunda parte de la Hoja de Trabajo B, les permitió a los estudiantes seleccionar, del conjunto de preguntas del cuestionario de la Hoja de Trabajo A, tres interrogantes que tuvieran distinto tipo de respuesta.

Las preguntas que seleccionadas por los estudiantes fueron:

- ¿Cuántos(as) novios(as) has tenido?..... (respuesta numérica)
- ¿Te gusta bailar?..... (respuesta si/no)
- ¿Qué tipo de música te gusta?..... (respuesta categórica)

En el pizarrón fueron colocadas cada una de las preguntas anteriores y las distintas respuestas que proporcionaron los estudiantes. Los alumnos realizaron una tabla y una gráfica tomando en cuenta los datos.

Al revisar y analizar las respuestas que proporcionaron los alumnos en la Hoja de Trabajo B encontramos que tuvieron dificultades al hacer las tablas y gráficas, lo que en muchos casos impidió que pudieran expresar un comentario acerca de éstas.

Cabe señalar que aunque esta investigación no se centra en dar a conocer cuáles fueron los principales errores que tuvieron los estudiantes en la construcción de las tablas y gráficas, es importante mencionarlos porque en mayor o menor grado, influyeron en los comentarios que hicieron al interpretar los datos. En seguida se resume parte de esto.

De un total de de 30 estudiantes al hacer las tablas:

- 1 persona no realizó ninguna (3.3%).
- 17 de ellos realizó dos tablas (56.6%).
- 12 hicieron las tres tablas que correspondían a cada una de las preguntas (40%).

De los 29 alumnos que hicieron dos o tres tablas:

- 10 de ellos las dejaron incompletas (34.4%).
- 19 las terminaron (65.5%).

También destacamos que los principales errores<sup>5</sup> que encontramos al revisar las tablas son:

a) Tabla para Gráfica de barras.

Los alumnos no calcularon la frecuencia absoluta y/o relativa (14 alumnos - 48.2%).

b) Tabla para Histograma.

Los alumnos no agruparon los datos en intervalos de clase y no calcularon la marca de clase y/o frecuencia relativa (16 alumnos - 55.1%).

---

<sup>5</sup> Los errores fueron distintos de acuerdo al tipo de gráfica que decidieron realizar.



c) Tabla para Gráfica circular.

Los alumnos no convirtieron la frecuencia absoluta en porcentaje y/o convirtieron éste a grados (16 alumnos – 55.1%).

Los resultados obtenidos, una vez que solicitamos a los alumnos realizar las gráficas que correspondían a cada tabla, pueden ser agrupados de la siguiente manera:

- 3 alumnos no realizaron ninguna gráfica (10%).
- 4 alumnos realizaron una gráfica (13.3%).
- 13 alumnos realizaron dos gráficas (43.33%).
- 10 alumnos realizaron las tres gráficas (33.3%).

En la construcción de las gráficas hechas por los veintisiete alumnos, se hallaron detalles precisos en la construcción de estas:

- a) No colocaron título en la gráfica ni en ambos ejes (23 alumnos – 85.1%).
- b) No colocaron etiquetas que permitieran identificar los datos que se encontraron en las gráficas (23 alumnos – 85.1%).
- c) La graduación que los estudiantes hicieron en los ejes no correspondía con datos representados en las tablas (8 alumnos – 29.6%).
- d) Eligieron erróneamente la escala para representar los datos numéricos o categorías (12 alumnos – 44.4%).
- e) No lograron distinguir diferencias al realizar gráficas de barras e histogramas. (6 alumnos – 22.2%).
- f) En el caso de la gráfica circular no utilizaron correctamente el transportador, lo que dificultó su construcción (18 alumnos – 66.6%).

Es razonable comprender, basándonos en cada uno de los incisos anteriores, por qué los alumnos en la Fase I tuvieron varias dificultades al interpretar las tablas y gráficas.

#### 4.2.1.1. Análisis de la interpretación de información de las gráficas estadísticas realizadas en la Fase 1.

A continuación, en varias tablas y gráficas, se muestran los diversos niveles de razonamiento que tuvieron los alumnos de segundo grado de secundaria al interpretar, de acuerdo al marco teórico de Gerber, Boulton y Bruce (2001), la información representada en gráficas estadísticas.

En la Hoja de Trabajo B se pidió a los estudiantes que al final de cada tabla y gráfica escribieran, con base en la información recabada, una interpretación de los datos representados.

En las siguientes tablas pueden observarse los comentarios que los alumnos escribieron en cada una de las preguntas.

#### 1. Comentarios que los alumnos de secundaria proporcionan al realizar la gráfica de la pregunta con respuesta categórica: ¿Qué tipo de música te gusta?

COMENTARIOS	NO. DE ALUMNOS
a) A la mayoría de mis compañeros les gusta el <i>reggaetón</i>	15
b) La música que les gusta a mis compañeros y la que no tanto.	2
c) Podemos observar todos los tipos de música que les gusta a mis compañeros.	2
d) No contestaron	8
<b>TOTAL</b>	<b>27</b>

Fig. 4.13. Hoja de Trabajo B. Pregunta categórica. Tabla que muestra la frecuencia de los comentarios que proporcionaron los estudiantes en cada gráfica.

En la tabla de la Fig. 4.13 podemos observar que la mayoría de los estudiantes, en particular los que respondieron como aparece en los incisos (a) y (c), se encontraban en el nivel 3 (para definición del nivel ir a p. 49), ya que la mayoría en el momento de escribir el comentario consideró todos los datos representados pero fijó su atención en uno de los datos y no en el conjunto de éstos, lo cual también está representado en la gráfica. Es importante mencionar que las personas que no contestaron (ver inciso (d)) se encontraban en el nivel 1 debido a las dificultades que tuvieron al tratar de interpretar la información representada en las gráficas. Así mismo, en el nivel 2 se encontraban los estudiantes que centraron su atención en aspectos parciales del gráfico pero no llegaron a comprender el propósito de la gráfica (ver incisos (b) y (c)). Algunos ejemplos que son evidencia de lo anterior son:

• TABLA Y GRÁFICA 1:  
PREGUNTA: ¿Que tipo de música te gusta? (categorica)

Datos

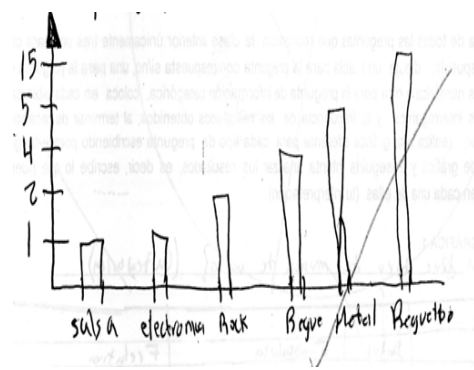
Datos	F. Absoluta	F. Relativa
Reggeton	15	$\frac{15}{28} = 0.53$
Metal	5	$\frac{5}{28} = 0.17$
Regge	4	$\frac{4}{28} = 0.14$
Rock	2	$\frac{2}{28} = 0.07$
Electronica	1	$\frac{1}{28} = 0.03$
Salva	1	$\frac{1}{28} = 0.03$

¿Por qué elegiste este tipo de gráfica?  
por que es la mas facil

Escribe tu interpretación al observar la gráfica que realizaste

• Describe tu interpretación al observar la gráfica que realizaste

• Que a todos les gusta reggeton



• B. Selección de todas las preguntas que realizaron la clase anterior únicamente tres una para cada tipo de respuesta, dibuja una tabla para la pregunta con respuesta si/no, una para la pregunta con respuestas numérica y otra para la pregunta de información categórica, coloca en cada tabla cada una de las interrogantes y la frecuencia de los resultados obtenidos, al terminar de recabar la información realiza una gráfica diferente para cada tipo de pregunta escribiendo porque elegiste ese tipo de gráfica y enseguida intenta analizar los resultados, es decir, escribe lo que puedes observar en cada una de ellas (tu interpretación).

• TABLA Y GRÁFICA 1:  
PREGUNTA: ¿Que tipo de música te gusta? (categorica)

Datos:	F. Absoluta	F. Relativa
Reggeton	15	$\frac{15}{28} = 0.53$
Metal	5	$\frac{5}{28} = 0.17$
Regge	4	$\frac{4}{28} = 0.14$
Rock	2	$\frac{2}{28} = 0.07$
Electronica	1	$\frac{1}{28} = 0.03$
Salva	1	$\frac{1}{28} = 0.03$
Total	28	0.97

¿Por qué elegiste este tipo de gráfica?  
es la mas facil

Escribe tu interpretación al observar la gráfica que realizaste  
a max mas alumnos q les gusta el reggeton

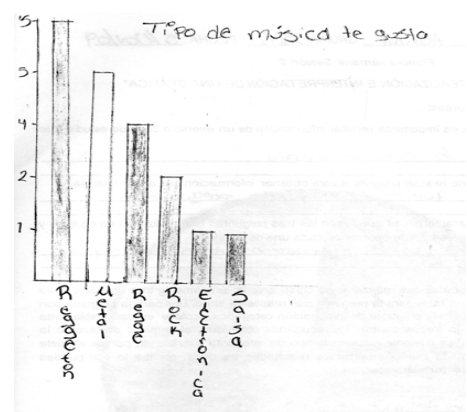


Fig. 4.14. Fase I. Diagnóstico. Pregunta con respuesta categórica. Ejemplos de los distintos niveles de razonamiento que tienen alumnos de segundo de secundaria al interpretar la información representada en una gráfica.

**2. Comentarios que los alumnos de secundaria proporcionan al realizar la gráfica de la pregunta con respuesta numérica: ¿Cuántos novios (as) has tenido?**

<b>COMENTARIOS</b>	<b>NO. DE ALUMNOS</b>
a) Que la mayoría ha tenido dos novios (as)	16
b) Que hay muy pocos que no han tenido novio (a)	2
c) No contestaron	9
<b>TOTAL</b>	<b>27</b>

Fig. 4.15. Hoja de Trabajo B. Pregunta numérica. Tabla que muestra la frecuencia de los comentarios que proporcionaron los estudiantes en cada gráfica.

En la Fig. 4.15 distinguimos que 18 alumnos respondieron de la forma que se menciona en los incisos (a) y (b), los jóvenes siguen manteniéndose en el nivel 3 de interpretación de gráficas estadísticas. Los estudiantes al observar las gráficas, fijaron su atención en los datos más sobresalientes, es decir, comúnmente en los datos que tienen una frecuencia mayor (como es el caso), o también en los que tienen una menor. De igual manera existió un número significativo de adolescentes que no contestaron (ver inciso (c)): en total 9 estudiantes que se encontraban en el nivel 1. Esta situación permite ver nuevamente que existieron dificultades al interpretar la información contenida en las gráficas. Ejemplos del trabajo de los estudiantes son:

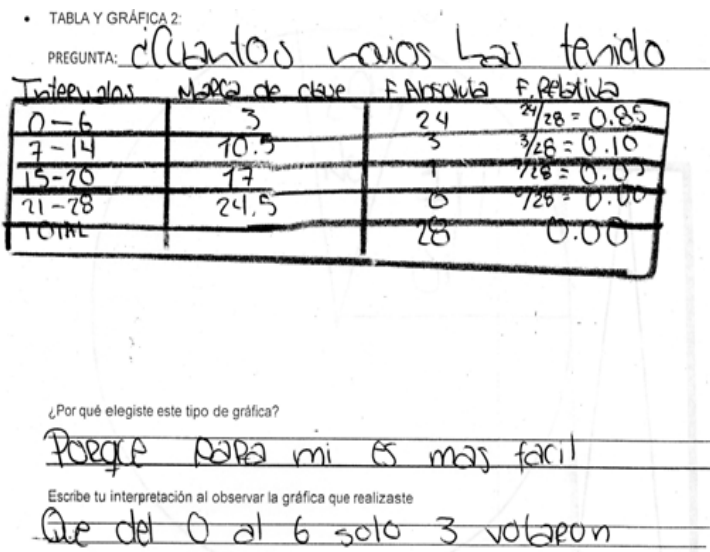
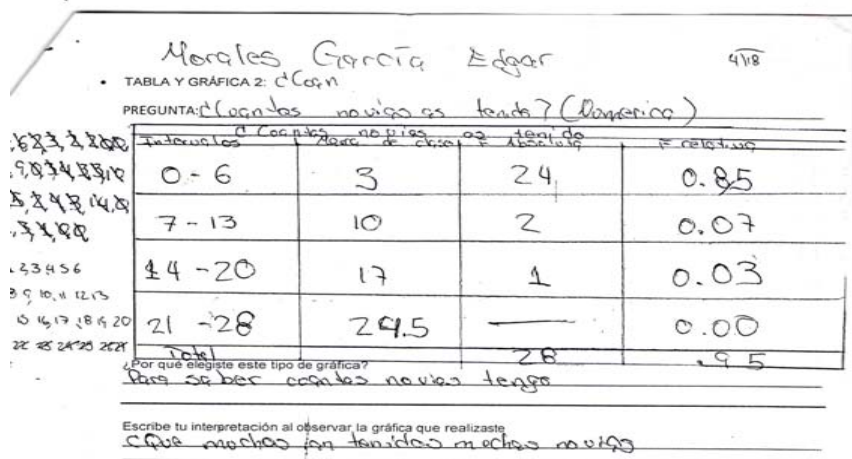


Fig. 4.16. Fase I. Diagnóstico. Pregunta con respuesta numérica. Ejemplos de los distintos niveles de razonamiento que tienen alumnos de segundo de secundaria al interpretar la información representada en una gráfica.

### 3. Comentarios que los alumnos de secundaria proporcionan al realizar la gráfica de la pregunta con respuesta si/no ¿Te gusta bailar?

COMENTARIOS	NO. DE ALUMNOS
a) Que a la mayoría les gusta bailar.	10

b) Que al 70% le gusta bailar y al 30% no	2
c) Que hay muy pocos que no les gusta bailar	1
d) No contestaron	14
<b>TOTAL</b>	<b>27</b>

Fig. 4.17. Hoja de Trabajo B. Pregunta si/no. Tabla que muestra la frecuencia de los comentarios que proporcionaron los estudiantes en cada gráfica.

Finalmente al observar la tabla de la Fig. 4.17 concluimos que en la Fase 1 (de diagnóstico) la mayoría de los estudiantes de segundo grado de secundaria se encontraron ubicados en los niveles 1 (ver inciso (d), y (a), (b) y (c), respectivamente) de interpretación de información de gráficas estadísticas. Ejemplos:

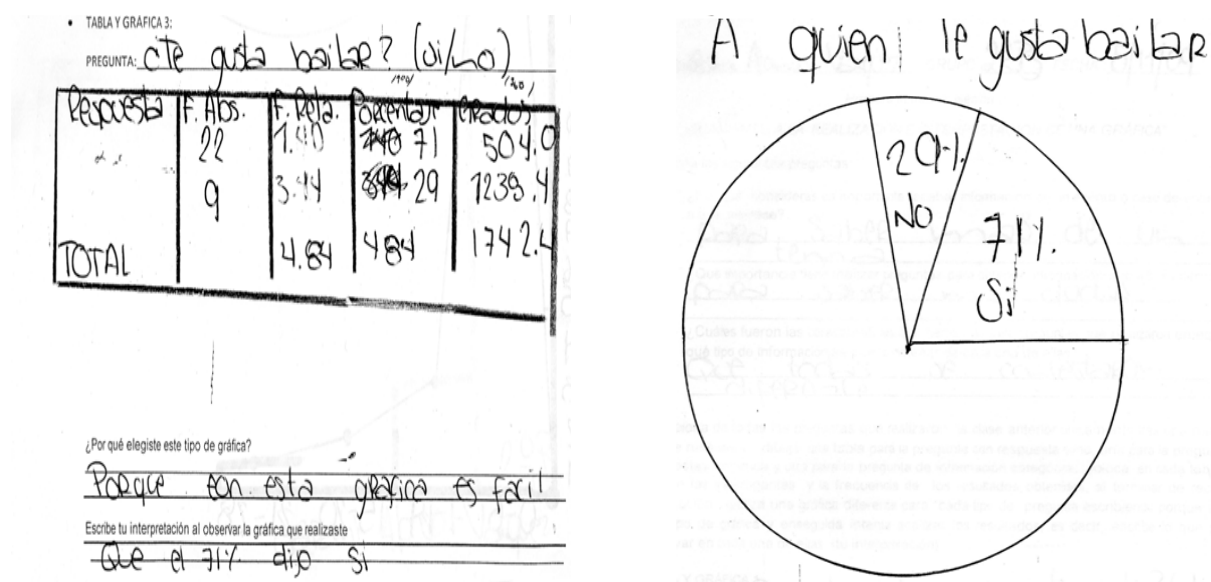


Fig. 4.18. Fase I. Diagnóstico. Pregunta con respuesta si/no. Ejemplo de los distintos niveles de razonamiento que tienen alumnos de segundo de secundaria al interpretar la información representada en una gráfica.

#### 4.2.1.2. Conclusiones de la Fase 1.

A continuación se muestran los resultados generales de la Fase 1, tomando en cuenta cada uno de los comentarios referidos en las tablas de las Figuras 4.13, 4.15 y 4.17 y el total de alumnos que participaron en este estudio.

