



SECRETARÍA ACADÉMICA  
COORDINACIÓN DE POSGRADO  
MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

*Diseño de un B-Learning para el desarrollo profesional de los docentes en la escuela secundaria como apoyo a los procesos de generalización*

Tesis que para obtener el Grado de  
**Maestro en Desarrollo Educativo**

Presenta

**Juan Luis Luna Díaz**

**Asesora de tesis: Dra. Cristianne Butto Zarzar**

## **AGRADECIMIENTOS**

A CONACYT por el apoyo otorgado para cursar mis estudios de maestría, y a la UPN por darme la oportunidad de ser parte de la Maestría en Desarrollo Educativo, generación 2008-2010.

A la Doctora Cristianne Butto Zarzar por su tiempo, trabajo, esfuerzo y paciencia.

A las valiosas aportaciones y apoyo de mis lectores la Dra. Ana Nulia Cázares Castillo, la Dra. Luz María Garay Cruz, la Mtra. Ruth Angélica Briones Fragoso y el Mtro. William José Gallardo.

Agradezco a: Indra Córdoba y Gabriela Ruiz por su ayuda y amistad.

Gracias a mis hermanos y sobrinos por ser fuente de inspiración constante, por su apoyo, cariño y comprensión, pero principalmente por existir.

Gracias a mi madre por la vida y por todo, porque ni con todas las palabras del mundo, podría expresar mi gratitud hacia lo más grande que alguien me pudo regalar.

Especialmente gracias a Daniela por su ayuda, apoyo y comprensión; pero sobre todo por compartir la vida conmigo y por el amor que me ha dado durante todo este tiempo que hace que me sienta un hombre dichoso y pleno.

A Leo y Anita, que me sirven de inspiración en todo momento y me dan la fuerza suficiente, para lograr lo que sea.

## Resumen

*El estudio tuvo como propósito apoyar la formación de profesores de matemáticas de educación secundaria por medio de un Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA), en la modalidad B-Learning, como medio para acceder a los procesos de generalización apoyados en un trabajo colaborativo. Objetivos del estudio: 1) explorar el pensamiento algebraico de los estudiantes de 2º grado de secundaria en torno a los procesos de generalización; y 2) verificar la viabilidad de un Entorno Virtual de Aprendizaje B-Learning como apoyo a la formación docente. La metodología del estudio fue de tipo cualitativo. Se trabajó con dos profesores y un grupo de 18 estudiantes de segundo grado, de una escuela pública del Distrito Federal. El estudio se dividió en tres etapas: primera etapa diagnóstica, aplicación de cuestionario sobre procesos de generalización y entrevista a estudiantes; segunda etapa aplicación de entrevista semiestructurada a profesores y tercera etapa: trabajo con los profesores en el EVA. Los resultados del estudio revelan que los estudiantes presentaron dificultades con los procesos de generalización. Del trabajo realizado con los profesores, refieren los procesos de generalización como una opción viable para acceder al pensamiento algebraico, compatible con los planes y programas de estudio SEP (2011). Junto con lo anterior los profesores mencionan que los alumnos pueden afianzar el dominio de contenidos matemáticos de la aritmética y del álgebra. Respecto al uso del EVA utilizaron los recursos de manera individual y participaron en las actividades, hicieron aportaciones valiosas pero se observó poca interacción entre ellos.*