<b>RESULTADOS FASE I DISTINTOS NIVELES DE INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS CON ALUMNOS DE SECUNDARIA.</b>		
<b>CATEGORIZACIÓN</b>	<b>ALUMNOS</b>	<b>PORCENTAJE</b>
Nivel 1	10	37.03%
Nivel 2	2	7.40%
Nivel 3	13	48.14%
Nivel 4	2	7.40%
Nivel 5	0	0%
Nivel 6	0	0%
Nivel 7	0	0%
<b>TOTAL</b>	<b>27</b>	<b>99.9%</b>

Fig. 4.19. Tabla. Categorización en la interpretación de gráficas estadísticas. Fase 1:  
Diagnóstico.

En la tabla anterior de la Fig. 4.19 notamos que casi el 50% de los estudiantes de segundo grado de secundaria se encontraba en el Nivel 3 de interpretación de la información representada en gráficas estadísticas, el 37.03% en el Nivel 1 y 7.40% en los Niveles 2 y 4. En la siguiente gráfica puede verse, con mayor claridad, los resultados de la Fase I.

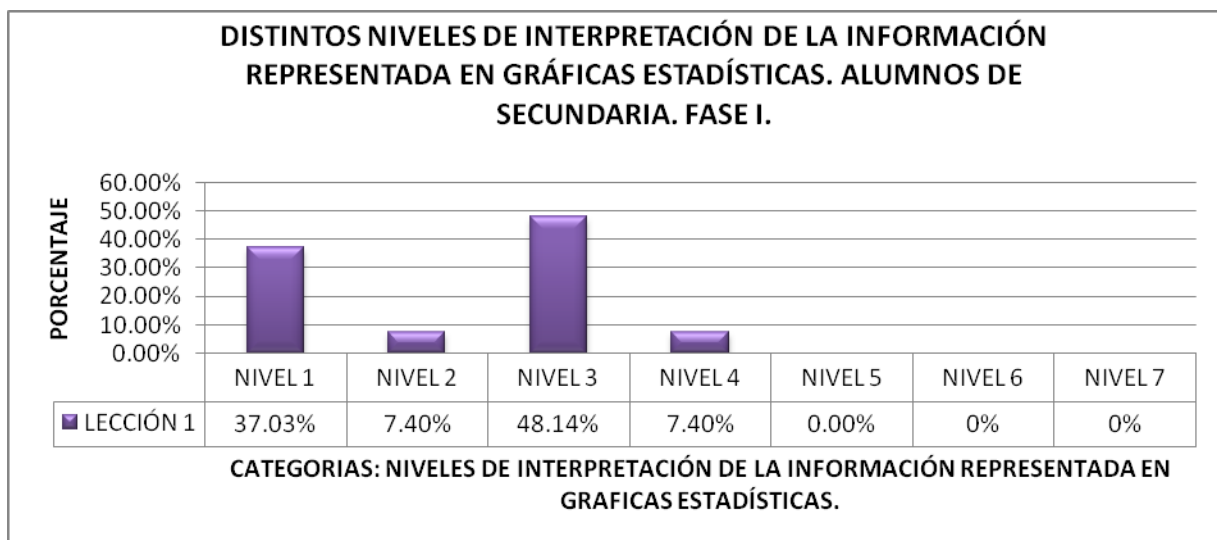


Fig. 4.20. Gráfica que detalla los resultados de la Fase I.

Al observar la Fig. 4.20 podemos concluir que en la Fase I, el segundo porcentaje más alto fue ocupado por los estudiantes que tuvieron problemas al interpretar una gráfica, esto se debe principalmente a que no identificaron cuáles son los especificadores que debe tener ésta.

Friel, Curcio y Bright (2001) afirman que es primordial que una gráfica cuente con título, etiquetas y con las variables a representar, así como, con los ejes, las escalas y las marcas de referencia en cada uno de los ejes especificadores pueden ser diferentes de acuerdo al tipo de gráfica. Estos mismos autores consideran trascendental que los alumnos, al enfrentarse a situaciones como las anteriores, cuenten con las competencias relacionadas con el lenguaje gráfico porque ellas les permitirán reconocer, apreciar y traducir los datos representados en la gráfica. Sin duda alguna la mayoría de los alumnos en esta Fase no tomó en cuenta estos elementos, y al no contar con estas competencias, en la mayoría de los casos, no pudieron hacer una buena interpretación de los datos representados en cada una de las gráficas.

Con base en los resultados del diagnóstico, en los siguientes apartados se recuperó lo propuesto por Friel, Curcio y Bright (2001), buscando con ello que en las Lecciones siguientes (2 y 3) los estudiantes mejoraran en los comentarios que realizarían al interpretar las gráficas.

#### ***4.2.2. Fase 2. Actividades usando Lápiz y Papel. Hojas de trabajo y láminas realizadas por los estudiantes, correspondientes a la Lección 2: Razonar información y la Lección 3: Experimentos al azar.***

##### ***4.2.2.1. Lección 2: Razonar información.***

Las actividades que los estudiantes realizaron en la Lección 2 son analizadas en este apartado. En el capítulo III se detalla cada una de las actividades. Durante la sexta y



séptima sesión (ver p. 78) se solicitó a los estudiantes que por equipos realizarán, en un pliego de papel bond, una tabla que mostrara el conjunto de datos que recolectaron y la frecuencia de éstos. También se les solicitó que realizaran una gráfica y escribieran un comentario con base en la información que tenían representada. Tuvieron además que colocar como título, para la tabla y gráfica, la pregunta que ellos pensaban era la que tenían pegada en la espalda y la que, con base en los datos, podría ser la correcta. En esta actividad participaron 27 estudiantes y los equipos se formaron de 2 y 3 integrantes.

En la tabla que se muestra en la Fig. 4.21 se escribe el total de equipos que se formaron en el grupo, las interrogantes que los alumnos colocaron en sus láminas y el comentario que realizaron al observar el conjunto de datos representados en la tabla y gráfica.

No. DE EQUIPO	PREGUNTA QUE PROPUSIERON LOS EQUIPOS COMO TÍTULO PARA LA TABLA Y GRÁFICA	COMENTARIO
1	¿Cuántas veces has tenido relaciones sexuales?	Que la mayoría de las personas, que son 22, no han tenido relaciones sexuales. Y sólo 5 han tenido relaciones sexuales.
2	¿Cuántos novio (as) has tenido?	La mayoría no tiene novio(a) y la minoría al menos ha tenido dos novios(as).
3	¿Cuántas materias con promedio de 10 sacaste?	8 personas pasaron dos materias con diez, sólo 1 persona pasó seis materias con diez, y hubo 7 personas que no obtuvieron diez en ninguna materia.
4	¿Cuántas playeras tienes?	La mayoría tiene sólo una playera.
5	¿Cuántos hermanos tienes?	Tres y cinco personas tienen el mismo número de hermanos. Y siete personas tienen cero hermanos.
6	¿Cuántos dulces comes al día?	Que la mayoría come 10 dulces al día y sólo tres personas no comen dulces.
7	¿A los cuantos años ingresaste a la secundaria? Canadá?	La mayoría ingresó a los 12 años y sólo 4 a los 13 años.
8	¿Cuántos mensajes te llegan al día por internet?	La mayoría de las personas recibe de dos a tres mensajes diarios

9	¿Cuántos hermanos tienes?	El mayor porcentaje tiene dos hermanos.
10	¿Qué número de programas vez en la T.V.?	La minoría de las personas no ven televisión, por lo tanto hay una cantidad de cuatro personas que no ven programas. Y de 0 a 3 personas ven más de un canal.
11	¿Cuántas mascotas tienes?	El 29 % tiene siete mascotas, el 4% tiene una, el 25% tiene dos, y el 8% son los que tienen seis y dos.
12	¿Cuántos hermanos tienes?	La mayoría de las personas tiene 3 hermanos, todos excepto uno tienen más de un hermano.

Fig. 4.21. Tabla que muestra las preguntas y comentarios realizados por los estudiantes.<sup>6</sup>

Cada uno de los comentarios anteriores se clasificaron de acuerdo a los distintos niveles de razonamiento que tienen los alumnos de segundo grado, al interpretar la información representada en gráficas estadísticas que proponen Gerber, Boulton y Bruce (2001). Al analizarlos encontramos que:

- a) En el Nivel 3 se encontraban 3 equipos (4, 8 y 9).
- b) En el Nivel 4 se encontraban 5 equipos (1, 2, 3, 6, 7 y 11).
- c) En el Nivel 5 se encontraban 4 equipos (5, 8, 10, y el 12).

Algunas de las láminas que realizaron los estudiantes y los comentarios que escribieron en cada una de ellas, se muestran a continuación. Cabe mencionar que se seleccionaron los ejemplos más representativos, mismos que corresponden a los distintos niveles de interpretación de gráficas estadísticas que se encontraron al finalizar esta actividad.

- a) Ejemplo. Nivel 3.

---

<sup>6</sup> Las gráficas y tablas que realizaron en pliegos de papel bond los alumnos de segundo de secundaria fueron reducidas a tamaño carta para facilitar el acceso a éstas y se encuentran en el Anexo II.

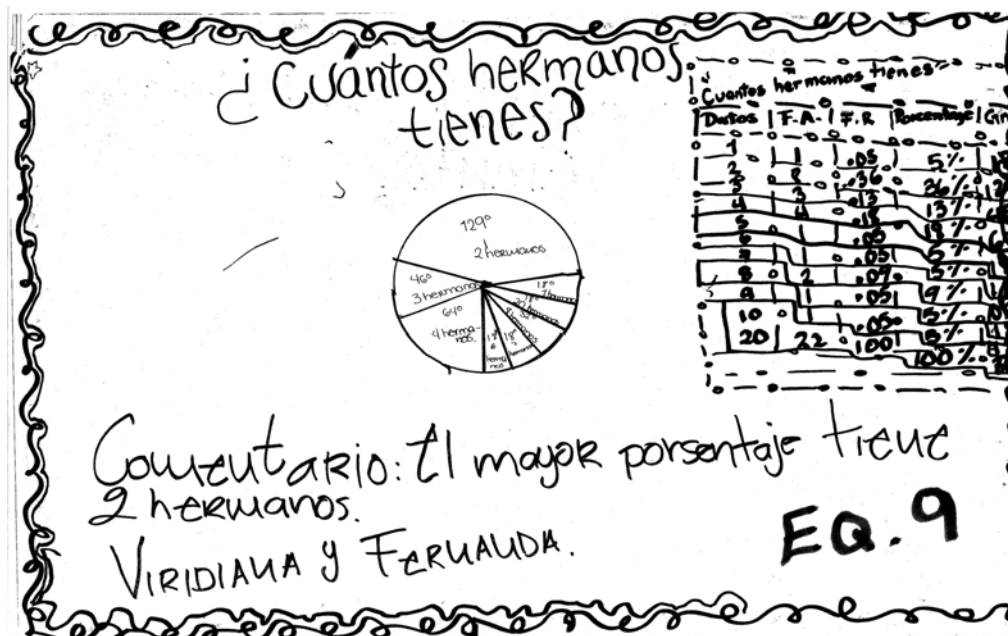


Fig.4.22. Tabla, gráfica y comentario realizado por un equipo.

En la Fig. 4.22 podemos observar que los estudiantes ya no cometieron errores en la construcción de la gráfica circular. En la tabla puede observarse la frecuencia absoluta y relativa, lo que permitió a los estudiantes obtener el porcentaje y grados correspondientes a cada una de ellas. El comentario que este equipo escribió se encuentra en el nivel tres ya que únicamente los estudiantes describieron porciones discretas de la gráfica, es decir, no lograron una interpretación global de los datos.

b) Ejemplo. Nivel 4

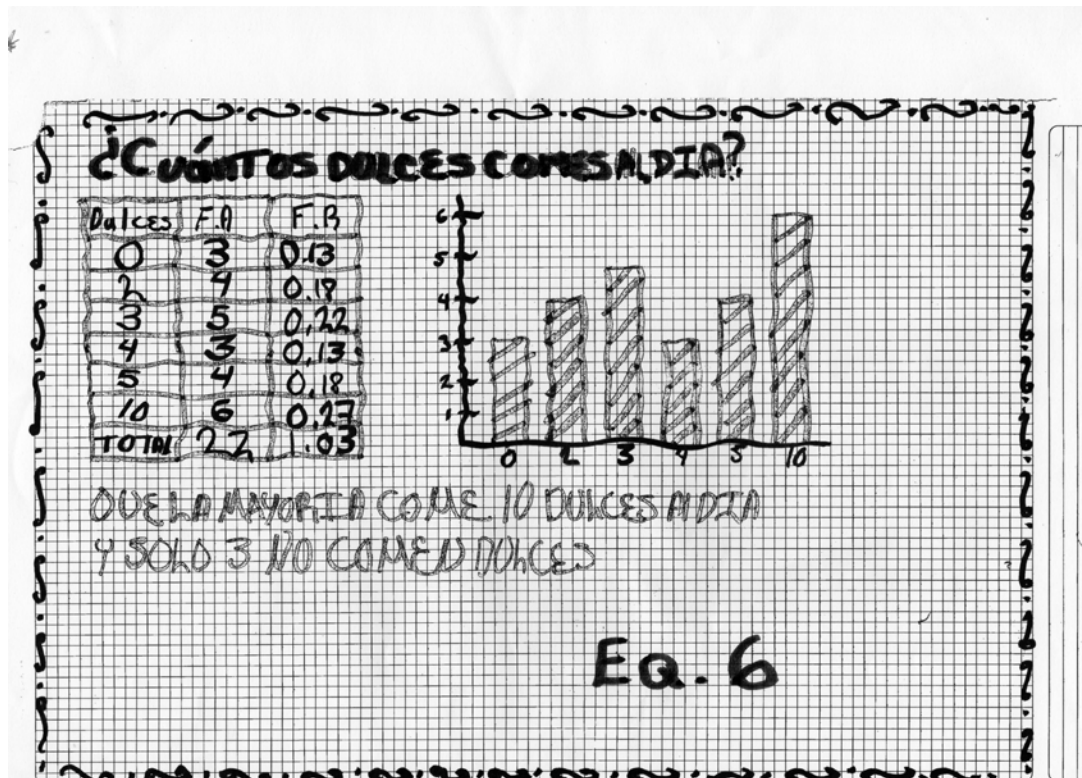


Fig.4.23. Tabla, gráfica y comentario realizado por otro equipo.

En el ejemplo que se muestra en la Fig. 4.23 podemos notar que los integrantes de este equipo seleccionaron una gráfica de barras para representar el conjunto de datos recolectados. La tabla que realizaron los estudiantes está bien hecha, las frecuencias fueron calculadas correctamente y los datos se ven claramente. Únicamente les faltó colocar en la gráfica el título a los ejes, pero en general la construcción es correcta, los datos de la tabla corresponden con los de la gráfica lo que permitió a los alumnos expresar un comentario ubicado en el nivel 4 de interpretación de gráficas. Fue en este nivel que los estudiantes demostraron que tan capaces fueron para analizar uno o más datos de la gráfica, pero no en su conjunto.

c) Nivel 5.

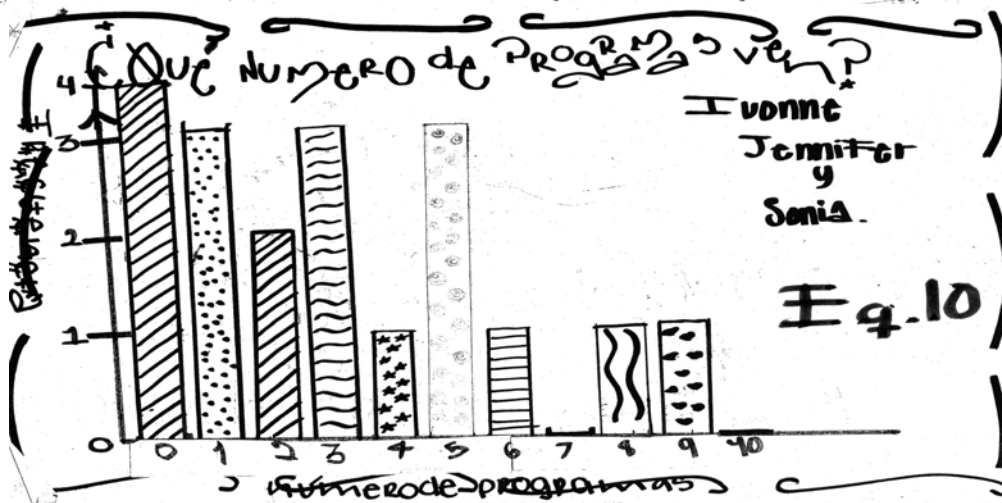
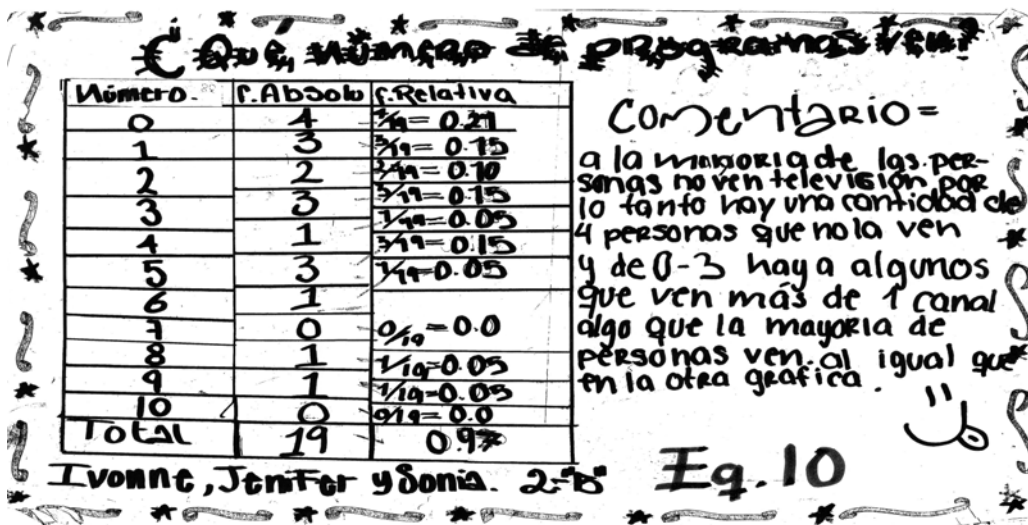


Fig.4.24. Tabla, gráfica y comentario realizado por otro equipo distinto a los mencionados en las Fig.4.22 y 4.23.

En la Fig. 4.24 puede apreciarse que la tabla y la gráfica de barras estuvieron bien hechas ya que los datos de la tabla corresponden a los de la gráfica. El comentario que realizó este equipo se encuentra en el nivel 5 de interpretación de gráficas, los estudiantes fueron capaces de establecer comparaciones entre los datos; esto lo hacen porque su atención ya no se centra en un sólo dato sino en el conjunto.

Al finalizar la actividad se repartió a cada uno de los equipos las preguntas verdaderas (que tenían pegadas en la espalda), para que contrastaran éstas con la que colocaron en la lámina que realizaron. Las reacciones de los estudiantes fueron

diversas; algunos mencionaron que *por poco le atinaban*, algunos bromearon con sus compañeros, y otros más mencionaron que podría ser cualquier cosa, sólo tenían que fijarse en los datos para que la pregunta concordara con éstos. Este último comentario por parte de los adolescentes confirmó que el objetivo de esta Lección fue alcanzado: los estudiantes lograron razonar la información analizando los datos numéricos, lo cual permitió realizar una interpretación de los datos representados en la gráfica.

#### *4.2.2.2. Lección 3. Experimento al azar: Coca Cola o Pepsi.*

Como se menciona en el Capítulo III la Lección 3. Experimento al azar: Coca Cola o Pepsi contempla dos etapas (ver p.80), una a lápiz y papel y esta misma usando el software FATHOM. La primera etapa es la que a continuación se analizará en este apartado.

Las actividades que los estudiantes realizaron en la Lección 3 son las que se describen en la Hoja de Trabajo C (ver p.81-84). Los estudiantes que participaron fueron en total 25 y, como se menciona en esta Hoja de Trabajo, se requirió formar equipos de cinco integrantes.

En la primera parte de la Hoja de Trabajo se solicitó a los estudiantes que contestaran la siguiente pregunta: ¿Crees que puedes identificar con los ojos vendados dos marcas diferentes de refrescos, únicamente con probarlas, por ejemplo entre la Coca Cola y la Pepsi? Todos los estudiantes que nos apoyaron en la realización de la Lección 3 contestaron que sí se puede distinguir entre un refresco y otro, ya sea por el sabor, olor, y gas que cada una de estas marcas de refresco tiene. A continuación se muestra en la imagen lo que contestó un alumno.

1. ¿Crees que puedes identificar correctamente con los ojos vendados entre dos marcas de refrescos diferentes únicamente con probarlas, por ejemplo entre la Coca Cola y la Pepsi, por qué?

Si. Por que Coca-cola<sup>MR</sup> tiene más gas  
que la Pepsi<sup>MR</sup>

Fig. 4.25. Respuesta de uno de los equipos.

Como se muestra en la Fig. 4.25, las respuestas que los estudiantes aportaron tienen gran valor ya que éstas fueron consideradas hipótesis del experimento. Siguiendo con las actividades de esta Lección, los alumnos contestaron la segunda parte de la Hoja de Trabajo C que permitió a los estudiantes calcular la probabilidad de aciertos y errores de su equipo. Es importante hacer un pequeño paréntesis para decir que en esta sesión algunos de los alumnos preguntaron cómo calcular la probabilidad; al presentarse este inconveniente para continuar con el trabajo, se le solicitó a uno de los alumnos, que conocía la forma clásica para calcular la probabilidad, que calculara ésta en el pizarrón, y explicara todos los pasos que deben seguirse para poder encontrar la probabilidad de acierto y error del experimento. En la Fig. 4.26 se muestra un ejemplo del trabajo realizado por uno de los equipos.

3. Piensa cual es la probabilidad aproximada de acertar y de errar del equipo y escríbelo en el espacio en blanco.

$$P(A) = \frac{11}{25} = 0.44$$

$$P(E) = \frac{14}{26} = 0.56$$

Nombre del probador:	Prueba (marca)	Acierto	Error
1. Cesar	Pepsi	✓	
	Coca	✓	
	Pepsi	✓	
	Coca	✓	
	Coca		✓
2. Jose	Pepsi	✓	
	Pepsi	✓	
	Coca		✓
	CO CO		✓
	Coca	✓	
3. David	Pepsi		X
	Coca	✓	
	pepsi		✓
	Coca		✓
	Coca		
4. Carlos	Coca		X
	Pepsi		X
	pepsi		✓
	pepsi	✓	
	Coca	✓	
5. Gerardo	Coca		X
	Coca	✓	
	Coca		✓
	Pepsi		✓
	Coca		✓
Total:	25	11	13

Fig. 4.26. Ejemplo que muestra la tabla y la probabilidad de acertar y errar de uno de los equipos.

Finalmente la tercera y cuarta parte de la Hoja de trabajo C permitió a los jóvenes reunir las probabilidades de acertar y errar de todos los equipos para, posteriormente, organizar estos datos en una tabla útil no sólo para encontrar la probabilidad de aciertos y errores de todo el grupo, sino también para calcular la probabilidad de acertar cuando se realizan 25, 50, 75, 100 y 125 pruebas de refresco. Ejemplos de lo mencionado son los que se muestran a continuación en las Figuras: 4.27 y 4.28.

④ Registra en una tabla los aciertos y errores de equipos del segundo "B"

⑤ Pienso cual es la probabilidad de aciertos y errores al tomar coca y pepsi de todo el grupo

E.1	$P(CA) = \frac{18}{25}$	$P(CE) = \frac{7}{25}$	Pruebas	Suma de Probabilidades	
				Ac.	Err.
E.2	$P(CA) = \frac{11}{25}$	$P(CE) = \frac{11}{25}$	25	18	7
E.3	$P(CA) = \frac{21}{25}$	$P(CE) = \frac{4}{25}$	50	29	21
E.4	$P(CA) = \frac{16}{25}$	$P(CE) = \frac{9}{25}$	75	30	23
E.5	$P(CA) = \frac{11}{25}$	$P(CE) = \frac{14}{25}$	100	66	34
			125	77	48

Fig. 4.27. Ejemplo que muestra como uno de los equipos realizó la tabla y calculó la probabilidad de aciertos y errores de todo el grupo.



probabilidades de (A).

$$\frac{11}{25} = 0.44$$

$$\frac{25}{50} = 0.5$$

$$\frac{50}{75} = 0.66$$

$$\frac{66}{100} = 0.66$$

$$\frac{77}{125} = 0.61$$

$$\begin{array}{r} 0.44 \\ 25 \overline{) 11.00} \\ \underline{100} \phantom{00} \\ 100 \phantom{00} \\ \underline{100} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \hline 0.44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.50 \\ 50 \overline{) 25.00} \\ \underline{250} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \hline 0.50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.66 \\ 25 \overline{) 50.00} \\ \underline{500} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \hline 0.66 \end{array}$$

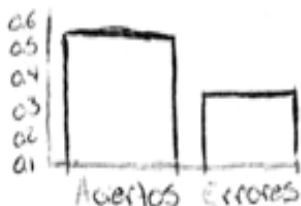
$$\begin{array}{r} 0.66 \\ 100 \overline{) 66.00} \\ \underline{660} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \\ \hline 0.66 \end{array}$$

Fig. 4.28. Ejemplo que muestra como el mismo equipo calculó la probabilidad de aciertos al realizar 25, 50, 75, 100 y 125 pruebas de refresco.

Por último los estudiantes realizaron dos gráficas, la primera de barras para representar la probabilidad de aciertos y errores de todo el grupo y la segunda poligonal para mostrar cómo se comporta la probabilidad de acertar, al realizar 25, 50, 75, 100 y 125 pruebas de refresco. Enseguida se muestran algunos ejemplos del trabajo realizado por los alumnos.

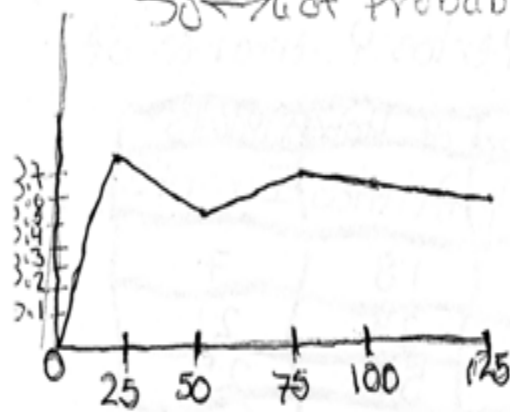
Realiza una grafica de barras para representar la probabilidad de aciertos y errores de 2 B. Escribe un comentario acerca de la grafica

P.(A), (E) del 2º B



De acuerdo a los resultados  
q' hay diferente sabor entre  
la coca y la Pepsi

HAY UNA GRÁFICA POLIGONAL QUE MUESTRA EL CANTIDAD DE ACIERTOS  
 DEL GRUPO 2ºB AL TOMAR EL FRISCO. ESCRIBE EL COMENTARIO  
 SOBRE LA PROBABILIDAD DE ACERTAR DEL 2ºB



POTS QUE SI ACERTAS  
 MAS BUCAS EN EXPERI-  
 MENTO SE VA AUMENTAR

Fig. 4.29. Gráficas de barras y poligonal realizadas por uno de los equipos.

Como podemos ver en la Fig. 4.29 cada uno de los equipos realizó de manera similar la interpretación de los datos representados en cada una de las gráficas. Enseguida se muestran en tablas, los comentarios que los distintos equipos realizaron en la grafica de barras y poligonal.

- **Comentarios que realizaron los 5 equipos en la gráfica de barras que representa la probabilidad de aciertos y errores de todo el grupo.**

No. EQUIPO	COMENTARIO
1	Si se puede diferenciar entre distintas marcas de refresco.
2	Hay menos errores y más aciertos. Existe más probabilidad de acertar que de equivocarnos.
3	El 61% de personas saben identificar entre la pepsi y la coca.
4	La mayoría de mis compañeros sabe distinguir el sabor y la minoría de las personas no.
5	Si se puede diferenciar entre ambas marcas de refresco.

Fig. 4.30. Tabla que exhibe los comentarios realizados por los 5 quipos para la gráfica de barras.

Los comentarios que realizaron cada uno de los equipos para la gráfica de barras, y que se pueden observar en la Fig. 4.30, fueron encasillados en uno de los distintos niveles de interpretación de gráficas. Analizando cada uno de ellos encontramos que:

- En el Nivel 3 se encuentra el equipo 3.
- En el Nivel 5 se encuentran los equipos 4 y 2.
- En el Nivel 6 se encuentran los equipos 1 y 5.

De cada uno de los niveles antes mencionados se presenta un ejemplo de lo realizado por los estudiantes.

- Nivel 3. Equipo:1

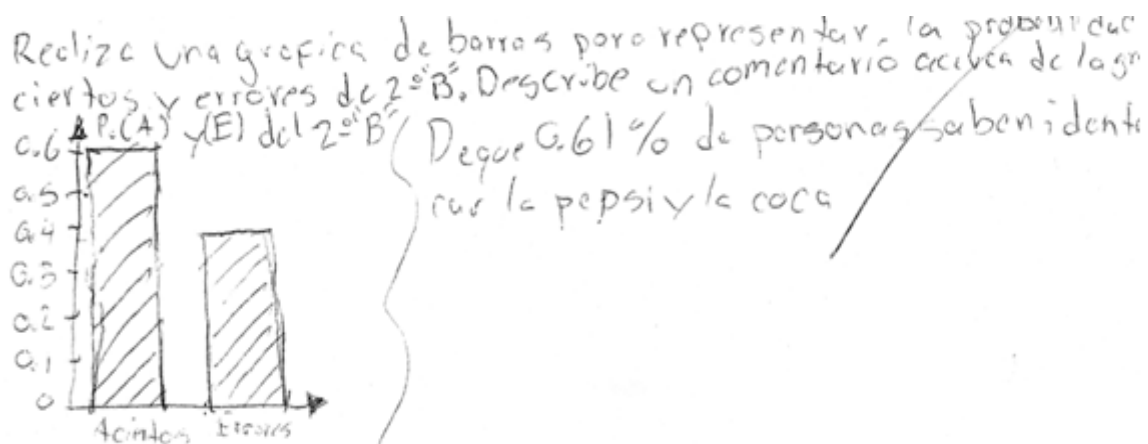
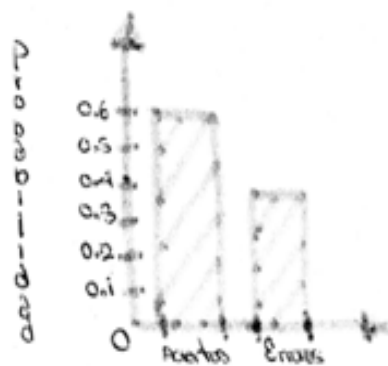


Fig. 4.31. Gráfica y comentario que realizó el equipo tres.

El comentario que se muestra en la Fig. 4.31 demuestra que este equipo se encontraba en el Nivel 3 de interpretación de gráficas estadísticas. Los alumnos se fijaron en todo el conjunto de datos pero únicamente describieron uno: el de aciertos y olvidaron mencionar el porcentaje de errores, por lo tanto no realizaron una interpretación global.

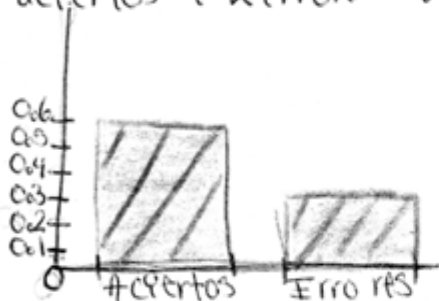
Nivel 5. Equipos: 2 y 4

c) Realiza una gráfica de barras para representar la probabilidad de aciertos y errores del 2º B. Escribe un comentario acerca de la gráfica.



Comentario: es la mayoría de las personas si supo adivinar que bebida tomaba, y la menoría de personas no supieron adivinar.

F) Realiza una gráfica de barras para representar la probabilidad de aciertos y errores de 2º B. Escribe un comentario



La y → los errores que acertados, y que hay → as pocas posibilidades de adivinar que de equivocarnos

Fig. 4.32. Gráficas y comentarios de los equipos dos y cuatro.

Las imágenes anteriores que se muestran en la Fig. 4.32 permitieron ver que los comentarios que realizaron ambos equipos se encontraban en el Nivel 5 de interpretación de gráficas ya que los estudiantes analizaron el conjunto de datos representados estableciendo comparaciones, es decir, notaron que la mayoría de sus compañeros de su grupo acertó al realizar el experimento y que existió muy poca diferencia entre los que se equivocaron y los que acertaron.

- Nivel 6. Equipos: 1 y 5

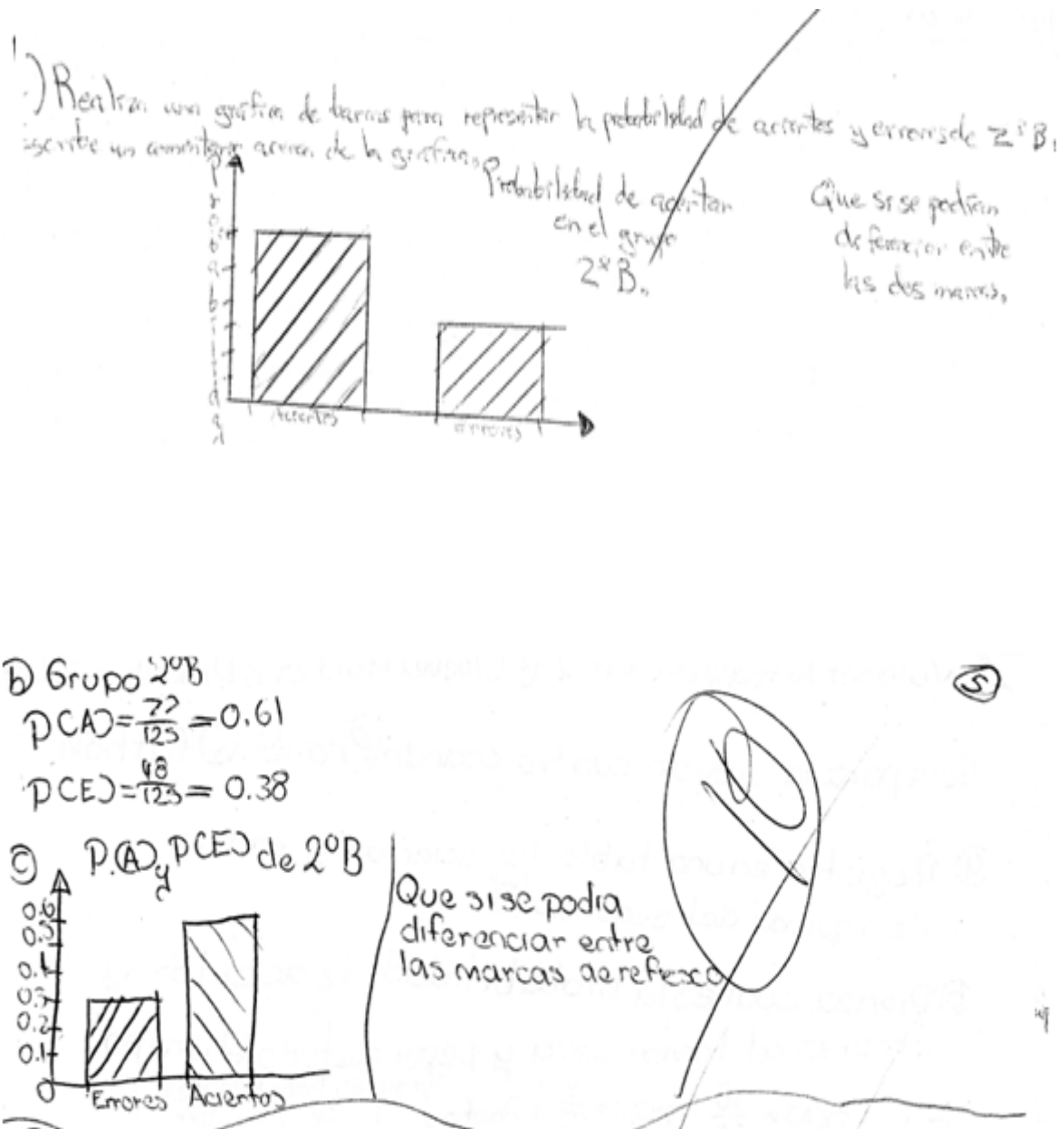


Fig. 4.33. Gráficas y comentarios de los equipos uno y cinco.