## Índice

	Páginas
Introducción.....	1
<b>Capítulo I. Contexto internacional y planes de estudio .....</b>	<b>8</b>
1.1 Contexto internacional en educación.....	8
1.2 El Sistema educativo mexicano.....	10
1.3 Planes y programas de estudio en educación secundaria.....	14
<b>Capítulo II. Formación docente y entornos virtuales de aprendizaje.....</b>	<b>20</b>
2.1 El docente en el contexto internacional.....	20
2.2 Formación del docente de matemáticas.....	27
2.3 Formación docente apoyada con TIC.....	30
<b>Capítulo III. Los procesos de generalización: ruta de acceso al pensamiento algebraico.....</b>	<b>39</b>
<b>Capítulo IV. Marco teórico.....</b>	<b>49</b>
4.1 Práctica y docencia reflexiva.....	49
4.2 Conocimientos de los profesores.....	52
4.3 Formación de profesores de matemáticas en entornos virtuales.....	55
<b>Capítulo V. Metodología.....</b>	<b>59</b>
5.1 Tipo de estudio.....	59
5.2 Contexto/participantes.....	62
5.3 Características del montaje de las etapas del estudio.....	63
5.4 Instrumentos.....	63
5.5 Aplicación de los instrumentos.....	66
5.6 Propuesta de análisis de los datos.....	67
<b>Capítulo VI. Resultados de la primera etapa del estudio:</b>	
<b>Cuestionario y entrevista grupal con alumnos.....</b>	<b>70</b>
6.1 Descripción de los instrumentos.....	70
6.2 Aplicación de los instrumentos.....	72
6.3 Resultados.....	73
6.4 Discusión de los resultados del cuestionario y la entrevista grupal.....	91

<b>Capítulo VII Resultados de la segunda etapa del estudio:</b>	
<b>Entrevista semiestructurada con profesores.....</b>	<b>93</b>
<b>7.1 Descripción de la entrevista semiestructurada.....</b>	<b>93</b>
<b>7.2 Aplicación de la entrevista.....</b>	<b>95</b>
<b>7.3 Resultados de la entrevista.....</b>	<b>93</b>
<b>7.4 Discusión de los resultados de la entrevista.....</b>	<b>101</b>
<b>Capítulo VIII. Resultados de la tercera etapa del estudio: Trabajo en el B-Learning.....</b>	<b>102</b>
<b>7.1 Descripción de los recursos y las actividades.....</b>	<b>102</b>
<b>7.2 Ejecución de las actividades.....</b>	<b>107</b>
<b>7.3 Resultados del trabajo por medio del B-Learning.....</b>	<b>110</b>
<b>7.4 Discusión de los resultados.....</b>	<b>117</b>
<b>Conclusiones.....</b>	<b>118</b>
<b>Consideraciones didácticas.....</b>	<b>123</b>
<b>Referencias.....</b>	<b>124</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>131</b>
<b>Tablas.....</b>	<b>143</b>
<b>Figuras.....</b>	<b>147</b>

## Introducción

Algunos organismos internacionales han expresado la necesidad de otorgarle a la educación un lugar prioritario en las políticas educativas, entre los que se encuentran la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), el Banco Mundial (BM) y la Comisión Económica para América Latina (CEPAL).

De igual forma, se han realizado eventos internacionales como la Declaración Mundial sobre Educación para Todos en Jomtien (UNESCO, 1990) y el Foro Mundial sobre la Educación en Dakar (UNESCO, 2000). De éstos se han desprendido documentos como el informe Delors (1996) en los cuales se han plasmado las principales vías que pretenden que la educación dé respuesta a las situaciones detectadas. En el caso de México existen documentos que demuestran la relación directa entre el diseño de políticas educativas y la forma en que estas instituciones conciben el papel de la educación.

A partir de la Declaración Mundial sobre Educación Para Todos, se menciona que "toda persona tiene derecho a la educación". Se percibe un consenso a nivel internacional en el que se reconoce la educación como un elemento importante en la lucha contra la pobreza, la reivindicación de las mujeres, la promoción de los derechos humanos y de la democracia, la protección del medio ambiente y el control del crecimiento demográfico. Se pone énfasis en la educación básica, el cuidado y el desarrollo del niño en la primera infancia y el aprendizaje durante la adolescencia, además se reconoce el papel de los profesores como una vía para mejorar la educación.

Por su parte, en el Informe Delors (1996), se menciona que frente a los numerosos desafíos del porvenir, la educación constituye un instrumento

indispensable para que la humanidad pueda progresar hacia los ideales de paz, libertad y justicia social. En el mismo se proponen las directrices bajo las cuales se deberá guiar la educación, mismos que se mencionan como los cuatro pilares de la educación que son: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir y aprender a ser.