En la Fig. 4.33 se observa que los equipos se encontraban en el Nivel 6 de interpretación de gráficas. Los estudiantes usaron las gráficas para establecer conclusiones basadas en sus experiencias o hipótesis, ambos equipos dedujeron que era posible diferenciar ambas marcas de refresco con sólo probarlas.

- **Comentarios que realizaron los 5 equipos en la gráfica poligonal que representa la probabilidad de acertar cuando se realizan 25, 50,75, 100 y 125 pruebas de refresco.**

•

<b>No. EQUIPO</b>	<b>COMENTARIO</b>
1	Si seguimos aumentando la cantidad de pruebas la probabilidad se va a mantener.
2	Que va a subir o bajar la probabilidad hasta mantenerse.
3	Aunque se aumenten las pruebas puede que baje o suba pero sigue siendo la misma, sólo baja y sube poco.
4	Que la probabilidad va bajando mientras más pruebas se hacen.
5	Que de 50 a 100 pruebas se mantuvo el nivel (la probabilidad)

Fig. 4.34. Tabla que exhibe los comentarios realizados por los 5 quipos para la gráfica poligonal.

Al considerar cada uno de los comentarios y al analizarlos encontramos que existieron los siguientes niveles de interpretación de gráficas.

- En el Nivel 5 se encuentran los equipos 5.
- En el Nivel 6 se encuentran los equipos 2, 3 y 4.
- En el Nivel 7 se encuentra el equipo 1.

Enseguida se mostrará la evidencia, correspondiente a cada uno de los niveles referidos, del trabajo realizado por los alumnos.

Nivel 5. Equipo: 5

3) Haz una grafica poligonal q' muestre el aumento de aciertos del grupo 21 al tomar refresco. Escribe un comentario acerca del comportamiento de las probabilidades

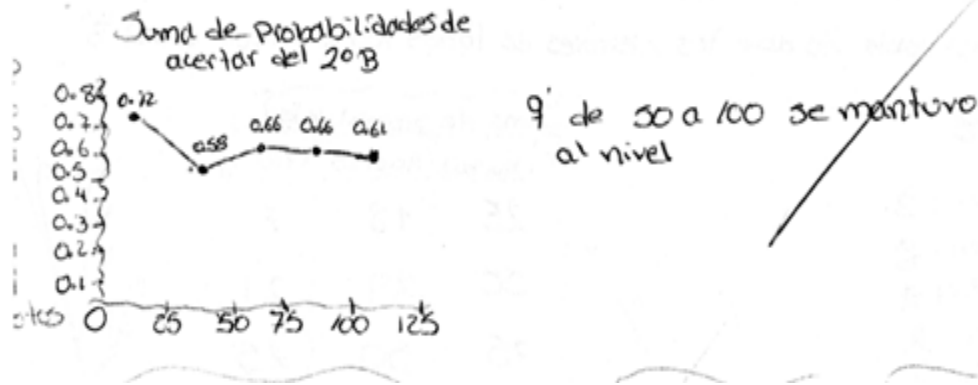
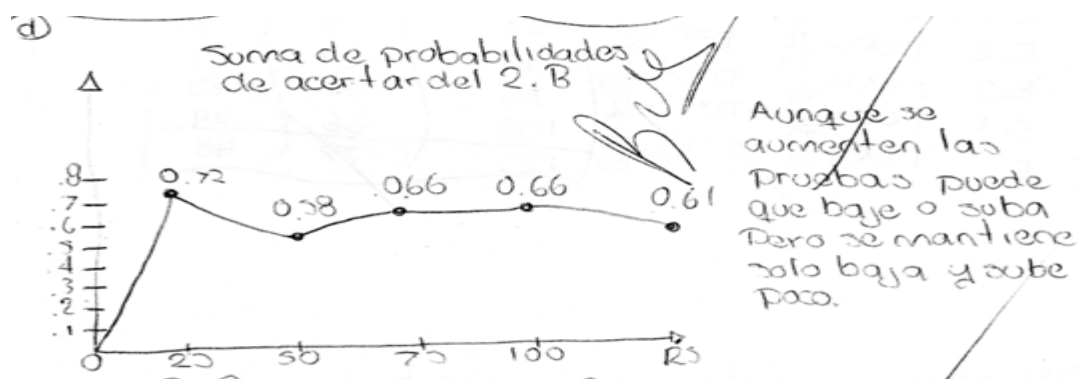


Fig. 4.35. Gráfica y comentario del equipo cinco.

La imagen que se muestra en la Fig. 4.35 es prueba de que este equipo se encontraba en el Nivel 5. Los estudiantes tomaron en cuenta todos los datos representados y, al observarlos, establecieron comparaciones, lo que les permitió expresar un comentario basado en la búsqueda de similitud y diferencia entre los datos. En este ejemplo se puede advertir que el equipo compara la probabilidad de acertar, al hacer 25 pruebas de refresco, con los resultados al hacer de 50 a 100 pruebas, el equipo, entonces, pudo redactar que la probabilidad de acertar comenzaba a emparejarse en este rango.

Nivel 6. Equipos: 2, 3 y 4



Haz una gráfica poligonal que muestre el aumento de ac. en el grupo 2<sup>o</sup> B al tomar refresco escribe un comentario acerca del comportamiento de las probabilidades



D) Haz una gráfica poligonal que muestre el aumento de aciertos del grupo 2<sup>o</sup> B al tomar refresco. escribe un comentario acerca del comportamiento de las probabilidades.

Probabilidades de Acertar

- 1)  $\frac{18}{25} = 0.72$  ✓
- 2)  $\frac{24}{50} = 0.48$  ✓
- 3)  $\frac{50}{75} = 0.67$  ✓
- 4)  $\frac{66}{100} = 0.66$  ✗
- 5)  $\frac{77}{125} = 0.616$  ✓

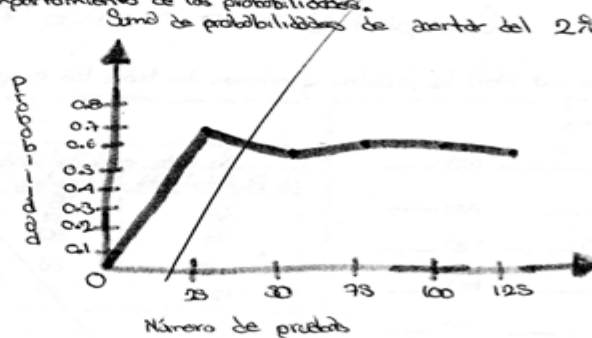


Fig. 4.36. Gráficas y comentarios de los equipos dos, tres y cuatro.

En el Nivel 6 se encontraban los equipos dos, tres y cuatro, en la Fig. 4.36 podemos distinguir que en cada una de las interpretaciones que realizaron los estudiantes, además de tomar en cuenta todos los datos representados en la gráfica, también lograron establecer una conclusión basada en la observación y en la experiencia. En las imágenes reparamos que los alumnos comentaron que la probabilidad de acertar era alta al hacer 25 veces el experimento. Después la misma probabilidad bajaba y nuevamente subía pero muy poco, lo cual permitió al equipo suponer que en 0.6 se conservaría la probabilidad de acertar.



Nivel 7. Equipo: 1

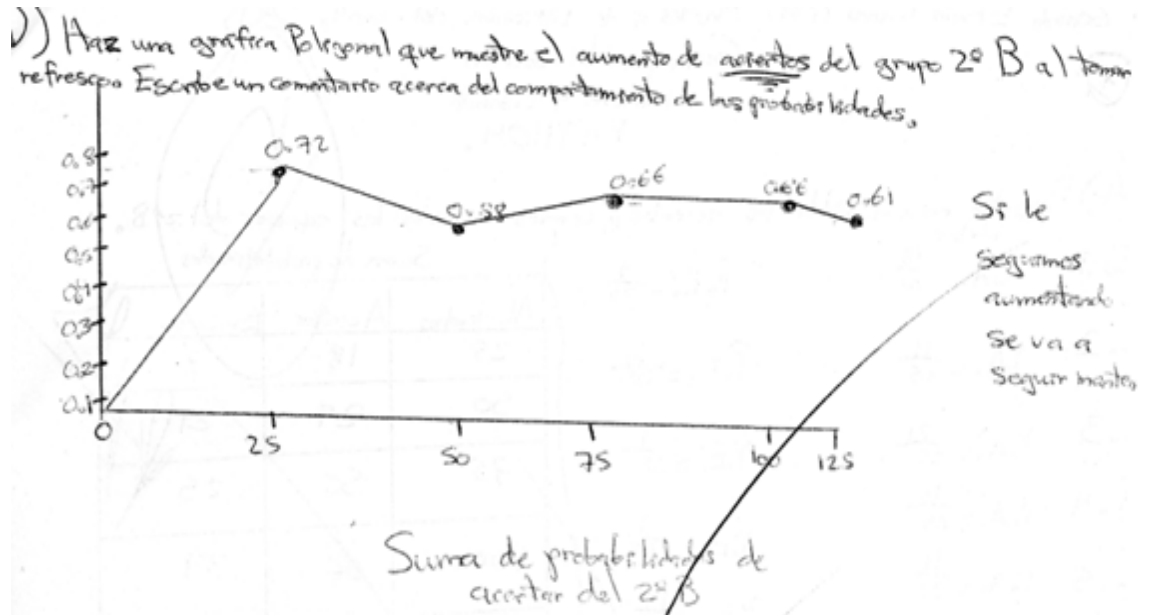


Fig. 4.37. Gráfica y comentario del equipo uno.

El equipo uno fue el único que logró llegar al Nivel 7. En la Fig. 4.37 encontramos que los estudiantes plasmaron una interpretación de la gráfica, misma que se basó en el análisis de cada uno de los datos representados, a partir de éstos y de sus experiencias, los adolescentes escribieron una predicción de lo que posiblemente ocurriría si siguieran haciendo el experimento. En el ejemplo vemos que los alumnos al escribir el comentario: “Si seguimos aumentando se va a seguir manteniendo”, creían que, al hacer más pruebas de refresco, muy posiblemente se mantendrá la misma probabilidad de acertar. Podemos decir, basándonos en el trabajo de este equipo, que el comentario que realizaron sobre el experimento va más allá de los datos representados en la gráfica.

#### 4.2.2.3. Conclusiones de la Fase 2.

Los resultados generales de la Fase II se detallan en las siguientes tablas para ello se tomaron en cuenta cada uno de los comentarios que escribieron los estudiantes en las gráficas de las Lecciones 2 y 3 del apartado anterior.

La clasificación de los niveles de interpretación de la información representada en gráficas estadísticas obtenidos en la Lección 2 se muestra a continuación.

- **RESULTADOS FASE II. LECCIÓN 2**

<b>DISTINTOS NIVELES DE INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN REPRESENTADA EN GRÁFICAS ESTADÍSTICAS CON ALUMNOS DE SECUNDARIA.</b>		
<b>CATEGORIZACIÓN</b>	<b>ALUMNOS</b>	<b>PORCENTAJE</b>
Nivel 1	0	0%
Nivel 2	0	0%
Nivel 3	6	22.22%
Nivel 4	13	48.14%
Nivel 5	8	29.62%
Nivel 6	0	0%
Nivel 7	0	0%
<b>TOTAL</b>	<b>27</b>	<b>99.98%</b>

Fig. 4.38. Categorización en la interpretación de gráficas estadísticas. Fase II: Lápiz y Papel.  
Lección 2.

La Fig. 4.38 permite observar que el 22.22% de los estudiantes se encontraba en el Nivel 3, el 48.14% en el Nivel 4 y el 29.62% en el Nivel 5. Los datos anteriores nos permitieron concluir que el mayor porcentaje de estudiantes se encontraba en el Nivel 4; comparando este resultado con el obtenido en la Fase I notamos que los estudiantes lograron avanzar un Nivel: del tercero al cuarto, lo que evidencio que la Lección 2 mejoró indudablemente el aprendizaje de los estudiantes en lo que se refiere a la interpretación de la información representada en gráficas estadísticas. Además notamos, con respecto al diagnóstico, que ninguno de los alumnos se encontró en los

Niveles 1 y 2, contrario a esto, hubo 8 alumnos que se ubicaron en el Nivel 5, nivel que no fue alcanzado en la Fase I.

- **RESULTADOS FASE II LECCIÓN 3.**

Los resultados obtenidos en la Lección 3 son:

<b>DISTINTOS NIVELES DE INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN REPRESENTADA EN GRÁFICAS ESTADÍSTICAS CON ALUMNOS DE SECUNDARIA.</b>		
<b>CATEGORIZACIÓN</b>	<b>ALUMNOS</b>	<b>PORCENTAJE</b>
Nivel 1	0	0%
Nivel 2	0	0%
Nivel 3	2	8%
Nivel 4	0	0%
Nivel 5	8	32%
Nivel 6	13	52%
Nivel 7	2	8%
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

Fig. 4.39. Categorización en la interpretación de gráficas estadísticas. Fase II: Lápiz y Papel. Lección 3.

Con base en los resultados que se observan en la Fig. 4.39 sabemos que el 8% de los estudiantes se encontraba en el Nivel 3, el 32% en el Nivel 5, el 52% en el Nivel 6, y 8% en el Nivel 7.

La confrontación de los resultados obtenidos en la Lección 2 con los resultados de la Lección 3 nos hizo concluir que conforme se avanzaba en las Lecciones, el Nivel era mejorado, en algunos de los estudiantes, al interpretar la información representada en gráficas estadísticas. Los estudiantes progresaron dos Niveles: del quinto al sexto y séptimo, dando por resultado que 13 de los alumnos se ubicaran en el Nivel 6 y dos más en el Nivel 7.

Ambos resultados de las Lecciones se pueden observar con mayor claridad en la siguiente gráfica.

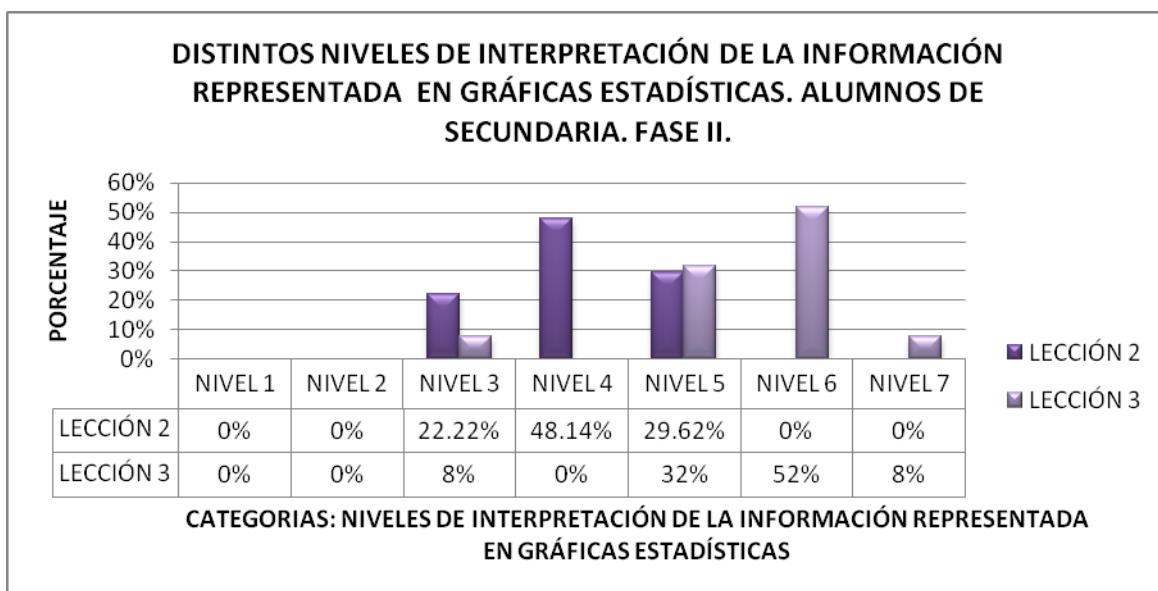


Fig. 4.40. Gráfica que detalla los Resultados de la Fase II. Lecciones 2 y 3

En la Fig. 4.40 notamos que en la Lección 2, los estudiantes se encontraban en los Niveles 3-5 y la mayoría de estos en el Nivel 4. En la Lección 3, en general, los estudiantes estaban en los Niveles 5-7. La mayoría se ubicaba en el Nivel 6. Distinguimos, basándonos en ambos resultados, que en la Lección 2 se consiguió que una cantidad significativa de estudiantes avanzaran al Nivel, 4 mientras que en la Lección 3 la mayoría de los estudiantes se ubicó en el Nivel 6. Estos datos que respaldaron el progreso de los alumnos hasta ese momento.

García, Lajoie y Ponce (2006) mencionan que el profesor es quien debe realizar con los estudiantes actividades en las que se les involucre Tal hecho se advierte en las Lecciones II y III, en las que fueron los alumnos quienes participaron de manera significativa. Sin duda alguna fue a partir de la ejecución de las Lecciones anteriores que los estudiantes lograron avanzar en su razonamiento estadístico. Para Batanero y Godino (2005) hablar de razonamiento estadístico en la enseñanza aprendizaje de la estadística, involucra que los estudiantes tengan un pensamiento crítico ante las

situaciones, es decir que a partir de los datos recolectados, los alumnos, realicen inferencias o predicciones que les permitan refutar o validar sus hipótesis.

En relación con lo mencionado por Wild y Pfannkuch (1985), es importante destacar que en las Lecciones II y III estaba implícito que los estudiantes pusieran en práctica algunos de los componentes fundamentales que permitieran el desarrollo del razonamiento estadístico. El primero de ellos fue que los alumnos reconocieron la necesidad de los datos. Los estudiantes en ambas lecciones recabaron los datos, lo que posibilitó que analizaran la importancia que tienen para poder entender algunas situaciones de la vida cotidiana. Por último la transnumeración, comprender los datos recolectados; esto fue posible cuando los adolescentes organizaron los datos en una tabla y gráfica para poder realizar, finalmente, una interpretación de la información que en éstas se representó.

#### ***4.2.3. Fase 3. Actividades usando el Software FATHOM. Hojas de trabajo correspondientes a la Lección 3: Experimentos al azar.***

En este apartado se analizarán las actividades correspondientes a la Lección 3, esta vez usando el software FATHOM. En el Capítulo III (ver p. 90) se indica cómo se llevó a cabo esta Lección.

En la doceava sesión se trasladó a los estudiantes a la Sala de Red Escolar donde, por parejas, los alumnos contestaron la Hoja de Trabajo D (ver p.91). En esta actividad participaron 28 adolescentes. Enseguida se muestran en tablas los comentarios que los 14 equipos realizaron para cada una de las gráficas.

- **Comentarios que realizaron los 14 equipos usando FATHOM en la gráfica de barras que representa la probabilidad de aciertos y errores de todo el grupo.**

N.EQUIP.	COMENTARIOS
1	La probabilidad de aciertos fue mayor que la probabilidad de errores.
2	Que hubo más aciertos que errores.
3	Que la mayoría de los alumnos sí supieron adivinar que tomaban entre la COCA y la PEPSI y el 0.38 fueron los errores y el 0.61 fueron los aciertos.
4	En el grupo 2°B hay menor cantidad de errores que de aciertos en el experimento de la coca-cola - pepsi.
5	Tuvimos más aciertos que errores todo el grupo 2°B.
6	Más personas conocen la diferencia entre el sabor de la pepsi y la coca del grupo.
7	Que hubo más aciertos que errores al probar el diferente sabor.
8	La minoría solo llegó a 0.40 y la mayoría llegó a 0.60.
9	Esta gráfica nos sirvió para saber que hay más personas que reconocieron más los sabores de la coca y la pepsi.
10	Sí se puede diferenciar el sabor.
11	Hay más personas que descubren el sabor que las que no saben distinguir.
12	Hubo más probabilidad de acertar que de errar.
13	Que aprendimos a ver cuántos alumnos de 2°B tienen aciertos y errores en el proyecto de coca cola-pepsi.
14	La mayoría de los alumnos puede identificar más rápido el sabor que tiene la pepsi y la coca cola y muy pocos no.

Fig. 4.41. Tabla que exhibe los comentarios realizados por los 14 equipos para la gráfica de barras.

Cada uno de los comentarios que se observan la Fig. 4.41 se revisaron detenidamente, logrando clasificar cada uno de ellos en los siguientes Niveles de interpretación de gráficas:

- En el Nivel 4 se encuentran los equipos 8 y 13.

- En el Nivel 5 se encuentran los equipos 1, 2, 4, 5, 7, 12 y 14.
- En el Nivel 6 se encuentran los equipos 3, 6 y 11.
- En el Nivel 7 se encuentran los equipos 9 y 10.

Se presentan, a continuación, ejemplos del trabajo realizado por los estudiantes.

#### Nivel 4. Equipo 13

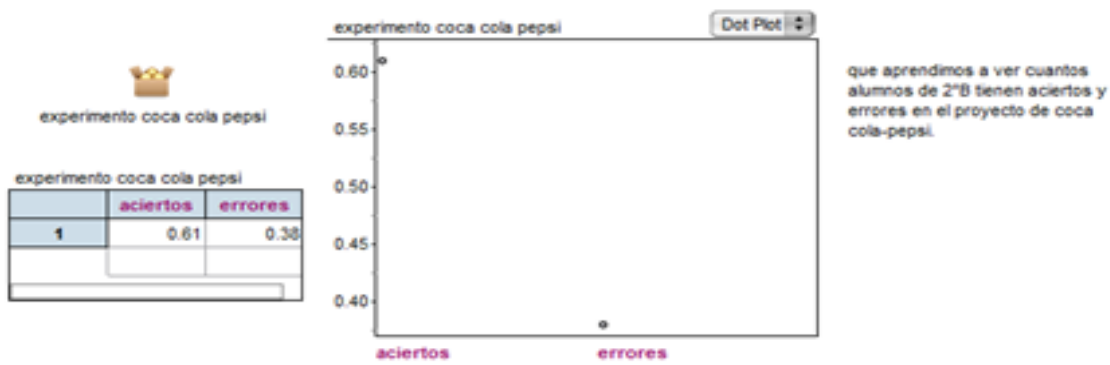


Fig. 4.42. Equipo 13. Tabla, gráfica y comentario usando FATHOM.

La Fig. 4.42 nos indica que el equipo 13 se encontraba, hasta aquel momento, ubicado en el Nivel 4. Los estudiantes mencionaron todos los datos representados en la gráfica, aunque no pudieron hacer un análisis de cada uno de ellos.

Los alumnos mencionaron que lograron ver los aciertos y errores de su grupo pero no señalaron cuál fue la probabilidad, lo cual nos permite decir que no existió razonamiento alguno acerca de los datos.

- Nivel 5. Equipo 2.

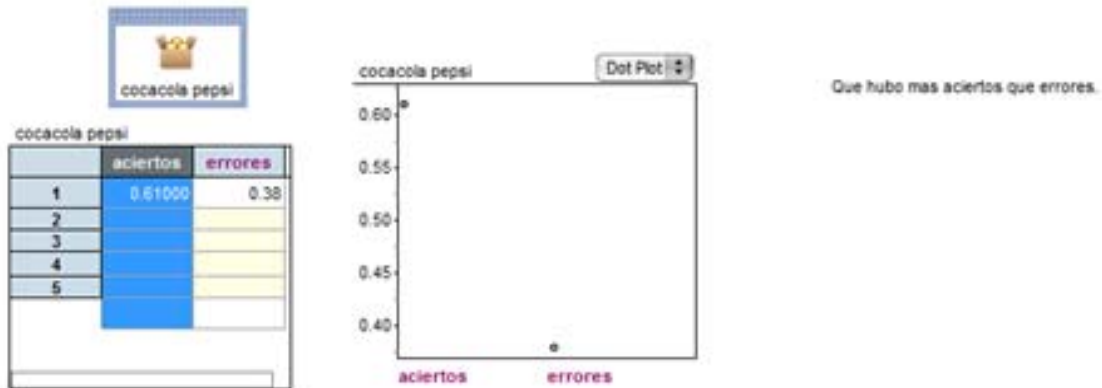


Fig. 4.43. Equipo 2. Tabla, gráfica y comentario usando FATHOM.

En la Fig. 4.43 se encuentra el comentario que escribieron los integrantes del equipo 2, ubicado en el Nivel 5 debido a que tomaron en cuenta todos los datos representados en la gráfica, de esta manera lograron establecer una comparación de los datos.

### Nivel 6. Equipo 3

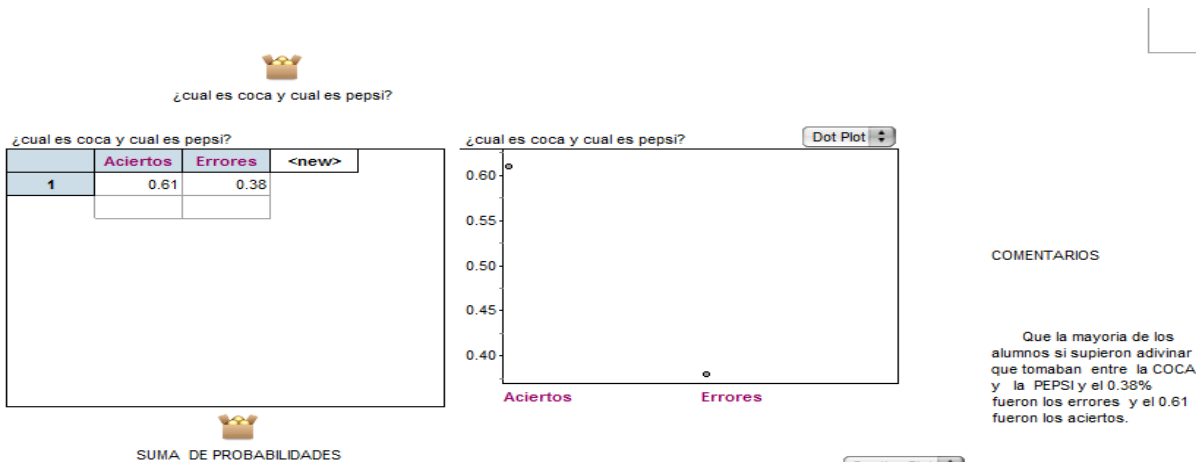


Fig. 4.44. Equipo 3. Tabla, gráfica y comentario usando FATHOM.

En la Fig. 4.44 observamos que el comentario que realizó el equipo 3 se encuentra en el Nivel 6, pues los estudiantes, además de colocar cuál fue la probabilidad de aciertos y errores del grupo, al observar los resultados, también escribieron que la mayoría de alumnos logró adivinar qué refresco fue el que les dieron



para beber. Lo anterior les permitió confirmar la hipótesis que escribieron al inicio del experimento.

- Nivel 7. Equipo 11.

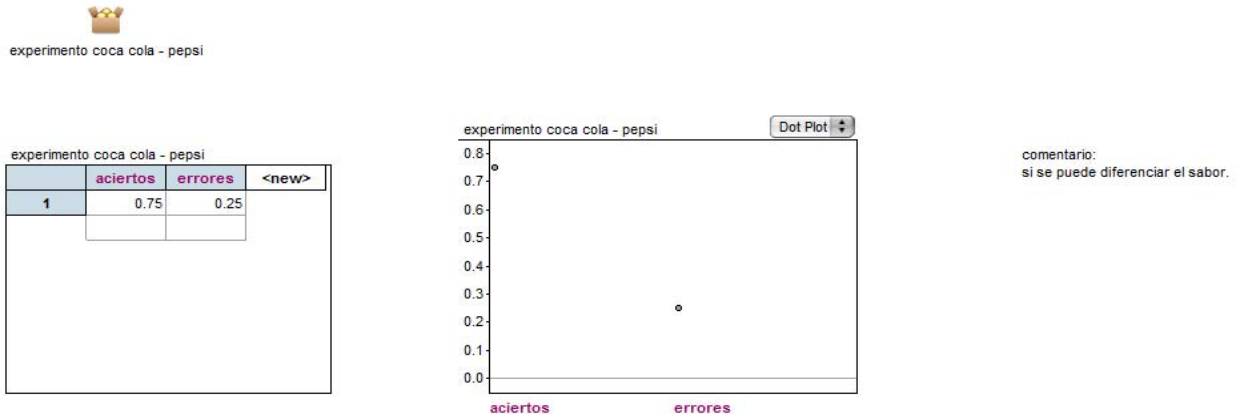


Fig. 4.45. Equipo 11. Tabla, gráfica y comentario usando FATHOM.

En el ejemplo anterior podemos ver que el equipo 11 logró alcanzar el Nivel 7 ya que los estudiantes concluyeron, basándose en los resultados representados en la gráfica mostrada en la Fig. 4.45, que sí se puede diferenciar el sabor entre ambas marcas de refresco. Esta conclusión podemos decir que el trabajo trascendió la observación de los datos y la descripción de los mismos, puesto que los alumnos realizaron una predicción acerca de lo que pudiera suceder si se hiciera más veces el mismo experimento o si se realizará en otro lugar o con distintas personas.

- **Comentarios que realizaron los 14 equipos usando FATHOM en la gráfica poligonal que representa la probabilidad de acertar al hacer 25, 50, 75 y 100 pruebas de refresco.**

N. EQUIP.	COMENTARIOS
1	Que la probabilidad del 75 al 100 se mantuvo al mismo nivel.
2	Que al hacer 50 pruebas la probabilidad de acertar baja más de .72 a .50 aunque después al hacer más pruebas se fue emparejando.

3	Se puede ver en color gris que la probabilidad de acertar es mayor en comparación con cada uno de los datos que se muestran en color azul
4	En el grupo 2°B hay la probabilidad de acertar varia de 0.5 a 0.7
5	Que el número de pruebas y las probabilidades el porciento va disminuyendo mientras más pruebas se hacen.
6	Que la prueba numero 75 y la número 100 tienen la misma probabilidad de 0.66
7	Nos demuestra la probabilidad de acertar que se pueden obtener al probar dos distintos sabores Coca- Pepsi.
8	Que entre más pruebas haya puede aumentar o disminuir pero muy poco. Que la probabilidad va bajando con forme se hacen más pruebas.
9	Se puede observar, en la gráfica, que hay tres valores que están en 0.5 y tres de 0.6
10	Se puede decir que la probabilidad es casi la misma si hacemos más experimentos no pasaría de 7.
11	En el número de pruebas que se acercan a la probabilidad de 0.6 son 50 y 100
12	Entre más números de pruebas es mas la probabilidad de acercarnos a la probabilidad exacta.
13	Que observamos de (sic) que el grupo 2°B vimos que los aciertos fueron masque los errores y la probabilidad se estabiliza a las 75 pruebas en 0.6
14	Se ve que la probabilidad de acertar va a estar en 0.6 y 0.7 y de ahí no pasa.

Fig. 4.46. Tabla que exhibe los comentarios realizados por los 14 equipos para la gráfica poligonal.

Una vez que los comentarios mostrados en la Fig. 4.46 fueron revisados, podemos decir que los niveles de interpretación de gráficas, obtenidas por los estudiantes son:

- En el Nivel 4 se encuentra el equipo 6.
- En el Nivel 5 se encuentran los equipos 2, 3, 9.
- En el Nivel 6 se encuentran los equipos 1, 4, 5, 11, 13 y 14.
- En el nivel 7 se encuentran los equipos 7, 8, 10 y 12

De cada uno de los niveles se presenta un ejemplo de lo realizado por los estudiantes.

- Nivel 4. Equipo 6.

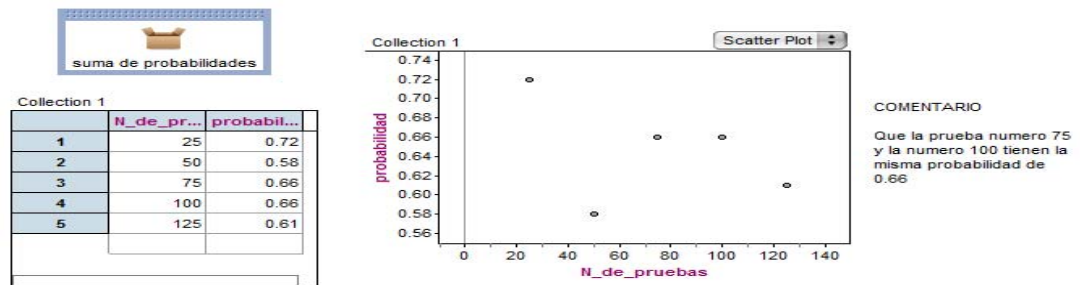


Fig. 4.47. Equipo 6. Tabla, gráfica y comentario usando FATHOM.

El comentario, que se puede ver en la Fig. 4.47, se encuentra en el Nivel 4. Los estudiantes tomaron en cuenta todos los datos pero no hicieron una interpretación global, es decir, solamente escribieron sobre aquellos datos cuya probabilidad fue la misma.

- Nivel 5. Equipo 2.