Según Pilot (2000, citado en Acevedo 2005), actualmente la evaluación de los sistemas educativos se ha extendido mucho más allá de la comprobación de los niveles de conocimiento y comprensión del alumnado; se ha convertido en un indicador de la capacidad de los profesores, del rendimiento de las escuelas y del propio sistema educativo. Prueba de esto es que durante las últimas décadas se pusieron en marcha varios programas internacionales para evaluar los resultados del aprendizaje escolar, particularmente en matemáticas y ciencias, entre otras materias. Los dos más importantes: “*Third International Mathematics and Science Study*” y “*Programme for International Student Assessment*” (TIMSS y PISA), los resultados de estas evaluaciones son considerados como referente para emprender acciones encaminadas a la mejora.

En este contexto, según OCDE (2013) reporta que en PISA 2012 el promedio de los estudiantes mexicanos fue de 413 puntos en matemáticas de un total de 800; el 55% de los alumnos mexicanos no alcanzó el nivel de competencias básicas en matemáticas, ubicando a la mayoría de estos por debajo del nivel 2 (de 408 a 480 puntos). En dicho nivel se espera que:

- Los estudiantes puedan interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa.
- Extraer información relevante de una sola fuente de información y usar un modelo sencillo de representación.
- Usen algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales para resolver problemas que involucren números enteros.
- Sean capaces de lograr interpretaciones literales de los resultados.

Para mejorar nuestro sistema educativo, podemos tomar como una referencia los resultados de evaluaciones internacionales y nacionales, complementándolos con evaluaciones que provengan de los mismos centros escolares, y que den cuenta de las condiciones particulares de cada escuela.

Dentro del ámbito educativo, existen dos actores de suma importancia: los alumnos y los docentes. Refiriéndonos a los segundos, la trayectoria formativa resulta ser importante, pues de ella dependen en gran medida las acciones tomadas por los profesores en el aula; según Torres (2000), es necesario una transformación del modelo actual de formación docente, tanto inicial como en servicio -el cual ha mostrado sus limitaciones-, tanto desde el punto de vista de los maestros: su crecimiento y desempeño profesional, como en los resultados que se obtienen.

Si queremos lograr cambios para mejorar la educación en cualquier nivel es necesario atender las demandas de los docentes, respecto a su formación y hacerlo de forma pertinente a cada contexto; es decir, acercarles una oferta de formación que se desprenda de las necesidades de quienes conviven a diario con los estudiantes y ejecutan los planes y programas de estudio. Con esto pueden tener una visión más cercana a las problemáticas en el salón de clases.

Tomando en cuenta lo anterior, abordamos la asignatura de matemáticas en el nivel secundaria y, de manera más concreta, el pensamiento algebraico, pues en el curriculum mexicano esta materia se estudia en los primeros años de dicho nivel. Al parecer la forma de introducir al alumno en el estudio de esta disciplina, no ha sido la más apropiada. Al respecto se han realizado diversos estudios sobre las principales dificultades que presentan los estudiantes cuando se inician en el estudio del álgebra, como ejemplo tenemos los estudios de Kieran y Filloy (1989), quienes refieren que el álgebra requiere un cambio en el pensamiento del



estudiante, que va desde las situaciones numéricas concretas a las proposiciones más generales sobre números y operaciones.

Los estudios de Filloy (1991 y 1993), y Filloy y Rojano (1991), (citados en Butto y Rojano 2010), evidencian problemas de traducción del lenguaje natural al álgebra, pues se introduce al estudiante a un simbolismo desprovisto de significado y de sentido, en donde el estudiante viene de trabajar con la aritmética, los símbolos se relacionan con diversas fuentes de significado y donde los contextos de los problemas determinan en buena medida la manera de resolverlos.

Mason, Graham, Pimm y Gower (1985) comentan cuatro etapas para la enseñanza de la generalidad como ruta de acceso al álgebra que son: percibir un patrón, expresar un patrón, registrar un patrón y la prueba de la validez de las fórmulas. Castro y Rico (1995) indican que la identificación de patrones en diferentes contextos es vital para la enseñanza de las matemáticas y del álgebra.