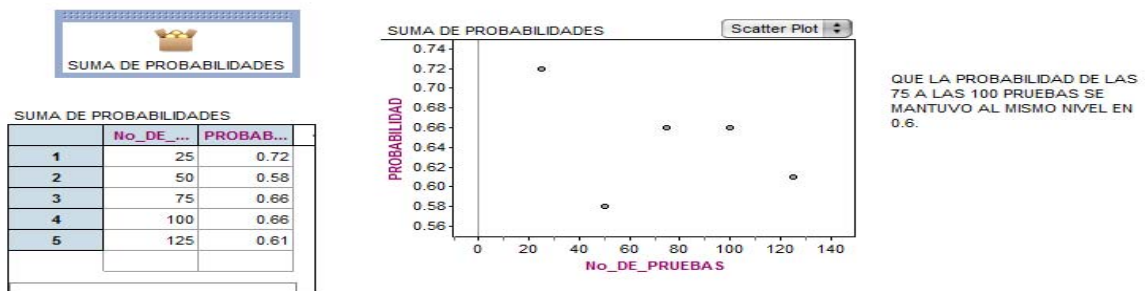


Fig. 4.48. Equipo 2. Tabla, gráfica y comentario usando FATHOM.

El comentario que escribió el equipo 2 se encuentra en el Nivel 5. En la Fig. 4.48 observamos que los estudiantes realizaron una comparación de los datos representados en la gráfica. Los alumnos, al mencionar que fue únicamente a partir de las 75 a las 100 pruebas de refresco que se mantuvo la misma probabilidad, mostraron evidencia de que encontraron algunas similitudes y/o diferencias al observar los datos representados en la gráfica.

- Nivel 6. Equipo 1.

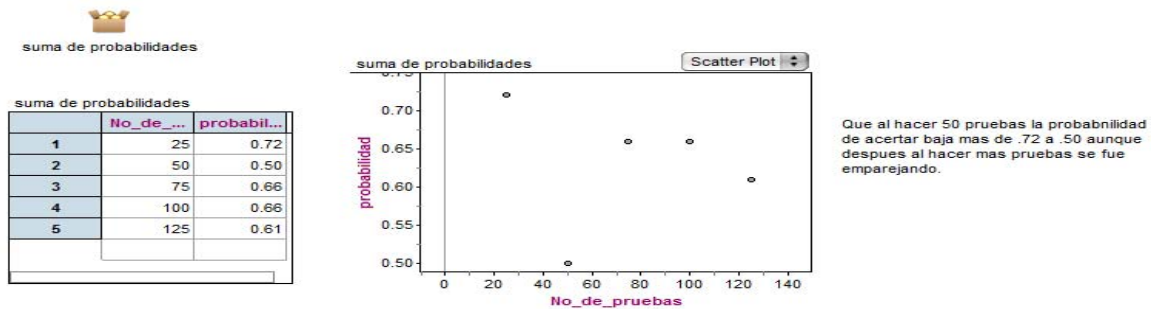


Fig. 4.49. Equipo 1. Tabla, gráfica y comentario usando FATHOM.

El comentario que realizó el equipo 1 se encuentra en el Nivel 6 de interpretación de graficas. En la Fig. 4.49 Se puede observar cómo los estudiantes, al inicio del experimento, advirtieron que la probabilidad de acertar fue de 0.72 y que después bajó a 0.50, lo que finalmente les permitió ver que, conforme se hacían más pruebas, la probabilidad se mantenía en 0.6 estableciendo con ello una conclusión basada en la observación y en sus experiencias.

- Nivel 7. Equipos 12

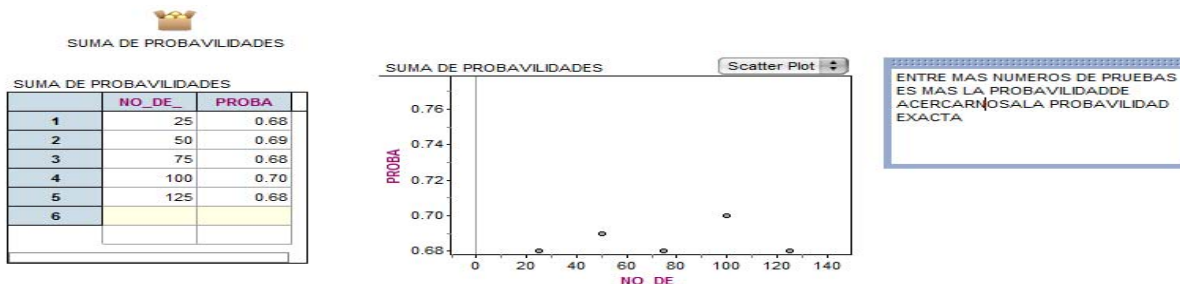


Fig. 4.50. Equipo 12. Tabla, gráfica y comentario usando FATHOM.

En este último ejemplo se muestra la manera en que los estudiantes lograron llegar al Nivel 7. Podemos observar en la Fig. 4.50 que los alumnos, para poder hacer una predicción de lo que pudiera suceder si se continuara haciendo experimento, escribieron un comentario basándose en los datos representados. Los adolescentes fueron capaces de escribir una conclusión que va más allá de los datos.

En la última parte de la Hoja de Trabajo D (ver p.92) se solicitó a los estudiantes que contestaran cinco preguntas. Las primeras cuatro para que los alumnos reflexionaran sobre lo acontecido en el experimento y la pregunta cinco para conocer sus opiniones sobre la utilización del software FATHOM en el experimento.

Las respuestas más frecuentes que dieron los estudiantes a las primeras cuatro interrogantes fueron:

- 1. ¿Cuál es la probabilidad de acertar al hacer la menor cantidad de pruebas y la mayor cantidad de pruebas? ¿Cómo son las probabilidades, existen diferencias? ¿Por qué?**

***Respuestas de los alumnos.***

- No, son muy parecidas, las probabilidades se acercan por dos centésimas.
- Las probabilidades son casi iguales, no existen muchas diferencias.
- Si existen diferencias pero por muy poquito.
- Varían muy poquito pero la de 123 debe de acercarse a la probabilidad exacta.

- 2. ¿A partir de qué cantidad de pruebas la probabilidad de acertar comienza a variar? ¿Por qué crees que suceda esto?**

***Respuestas de los alumnos.***

- A partir de las 75 pruebas.
- A partir de las 75 y 100 pruebas, porque son más.

3. **Observa la gráfica y menciona ¿Cuál es la probabilidad de acertar al hacer 25, 75 y 100 pruebas, compara estas probabilidades e indica cómo es que varían? ¿A qué se debe este cambio?**

***Respuestas de los alumnos.***

- Varían muy poco, se debe a la cantidad.
- Varían por el aumento de pruebas.

4. **Si hiciéramos este mismo experimento 200, 500 y 1000 veces, podrías predecir ¿Cuál sería la probabilidad de acertar? ¿Por qué crees que serían estos resultados?**

***Respuestas de los estudiantes.***

- Si observan los datos lo más probable es que sea 0.6
- Tal vez este entre 0.6 ó 0.7
- De 0.6 porque es la que más se repite.

Cada una de las interrogantes, permitió a los educandos reflexionar y analizar, con mayor detenimiento, los datos representados en la tabla y gráfica que realizaron, tabla elaborada para representar la probabilidad de acertar cuando se hacen 25, 50, 75, 100 y 125 pruebas de refresco de distintas marcas con ayuda del software FATHOM. Esta actividad cumplió con el objetivo de la Lección 3: que los alumnos interpreten de una mejor manera la información representada en gráficas.

Finalmente la última de las interrogantes nos permitió conocer qué fue lo que pensaron los estudiantes sobre la utilización de un instrumento tecnológico como el software FATHOM.

A continuación se muestra lo que contestaron:

## 5. Escribe un comentario sobre la utilización del software Fathom.

### *Respuestas de los alumnos*

- Es más fácil y más entretenido.
- Es un programa que facilita las cosas y es muy útil.
- Fue difícil, aunque al usar el programa se hizo fácil y divertido.
- El programa nos ayudó a hacer las tablas y gráficas bien y [a] hacer bien la interpretación.

Las respuestas proporcionadas nos hacen pensar que el software FATHOM es un recurso útil para poder reforzar un tema de estadística, principalmente uno que tenga que ver con la construcción de tablas, gráficas y con la interpretación de éstas. Como McFarlane (2000) lo señala, la utilización de la tecnología permite entre otras cosas desarrollar habilidades y competencias en los estudiantes utilizando una herramienta distinta a la tradicional. Cabero (1999), por su parte, menciona las ventajas que tiene usar tecnología en la enseñanza. Plantea que al utilizar instrumentos tecnológicos se incentiva la motivación, lo cual facilita la enseñanza y el aprendizaje.

[...]Las interacciones entre estudiantes, maestros, saberes y tecnología provocan un cambio, el cual radica principalmente en otorgar a los alumnos la oportunidad de generar su propio conocimiento matemático en donde los educadores juegan el papel de mediadores y la aplicación de la tecnología sirve a los educandos de retroalimentación en contenidos curriculares. (Oliva y Makar, et.al. 2009: 134).

Un reto para los docentes de matemáticas es generar motivación e interés en los estudiantes para aprender esta asignatura, por ello, el uso de la tecnología es hoy en día un recurso importante para generar saberes significativos que estimulen el gusto por la matemática.

Al terminar la Hoja de Trabajo D, se realizó una entrevista que fue videograbada. Dos alumnos de segundo grado de secundaria participaron en esta. En la conversación se logró vislumbrar que el software FATHOM ayudó a los estudiantes para mejorar en

la interpretar de los datos representados en una gráfica. Mostramos la transcripción de ésta.<sup>7</sup>

**E: entrevistador**

**M: Miguel A.**

**G: Giorgio**

**E:** ¿Cuáles son sus nombres?

**Mi:** Miguel Ángel García Hernández.

**G:** Giorgio.

**E:** ¿Trabajaron con qué programa?

**G:** Con el software Fathom Dinamic Data.

**E:** Ok, bien, muy bien, ¿Para qué te sirvió el programa?

**G:** Para crear tablas.

**M:** Gráficas.

**G:** Colección, una base de datos.

**E:** Bien.

**E:** Ahorita voy, permíteme un segundo. ¿Y te pareció interesante el programa?

**G:** Sí.

**E:** ¿Lo consideras útil para interpretar una gráfica?

**G:** Sí, además puedes escribir un comentario etc.

**E:** ¿Pueden enseñarnos su trabajo?

**G y M:** Sí

**E:** ¿Me puedes explicar lo que hiciste?

---

<sup>7</sup> Miguel Ángel y Giorgio son alumnos del grupo 2-B. La entrevista se realizó cuando los estudiantes concluyeron, con el uso del software FATHOM, las tablas, gráficas y comentarios que se solicitaron en la Hoja de Trabajo D.



**G:** Primero puse los de los probadores, la gráfica y luego hice una segunda colección llamada suma de probabilidades, la tabla con el mismo nombre que dice pruebas y probabilidad, luego la gráfica y su comentario.

**E:** ¿Qué pusiste de comentario para la primera gráfica?

**G:** ¿La de los probadores?

**E:** ¿Cuál fue tu comentario para la primera gráfica?

**G:** Que la probabilidad se mantiene estable.

**E:** ¿Por qué consideras que se mantiene estable?

**G:** Bueno esto (sic) es la de los errores, este es el comentario de la segunda grafica.

**E:** Para la primera grafica el comentario es que se mantienen estables y para la primera.

**G:** Que bueno, no lo puse pero es que los alumnos de 2-C tuvieron más aciertos que errores en el experimento.

**E:** Bien ok, Giorgio, me puedes decir ¿en dónde se ve que tienen más aciertos?

**G:** Aquí.

**E:** Ok ¿Me enseñas tu otra gráfica? ¿Por qué dices que se mantiene estable?

**G:** Nunca baja porque inicia en 0.68, 0.68, 0.70, 0.67 y 0.68, es decir varía poco, no baja tanto.

**E:** Ok, muy bien Giorgio, está muy bien tu trabajo, muchas gracias. Miguel Ángel, ¿quieres decir algo?

**M:** No, ¿cómo que podría ser? Que el programa sirve para muchas cosas, que es muy bien (sic) para hacer gráficas y es fácil de usar.

**E:** ¿Te gustaría más trabajar con tecnología, por ejemplo con otro software como Cabri, Geogebra, etc.?

**M:** Sí, para conocer programas que uno normalmente no utiliza.

**E:** Ok, Miguel Ángel, bien, gracias. Hasta luego.

#### 4.2.3.1. Conclusiones de la Fase III.

La categorización de los Niveles de interpretación de la información representada en gráficas estadísticas obtenidos en la Fase III se muestra a continuación.

- **RESULTADOS FASE III. LECCIÓN 3**

<b>DISTINTOS NIVELES DE INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN REPRESENTADA EN GRÁFICAS ESTADÍSTICAS CON ALUMNOS DE SECUNDARIA.</b>		
<b>CATEGORIZACIÓN</b>	<b>ALUMNOS</b>	<b>PORCENTAJE</b>
Nivel 1	0	0%
Nivel 2	0	0%
Nivel 3	0	0%
Nivel 4	3	10.71%
Nivel 5	10	35.71%
Nivel 6	9	32.14%
Nivel 7	6	21.42%
<b>TOTAL</b>	<b>28</b>	<b>99.98%</b>

Fig. 4.51. Categorización en la interpretación de gráficas estadísticas. Fase III: Usando el Software FATHOM. Lección 3.

En la Fig. 4.51 observamos que el 10.71% de los estudiantes se encontró en el Nivel 4, el 35.71% en el Nivel 5, el 32.14% en el Nivel 6 y el 21.42% en el Nivel 7. Abajo se muestra la gráfica de la tabla anterior.

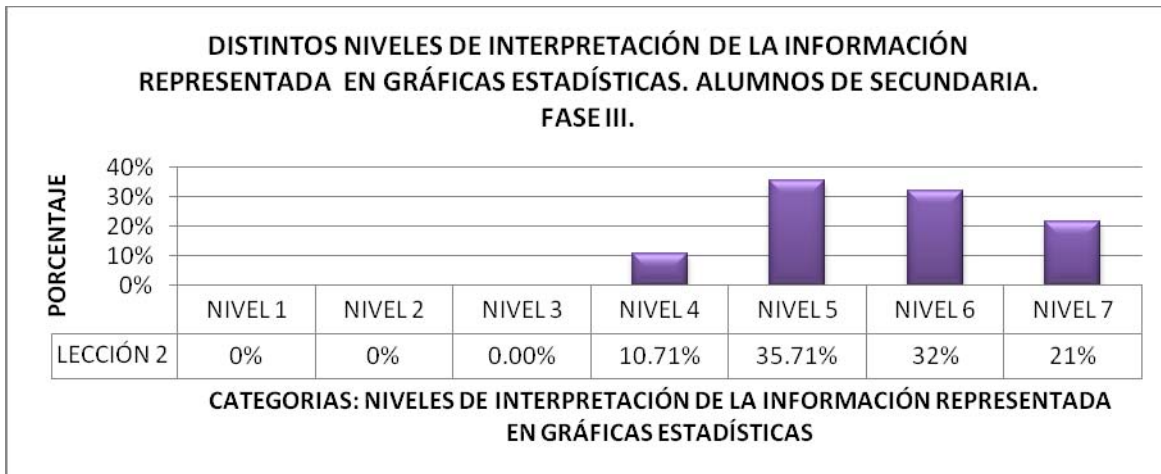


Fig. 4.52. Gráfica que detalla los Resultados de la Fase III. Lección 3.

Podemos observar en la Fig. 4.52 los resultados de la Fase III. Con base en estos es pertinente mencionar que ya no se encontraron alumnos en los Niveles 1, 2 y 3. Destacamos de igual manera que muy pocos estuvieron en el Nivel 4 y que la mayoría se situó en los Niveles 5 y 6, además de que en la tabla notamos que existieron 6 estudiantes en el Nivel 7. Estos datos nos revelan que al usar el software FATHOM, existe un avance importante en la interpretación de gráficas.

En esta Fase destacamos la importancia de trabajar con la computadora, específicamente con el software FATHOM. Para Mariotti (2002) la computadora va más allá de ser un simple artefacto, más bien es un instrumento que permite generar un canal distinto de aprendizaje entre el alumno y el maestro. De la misma manera Moreno y Waldegg, (2004) mencionan que si en las clases se enseña y se aprende usando tecnología, refiriéndose básicamente, a la utilización de instrumentos como la calculadora, computadora etc., se produce en el aula de clases un fenómeno conocido como “medición instrumental” que como se ha mencionado en el Capítulo II se da cuando por medio de un instrumento, material o simbólico, se genera aprendizaje.

Si prestamos atención a la gráfica de la Fig. 4.52 podemos concluir que aproximadamente un 89% de los estudiantes, al terminar la Fase III logró interpretar la información representada en las gráficas estadísticas de acuerdo a lo que describen los

Niveles 5, 6 y 7; esto fue porque al utilizar el software se facilitó la lectura de las gráficas. Cuando los estudiantes usaron FATHOM realizaron las mismas tablas y gráficas de la Lección 3 que hicieron a lápiz y papel, pero ahora utilizando el software. Podríamos decir entonces que no existieron avances al interpretar las gráficas, sin embargo, debido a que los comentarios que escribieron en esta etapa lograron rebasar en número las interpretaciones de la Fase II. Lección 3. En lo que corresponde a la cantidad de estudiantes que se ubicaron en los Niveles 6 y 7, podemos finalmente decir que en este Fase se mejoraron significativamente los resultados.