Según lo anterior, consideramos que la práctica docente es una parte fundamental para alcanzar mejores resultados en el sistema educativo, pues en ésta se demuestran las capacidades del profesor para dirigir las actividades que se realizan en el aula, y de ella dependerán en gran medida los aprendizajes de los alumnos. Para lograr mejorar estas prácticas creemos necesario dotar de conocimientos y recursos a los docentes; en este caso particular, lo hicimos por medio de la propuesta de acceder al pensamiento algebraico vía los procesos de generalización, mediante un entorno virtual de aprendizaje. Entendiendo éste como un espacio con fines de interacción entre sus miembros, cuyo propósito fue intercambiar percepciones, conocimientos y, con esto, provocar la reflexión sobre la práctica educativa. Con este trabajo se pretendió que los profesores reflexionaran acerca de la forma en que abordan el aprendizaje del álgebra en el salón de clases.

El estudio investigó la formación de profesores de matemáticas de educación secundaria por medio de un Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA), en la modalidad B-Learning como medio para acceder a los procesos de generalización apoyados en un trabajo colaborativo.

### **Preguntas de investigación**

- ¿De qué manera los procesos de generalización posibilitan el acceso al pensamiento algebraico?
- ¿Qué características debe tener un EVA B-Learning que favorezca los procesos de formación de los docentes?

Con el propósito de responder estas preguntas se trazaron los siguientes objetivos de estudio:

### **Objetivos**

- Explorar el pensamiento algebraico de los estudiantes de 2º grado de secundaria en torno a los procesos de generalización.
- Verificar la viabilidad de un EVA B-Learning como apoyo a los procesos de formación de los docentes.

La aportación de este estudio se dirigió a la formación de profesores de matemáticas de educación secundaria. Se trabajó con los procesos de generalización como una vía para acceder al pensamiento algebraico apoyados en un entorno virtual de Aprendizaje (EVA), en la modalidad B-Learning.

La introducción del presente reporte plantea el problema de investigación, la importancia del estudio y los propósitos del mismo. El primer capítulo, *Contexto internacional y planes de estudio*, se describe el contexto internacional sobre educación y su relación con los planes y programas de estudio de educación secundaria de la Secretaría de Educación Pública (SEP 2011).

En el segundo capítulo, *Formación docente y entornos virtuales de aprendizaje*, se reportan algunas investigaciones sobre la formación de profesores y posteriormente sobre el desarrollo profesional de docentes de matemáticas en entornos virtuales de aprendizaje.

El tercero recuenta los estudios desarrollados sobre *Los procesos de generalización: ruta de acceso al pensamiento algebraico*, se presentan estudios que reportan la viabilidad de los procesos de generalización como una ruta de acceso al pensamiento algebraico y se discuten las aportaciones de dichas investigaciones para este estudio.

En el cuarto se presenta el marco teórico de la investigación. Este se fundamentó en los estudios realizados por Jackson (1992), quien propone las aulas como medios sociales y culturalmente organizados, Shulman (1986) plantea que en el profesor se identifican tres tipos de conocimiento: el de la materia, el pedagógico y el curricular, que a su vez coincide con la propuesta de Llinares (2007).

El quinto trata de la *metodología*, se menciona el tipo de estudio, así como la población participante del mismo. Además, se describen los instrumentos de investigación que fueron utilizados en el estudio principal, así como las etapas de la investigación, el marco de análisis de los datos.

El sexto presenta, *Resultados de la primera etapa del estudio: etapa diagnóstica con los estudiantes*, se muestra la descripción, aplicación y análisis de los cuestionarios sobre procesos de generalización y la entrevista grupal con el grupo de estudiantes que participaron en el estudio.

En el séptimo se incluye resultados de la segunda etapa del estudio: etapa diagnóstica con los profesores, se muestra la descripción, aplicación y análisis los resultados de la entrevista semiestructurada.

En el octavo muestra *Resultados de la tercera etapa del estudio: trabajo en la plataforma*, se reportan la descripción, ejecución y análisis de los resultados del trabajo de los profesores por medio de la plataforma.

Finalmente, se presentan las conclusiones del estudio. Se hace una reflexión acerca de las implicaciones del estudio para futuras investigaciones en didáctica del álgebra concerniente al pensamiento algebraico y otra relativa al desarrollo profesional de los docentes de matemáticas.