Por último sabemos que los resultados obtenidos en la Fase III muestran que el software FATHOM y las actividades correspondientes a la Lección 3 favorecieron, en los estudiantes de segundo de secundaria, la comprensión de gráficas estadísticas, permitiéndoles una mejor lectura de los datos representados. Para Moreno y Waldegg (2004), la aplicación de la tecnología en las clases de matemáticas tiene varios propósitos con respecto al uso de los medios computacionales. Uno de estos objetivos, relevante al usar el software FATHOM, es que en los estudiantes se estimuló la dialéctica como el proceso para dar sentido a las prácticas cotidianas mediante, ello mediante la organización y la matematización. Además la computadora generó una especie de realidad (virtual) matemática, que provocó que los adolescentes expresaran descripciones abstractas de las estructuras matemáticas.

### 4.3. COMPARACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA FASE I, II Y III.

A continuación se muestra la comparación de los resultados obtenidos en cada una de las Fases de la investigación.

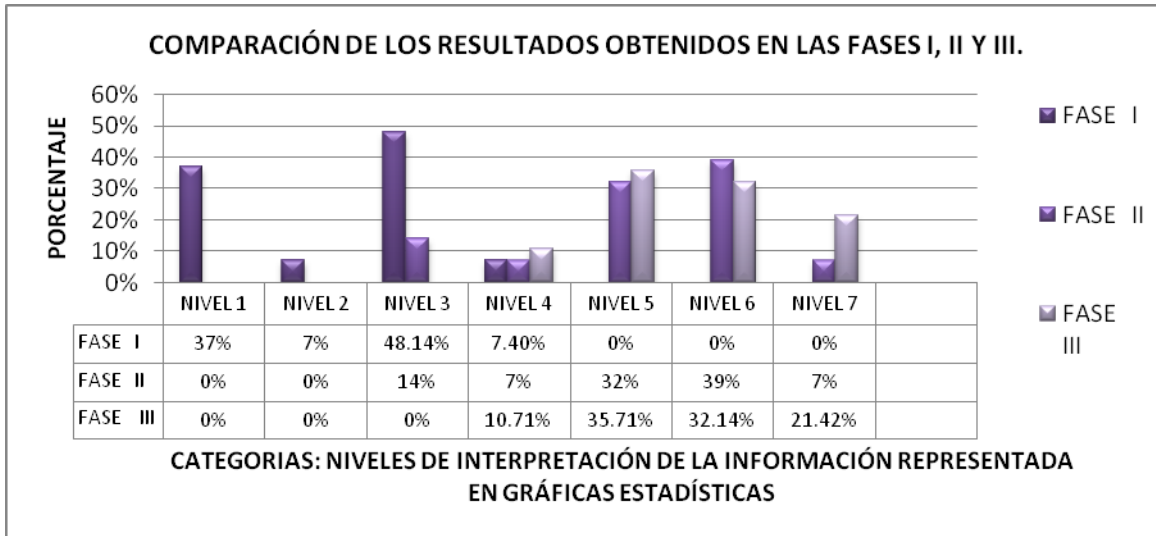


Fig. 4.53. Gráfica que muestra los resultados de la Fase I, II y III.

La Fig. 4.53 muestra que en la Fase I la mayoría de los estudiantes se encontraba en los Niveles 1 y 3 de interpretación de gráficas, en la Fase II que la mayoría se ubicaba en los Niveles 5 y 6 y en la Fase III también una cifra destacada de alumnos se situó en esos mismos Niveles, aunque a diferencia de la Fase II, un porcentaje importante de alumnos llegó al Nivel 7.

Por otro parte subrayamos que durante las Lecciones 2 y 3 no hubo alumnos que se encontrarán en los Niveles 1 y 2, lo que quiere decir que las actividades que corresponden a estas Lecciones y que se hicieron tanto a Lápiz y Papel como usando el software FATHOM, lograron incrementar los Niveles de interpretación de gráficas que tenían los estudiantes al aplicarles el diagnóstico.

También apreciamos que en la Fase III los estudiantes al usar FATHOM alcanzaron Niveles importantes de interpretación de gráficas, ya que a diferencia de la Fase II ya no se encontraron alumnos en los Niveles 1, 2 y 3. Esto quiere decir, en

palabras de Gerber, Boulton y Bruce (1995), que los estudiantes tienen una mejor precisión de la información cualitativa extraída de las gráficas, quiere decir entonces, que los adolescentes lograron superar algunas dificultades al interpretar el contenido de éstas.

Al revisar los resultados de la Fase III notamos que la computadora es un artefacto que en ciertos momentos de la clase puede transformarse en un instrumento. Mariotti (2002) menciona que el proceso de mediación semiótica se desarrolla en distintos niveles y nos muestra un ejemplo de cómo la computadora se vuelve un instrumento.

[...]El maestro utiliza el instrumento para generar una estrategia de aprendizaje que permita la construcción de significados que constituyan el motivo de la enseñanza y del aprendizaje de la actividad, los alumnos pueden aprender ciertos conocimientos de esta materia utilizando la computadora y bajo la tutela del profesor quien orientara al alumno en la evolución de la apropiación de significados, éstos se interiorizan en el estudiante a partir de las acciones que existen entre los usuarios y la retroalimentación del medio, donde el artefacto es un componente, considerando que la dinámica social del aula debe estar bajo la guía del profesor quien finalmente valorará los resultados y el alcance de las actividades. (Mariotti 2002: 704)

En la descripción de la Lección 3, relacionada con el uso de FATHOM, podemos ver que cada uno de los elementos descritos por Mariotti fue tomado en cuenta, esto se hizo precisamente para generar ambientes de aprendizajes distintos, motivadores y significativos para los estudiantes.

# CONCLUSIONES

En esta investigación indagamos los distintos niveles de interpretación de la información representada en gráficas estadísticas que tienen estudiantes de secundaria.

Enseguida a manera de conclusiones se presenta una descripción general de los resultados obtenidos, dando respuesta a cada una de las preguntas de investigación que guiaron esta tesis.

- ⊙ ¿Cómo respondieron los estudiantes ante cada una de las Lecciones propuestas por Garfield y Zvi, en lo referente a la interpretación de la información representada en gráficas?

Al realizar cada una de las lecciones los estudiantes mostraron motivación e interés, lo que facilitó indudablemente que realizaran las actividades correspondientes. Los adolescentes, en general, respondieron satisfactoriamente. Presentamos un resumen de lo ocurrido en cada una de las fases de la investigación.

En la Fase I, al ser aplicado el diagnóstico, pudo notarse que la mayoría de los alumnos, dejaron incompletas o en blanco algunas de las actividades, porque en algunos casos no recordaban cómo realizar una tabla o una gráfica. Cada una de las respuestas proporcionadas en las Hojas de Trabajo permitió identificar el nivel de interpretación de gráficas que tenían, hasta ese momento.

En las Fases II y III trabajaron las Lecciones: “Razonar Información” y “Experimento al Azar: Coca Cola o Pepsi”. Ambas se ejecutaron en equipos de dos o más integrantes, lo que facilitó la realización de cada una de las actividades. Los

alumnos compartieron sus conocimientos previos con sus compañeros de equipo, lo que hizo más valioso el aprendizaje.

En la Lección 2 “Razonar información”, se incrementó indudablemente los niveles de interpretación de gráficas estadísticas que se obtuvieron en el diagnóstico. La manera en cómo fue estructurada y organizada cada una de estas secesiones rompió con la rutina a la que estaban acostumbrados. Por ende hubo reacciones satisfactorias en ellos.

En la Lección 3 “Experimento al azar” los estudiantes realizaron un experimento: identificaron, con los ojos vendados, qué marca de refresco les daban a degustar (Coca Cola o Pepsi). Esta lección se realizó en dos etapas.

En la primera, además de aplicar conocimientos básicos de estadística también aplicaron conocimientos básicos de probabilidad. Los estudiantes al realizar esta Lección ya no tenían dudas acerca de cómo hacer una tabla y gráfica ni cómo interpretar los datos. En ese momento sus inquietudes giraban en torno a cómo calcular la probabilidad, sin embargo, un adolescente fue quien ayudó a sus compañeros a resolver sus dudas. Lo hizo explicando en el pizarrón los pasos a seguir para calcular la probabilidad de la forma clásica. Aclarado este punto la mayoría de los alumnos terminó las actividades.

Al revisar las respuestas proporcionadas en las Hojas de Trabajo encontramos que, en general, habían logrado niveles más altos al interpretar los datos representados en una gráfica. Esto se debió al cálculo correcto de la probabilidad, hecho que les permitió graficar e interpretar cabalmente los datos. Mostramos imágenes de algunos alumnos realizando el experimento.





En la etapa dos los alumnos utilizaron los resultados de la Lección 3 que obtuvieron al realizar el experimento, pero ahora con ayuda del software FATHOM realizaron la tabla y gráfica que en la etapa uno habían hecho a lápiz y papel. Los alumnos se entusiasmaron al mostrarles cómo usar FATHOM. La mayoría de ellos manifestó tener algunas dudas sobre cómo utilizarlo para crear las colecciones, tablas y gráficas; las dudas se desvanecieron en el momento de trasladarlos a la sala de red escolar, donde por parejas y usando la guía de apoyo que se les proporcionó, exploraron por sí mismos cada uno de los iconos, descubriendo cuáles servían para crear una colección, tabla, gráfica e incluso como escribir un comentario.

Los estudiantes se dieron cuenta que era muy sencillo trabajar con FATHOM. Al revisar sus archivos encontramos que algunos de ellos mostraron un incremento significativo en los niveles de interpretación de gráficas estadísticas.

© ¿Al realizar las actividades propuestas por Garfield & Zvi, en qué nivel de razonamiento estadístico se encuentran los alumnos al interpretar la información representada en gráficas estadísticas, a través de la mediación del lápiz y papel y el software FATHOM?

En la Fase I: Diagnóstico. Encontramos que de un total de 27 estudiantes que participaron en este estudio, diez se encontraban en el Nivel 1 (37.03%), dos en el Nivel 2 (7.40%), trece en el Nivel 3 (48.14%) y dos en el Nivel 4 (7.40%). Estos resultados en general mostraron que casi el 50% de los estudiantes de segundo grado

de secundaria, interpretaron la información representada en gráficas estadísticas de acuerdo al Nivel 3, en el que, de acuerdo Gerber, Boulton y Bruce (2001), los alumnos tuvieron algunas dificultades al interpretar una gráfica, lograron fijar su atención en todos los datos representados, pero únicamente describieron uno solo o una porción de éstos y no en su conjunto. Otro dato rescatable es que el segundo porcentaje más alto lo ocuparon los estudiantes que se ubicaron en el Nivel 1. Los alumnos que se mantuvieron en este primer nivel tuvieron serias dificultades al interpretar el contenido de las gráficas o simplemente fueron incapaces de procesar la información contenida en ellas. Lo anterior fue clave para continuar con las actividades correspondientes a las Fases II y III. Estos resultados fueron tomados en cuenta para observar la evolución de los chicos, conforme era desarrollada la secuencia didáctica implementada.

En la Fase II se trabajaron dos Lecciones la 2 y 3. Esta Fase corresponde a las actividades que realizaron los alumnos a Lápiz y Papel. Los Niveles de interpretación de la información representada en gráficas que tuvieron los estudiantes fueron:

En la Lección 2, de un total de 27 adolescentes, seis se encontraron en el Nivel 3 (22.22%), trece en el Nivel 4 (48.14%) y ocho en el nivel 5 (29.62%). En la Lección 3, de un total de 25 alumnos, que llevaron a cabo las actividades, dos se ubicaron en el Nivel 3 (8%), ocho en el Nivel 5 (32%), 13 en el Nivel 6 (52%) y dos en el Nivel 7 (8%). Comparando estos resultados con los obtenidos en la Fase I advertimos que al terminar la Lección 2, la misma cantidad de estudiantes que se ubicaron en el Nivel 3 en el diagnóstico lograron avanzar un Nivel: del tercero al cuarto. Observamos también que ninguno de los alumnos se encontró en los Niveles 1 y 2, y que contrario a esto, existieron 8 alumnos que se ubicaron en el Nivel 5, el cual no fue alcanzado en la Fase I.

Si prestamos atención a los resultados obtenidos en la Lección 2 y Lección 3, podemos percatarnos del avance de los estudiantes. Progresaron dos Niveles: del quinto, al sexto y séptimo. Trece alumnos se ubicaron en el Nivel 6 y dos más en el

Nivel 7. En la Lección 2, los estudiantes se encontraban en los Niveles 3-5 y la mayoría de éstos en el Nivel 4. En la Lección 3 en general los estudiantes estaban en los Niveles 5-7. La mayoría se ubicaba en el Nivel 6. Con base en ambos resultados distinguimos que en la Lección 2 se consiguió que una cantidad significativa de estudiantes avanzara al Nivel 4 mientras, que en la Lección 3 la mayoría de los estudiantes se ubicó en el Nivel 6. Estos datos respaldaron el progreso de los alumnos hasta ese momento. Se logró saber que conforme avanzaban en las Lecciones, se mejoraba, en algunos estudiantes, el Nivel de interpretación de la información representada en gráficas estadísticas.

La Fase III se centró en el uso del software FATHOM. En esta Fase, de un total de 28 alumnos tres se situaron en el Nivel 4 (10.71%), 10 en el Nivel 5 (35.71%), nueve en el Nivel 6 (32.14) y seis en el Nivel 7 (21.42%). Podemos mencionar, basándonos en estos resultados, que en esta Fase no se encontraron alumnos en los Niveles 1, 2 y 3; muy pocos estuvieron en el Nivel 4 y la gran mayoría se situó en los Niveles 5 y 6, además de que en la tabla notamos que existieron 6 estudiantes en el Nivel 7.

Cuando los estudiantes usaron FATHOM realizaron las mismas tablas y gráficas de la Lección 3 que hicieron a lápiz y papel, pero en ese momento utilizando el software. Podríamos decir, tomando como referencia lo anterior, que no existieron avances al interpretar las gráficas, sin embargo, debido a que las interpretaciones de las gráficas, hechas por los estudiantes, en esta etapa lograron rebasar en número, las interpretaciones de la Fase II Lección 3, en lo que concierne a la cantidad de estudiantes que se ubicaron en los Niveles 6 y 7, podemos finalmente decir que en este Fase se mejoraron significativamente los resultados.

☉ ¿Cuáles fueron los resultados y el alcance obtenido en cada una de las fases de la investigación?

Una vez organizados, analizados y presentados los resultados obtenidos en cada una de las Fases concluimos:

En la Fase I la mayoría de los estudiantes se encontró en los Niveles 1 y 3 de interpretación de gráficas. En la Fase II la mayoría se ubicó en los Niveles 5 y 6. Finalmente en la Fase III, una cifra destacada de alumnos también se situó en esos mismos Niveles, aunque a diferencia de la Fase II fueron seis alumnos más los que llegaron al Nivel 7.

En la Fase I los estudiantes se mantuvieron en los primeros Niveles debido a que la mayoría únicamente logró describir un solo dato o una parte de la gráfica. Al mismo tiempo también, una cifra importante de jóvenes manifestó dificultades al interpretar los datos. En la Fase II durante las Lecciones 2 y 3 no hubo estudiantes en los Niveles 1 y 2, lo que quiere decir que las actividades que corresponden a estas Lecciones y que se hicieron a Lápiz y Papel lograron incrementar los Niveles de interpretación de gráficas que se tenían en la Fase I, ya que como recordamos fue en ésta donde los estudiantes mostraron tener gran dificultad al interpretar los datos contenidos en una gráfica.

También apreciamos que en la Fase III no se encontraron alumnos en los Niveles 1, 2 y 3. Los estudiantes al usar FATHOM alcanzaron Niveles importantes de interpretación de gráficas. Aproximadamente 89%, al terminar la Fase III, logró interpretar la información representada en las gráficas estadísticas de acuerdo a lo que describen los Niveles 5, 6 y 7. La causa pudo ser que al utilizar el software se facilitó la lectura de las gráficas. Mariotti (2002) menciona con respecto a la utilización de la tecnología que en ciertos momentos (por ejemplo en una clase de estadística) la computadora puede pasar de ser un simple artefacto para convertirse en un instrumento, el cual permite al docente promover distintas estrategias de aprendizaje motivadoras y significativas para los estudiantes.

Los resultados obtenidos en la Fase III mostraron que al utilizar FATHOM se favoreció en los alumnos la comprensión de gráficas estadísticas ya que este software automáticamente mejoró la lectura de los datos representados. En relación a lo planteado, Moreno y Waldegg (2004) afirman que al utilizar, en las clases de matemáticas, distintos recursos tecnológicos se estimula en los estudiantes la dialéctica, además de que la computadora genera una especie de realidad (virtual) matemática que permite expresar descripciones abstractas de las estructuras matemáticas.

© ¿Con base en la última de las lecciones propuestas por Garfield y Zvi, de qué manera impactó a los estudiantes de secundaria la utilización del software FATHOM?

En el Capítulo IV, lección 3, se hizo la descripción de lo acontecido, al usar FATHOM. Hallamos que este Software permitió a los estudiantes hacer una mejor interpretación de los datos representados, además se logró crear tablas y gráficas de una manera más sencilla. Los alumnos ahorraron tiempo en su construcción. Con ello pudimos mostrarles resultados organizados y mejor estructurados que dieron por resultado que los adolescentes centraran más su atención en el contenido de las tablas y gráficas que en dibujar éstas.

De acuerdo al marco teórico de Gerber Boulton y Bruce (2001), cuando los estudiantes llegan a los Niveles 6 y 7 significa que se tiene una buena interpretación de los datos representados en una grafica. Un gran número de alumnos en la Fase III consiguió alcanzar estos dos niveles, lo que indicó que aunque el incremento fue poco. En comparación con las cifras que arrojó la Fase II, los resultados fueron significativos. La mayoría de los jóvenes, al término de cada una de las lecciones, logró escalar nivel tras nivel. El software FATHOM resultó ser un recurso que ayudó a los educandos consolidar del aprendizaje de interpretación de graficas. Al utilizar este recurso se

reafirmó lo aprendido en la Fase II. Con este propósito es que se decidió trabajar con el software al final de esta secuencia didáctica.

Tiene sentido mencionar que la aplicación de la tecnología a través del software FATHOM en lo que se refiere a la interpretación de gráficas estadísticas se llevó a cabo en esta investigación desde un punto de vista “pragmático”. es decir, el software permitió que los estudiantes construyeran sin ningún error las tablas y gráficas y que la realización de éstas fuera más rápida, lo que indudablemente facilitó que logaran ver los datos representados con mayor claridad, consiguiendo mejorar en la interpretación de la información representada. Además, el software ayudó a reforzar conocimientos previos que adquirieron los estudiantes en clase o cursos anteriores sobre estadística y probabilidad. Lo anterior nos permite vislumbrar a futuro la posibilidad de utilizar el software FATHOM desde un punto de vista que ayude a los alumnos a generar y fortalecer conceptos matemáticos estadísticos como la media, la moda y la mediana, etc, al utilizar este software para calcular estas medidas de tendencia central, realizar las graficas y encontrar estos datos representados en las mismas.

Finalmente, este trabajo cumplió con nuestro propósito de mostrar a docentes y personas dedicadas a la educación una manera diferente de enseñar cómo interpretar la información representada en gráficas estadísticas. Por ello es que es relevante dar a conocer los distintos niveles alcanzados en cada una de las lecciones implementadas usando lápiz y papel y también al utilizar el software FATHOM.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alpízar, M. (2005). El método de proyectos como estrategia de evaluación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2, (3), 99-118
- Alpízar, M. (2005). *Exploración de los conceptos y significados que utilizan profesores en actividades de resolución de problemas relacionados con el análisis exploratorio de datos*. Tesis de maestría no publicada. Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV.
- Alpízar, M. (2005). *Estudio de los conceptos básicos del análisis exploratorio de datos por medio del software dinámico Fathom*. Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. España: Geuug.
- Batanero, C. 2004. Statistics education as a field for research and practice. *Tenth International Congress on Mathematical Education*, Copenhagen.
- Batanero, C. (2005). *Significados de la probabilidad en la educación secundaria* . En R. Farfán y cols. (Eds.). *Relime*, 8(3), 247-263.
- Batanero, C. y Godino, J. (2005). Perspectivas de la educación estadística como áreas de investigación. *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Badajoz: Universidad de Extremadura, 203-226.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical thinking and learning*, 2, (1 y 2), 127-155.

- Cabero, R. (julio, 1999). Nuevas tecnologías aplicadas a la educación. Barcelona: Síntesis
- Charnay, R. (2005). Aprender por medio de la resolución de problemas. En Parra, C. y Sainz, I. *Didáctica de las matemáticas*. pp. 51-64. México: Paidós.
- Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed. In graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 382-393.
- Eisenbach, R. (1994). What does of mean? Comunicación presentada en el *Fourth International Conference on Teaching Statistics*. Marrakesh, Marruecos.
- Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J. (2004). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. *Educación matemática*, 16, (001). México:Santillana, 89-111.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Flores, M. (2005). El significado del algoritmo de la sustracción en la solución de problemas. *Educación matemática*, 17,(002). México: Santillana, 7-34.
- Friel, S.,Cursio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 124-158.
- Frisancho, S. (2007) El razonamiento probabilístico. Desarrollo humano constructivismo y educación. <http://blog.pucp.edu.pe/item/9241/el-razonamiento-probabilistico>.



- Garcia, B., Lajoie, S. y Ponce, M. (noviembre, 2006). Un programa multimedia para la Enseñanza de la Estadística y la Metodología. <http://www.virtualeduca.org>.
- García, J. y Sánchez, E. (diciembre, 2007). El desarrollo de nociones de variabilidad estadística en profesores de secundaria con apoyo de actividades de simulación. *V Congreso sobre Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora*. 5, 6, 7. ITCR. Costa Rica
- Garfield, J. y Zvi, D. (2008). Learning to reason about data. *In Developing Students' Statistical Reasoning*. pp. 117-142 USA: Springer.
- Gerber, R., Boulton-Lewis, G. y Bruce, C. (1995). Children's understanding of graphic representation of quantitative data. *Learning and instruction*, 5, pp. 70-100
- Hatfield, E. (July-August, 1983). Seeking strengths in families of developmentally disabled children. *Journal of Social Work*, pp. 73-77.
- Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics*. Sloug: Foulsham Educational.
- Inzunza, S. (2006). ¿Qué enseñar, estadística descriptiva o análisis exploratorio de datos? *2ª Reunión Nacional de Análisis. La actividad experimental en la enseñanza de las Ciencias Naturales y Exactas*. Centro de Ciencias de Sinaloa. Culiacán Sinaloa.
- Lane, S. (2002). *Simular, estimular y comprender el aprendizaje de la estadística usando el software Fathom*. Tesis de maestría no publicada. Departamento de didáctica de la matemática y de las ciencias experimentales. Universidad de Salamanca.

- Mariotti, M. (2002). The influence of technological Advances on Students' Mathematics Learning. In Lyn D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. New Jersey: LEA.
- McFarlane, A. (2003). El valor de la educación y el papel de las tecnologías de la información y la comunicación. *Antología. Matemáticas. Tercer taller de actualización sobre los programas de estudio 2006*. pp.113-119. SEP.
- Moreno, L. y Waldegg, G. (2004). *Aprendizaje, matemáticas y tecnología. Una visión integral para el maestro*. México: Santillana.
- Monroy, R. (2008). *La comprensión de gráficas de barras e histogramas por estudiantes de secundaria*. Tesis de maestría no publicada. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV.
- Nisbett, R., Krantz, D., Jepson, C., y Kunda, Z. (1983). The Use of Statistical Heuristics in Everyday Inductive Reasoning. *Psychological Review*, 90, (4), 339-363.
- NCTM. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. EUA.
- Olive, J. y Makar, K. (2009). Mathematical Knowledge and Practices Resulting from Access to Digital Technologies. Hoyles, C. and Lagrange J.(eds.), *Mathematics Education and technology-Rethinking the Terrain*, 133, pp 133-177. USA: Springer.
- Poyla, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Ramírez, G. (2007). *Formas de razonamiento que muestran estudiantes de maestría de matemática educativa sobre la distribución normal mediante*

*problemas de simulación en FATHOM*. Tesis de maestría no publicada. Instituto tecnológico de Costa Rica.

- Ríos, S. (2004). *¿Cómo interpretan los alumnos de secundaria enunciados matemáticos en la prensa escrita? Un estudio sobre el uso de las cantidades relativas y su representación gráfica*. Tesis de maestría no publicada. Departamento de Matemática educativa. CINVESTAV.
- Rodríguez, M. (2006). *Dificultades en el significado y la comprensión de conceptos estadísticos elementales y de probabilidad*. Reporte de investigación. Universidad Nacional de Río Cuarto. Argentina.
- Russell, S. J. y Mokros, J. R. (1991). What's typical?: Children's ideas about average. En D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*, 307-313. Voorburg: International Statistical Institute.
- SEP. (2009). *Plan y Programas de Estudio de Educación Básica. Primaria*. México.
- SEP. (2006). *Plan y Programas de Estudio de Educación Básica. Secundaria. Matemáticas*. México.
- Taylor, R. (1980). *The Computer in the School, tutor, tool, tutee*. New York: Teachers College Press.
- Vallecillos, A. (2000). Understanding of the logic of hypothesis testing amongst university students. *Journal for Didactics of Mathematics*, 21, 101-123.
- Wild, C. y Pafannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67, 223-265.

# **ANEXO I**


# **ANEXO II**

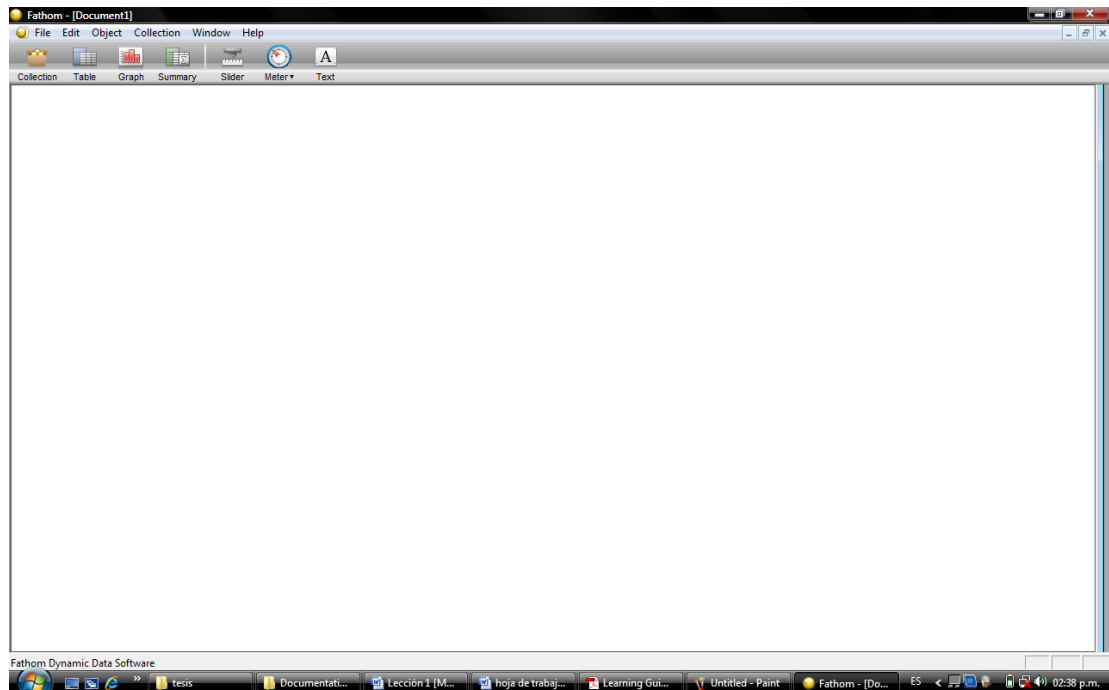
NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

## “EXPERIMENTO AL AZAR: COCA COLA O PEPSI”

### FASE II: (Actividad usando el software FATHOM)

OBJETIVO: Exploración del software FATHOM.

1. Abre el programa Fathom dando doble clic en el icono  que se encuentra en el escritorio, notarás que automáticamente aparecerá en el monitor de tu PC. Una imagen como la siguiente.



2. En la ventana que se acaba de abrir encontraras la siguiente barra de herramientas.

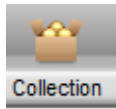


Puedes acceder a cada uno de los iconos dando clic en ellos sin soltar, arrastrándolo hacia la hoja de trabajo para poder utilizarlos. :

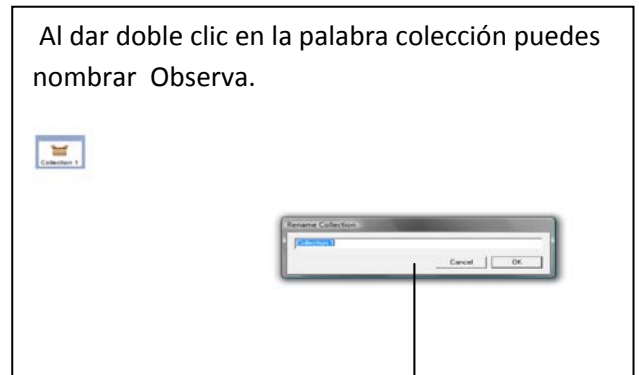
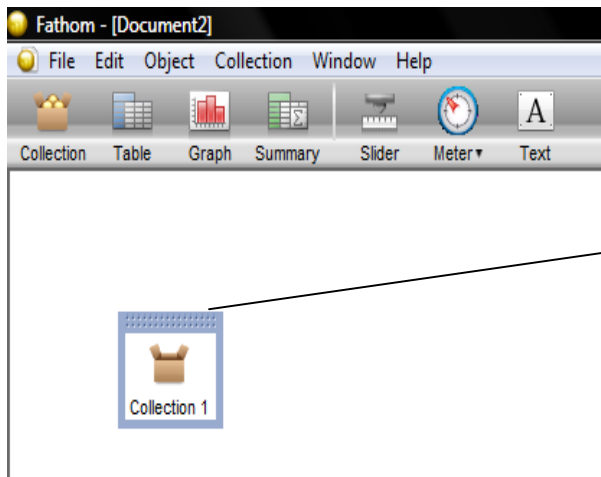
A continuación se muestran los iconos que utilizaras para llevar a cabo la actividad “Experimento al azar: coca-cola pepsi” y para qué sirven.

Nota: al terminar de leer cada uno de los incisos realiza lo que se indica en cada uno de ellos usando Fathom

a)



Este icono te permite generar una colección de datos. Al arrastrar el icono en la hoja en blanco se observa lo siguiente en la pantalla:

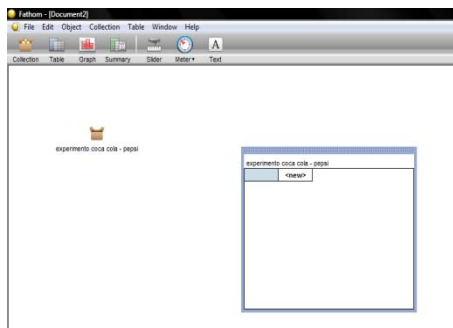


En este espacio das nombre a la colección.

b)



Con el siguiente icono se puede generar una tabla. De igual manera arrástralo y colócalo en la hoja en blanco. Obtendrás la siguiente imagen.

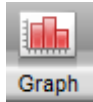


Como puedes observar la tabla contiene el nombre que le asignaste a la colección como título de la tabla y aparecen dos columnas, en donde dice "new" coloca en la primera celda el título del eje (x) y en la segundo el título del eje (y), debajo de los títulos colócalos datos que recopilaste de cualquier investigación.

experimento coca colo - pepsi

	numero...	de_exito	<new>
1	25	0.300	
2	50	0.340	
3	75	0.420	
4	100	0.420	
5	125	0.450	
6	150	0.450	
7	175	0.450	
8	200	0.460	
9	225	0.450	
10	250	0.460	
11	275	0.450	
12	300	0.460	
13	325	0.450	
14	350	0.470	
15	375	0.480	
16	400	0.470	

c)

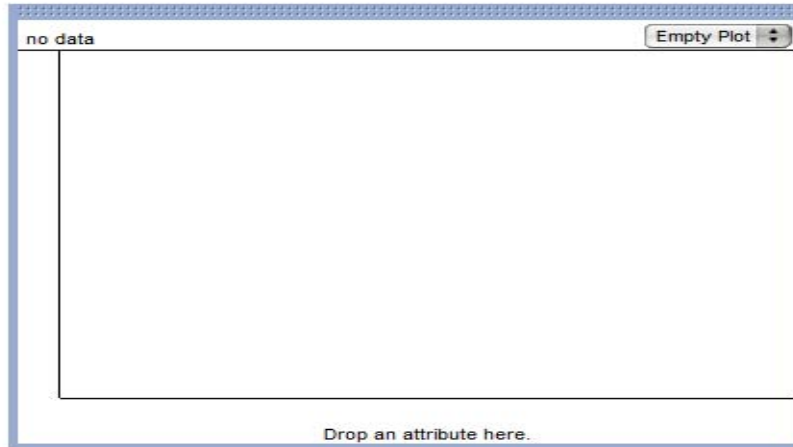


Graph

Arrastra este icono y colócalo en la hoja. Observa que en la pantalla se muestra lo siguiente:



Collection 1

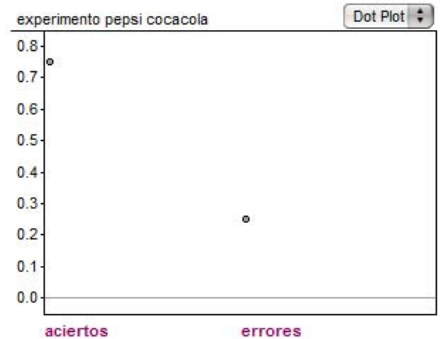


Coloca el cursor en uno de los títulos de las columnas de la tabla que construiste y arrástralas en el eje horizontal (x) y el otro título de la columna en el eje vertical (y) para que obtengas el gráfico correspondiente a la tabla que hiciste. Observa que el título de la tabla es el mismo que el de la gráfica y los valores de ésta son los mismos que en la gráfica.



experimento pepsi cocacola

experimento pepsi cocacola			
	aciertos	errores	<new>
1	0.75	0.25	



g)



Text

Finalmente este icono se utiliza de la misma manera que todos los demás, dando un clic sin soltar y arrastrándolo en la hoja de trabajo. En él puedes escribir el texto que tu quieras.

3. Si al terminar la actividad surgió alguna duda acerca del uso de cada uno de los iconos mencionados pregunta al maestro para poder resolver tu cuestionamiento.