## **Capítulo I**

### **Contexto internacional y planes de estudio en México**

En este capítulo se describe el contexto internacional sobre educación y su relación con los planes y programas de estudio de educación secundaria para la asignatura de matemáticas definidos por la Secretaría de Educación Pública (SEP 2011).

#### **1.1 Contexto internacional en educación**

Diferentes organismos internacionales en las últimas décadas, han expresado la necesidad de otorgar a la educación básica un lugar prioritario en las políticas educativas, entre los que se encuentran la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), el Banco Mundial (BM), entre otros,

De igual forma se han realizado eventos internacionales como: la Conferencia Mundial sobre Educación para Todos, el Foro Mundial sobre la Educación, y el trabajo realizado por la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI presidida por Jacques Delors.

La Declaración Mundial sobre Educación para Todos (UNESCO, 1990) reafirma el derecho de todos y todas a la educación, basado en La Declaración Universal de Derechos Humanos. Allí se menciona que "toda persona tiene derecho a la educación", lo que reconoce a la educación como un elemento importante en la lucha contra la pobreza, la reivindicación de las mujeres, la promoción de los derechos humanos y de la democracia, la protección del medio ambiente y el control del crecimiento demográfico. Se pone énfasis en la educación básica, el cuidado y el desarrollo del niño en la primera infancia.

Delors (1996) menciona que frente a los numerosos desafíos del porvenir, la educación constituye un instrumento indispensable para que la humanidad pueda

progresar hacia los ideales de paz, libertad y justicia social. También menciona que la educación debe organizarse en cuatro aprendizajes fundamentales que en el transcurso de la vida serán para cada persona.

1.-Aprender a conocer: conocer una cultura general suficientemente amplia con la posibilidad de estudiar a fondo un número reducido de materias. Esto es el pasaporte para una “Educación permanente”.

2.-Aprender a hacer: no limitarse al aprendizaje de un oficio, sino adquirir una competencia que permita hacer frente a numerosas situaciones y que facilite el trabajo en equipo (tomar decisiones, relacionarse, trabajar en grupo, grado de creatividad).

3.-Aprender a vivir juntos: conociendo mejor a los demás, su historia, sus tradiciones y su espiritualidad, esto logrará un entendimiento mutuo, un diálogo pacífico, una armonía para impulsar la realización de proyectos comunes o la solución inteligente y pacífica de conflictos.

4.- Aprender a ser: el siglo XXI exige una mayor autonomía y capacidad de juicio, fortalecimiento de la responsabilidad personal en la realización del destino colectivo. Sin dejar de explorar talentos como la memoria, raciocinio, imaginación, sentido de estética, y la facilidad para comunicarse con los demás.

Posteriormente, en el Foro Mundial sobre la Educación (UNESCO, 2000), reunido en Dakar se hizo un balance de los compromisos contraídos en la Conferencia Mundial de Educación para Todos a una década de trabajo. Allí se mencionó lo lejos que se estaba de alcanzar dichos compromisos y se reconoció la necesidad de establecer sistemas de evaluación en los sistemas educativos, para lo cual se fijan seis objetivos:

1. Mejorar la educación integral infantil y extenderla.
2. Atender todas las necesidades de aprendizaje de todas las personas jóvenes y adultas, preparándoles para la vida activa.

3. Alcanzar la igualdad de género en educación para 2015, garantizando el acceso de las niñas a una educación básica de calidad y a un buen rendimiento.
4. Escuela primaria gratuita, obligatoria y de calidad para todos los niños y las niñas y que la terminen.
5. Aumentar para 2015 en un 50% el número de personas adultas alfabetizadas, especialmente mujeres y facilitarles acceso a la educación permanente.
6. Mejorar la calidad de la educación con especial hincapié en lectoescritura y matemáticas.

## **1.2 El Sistema educativo mexicano**

De acuerdo al contexto anteriormente definido, el sistema educativo mexicano (como el de muchos otros países) ha destinado esfuerzos y recursos enfocados a optimizar la enseñanza, el liderazgo y la gestión en las escuelas, con el propósito de mejorar los resultados de los niños en educación básica. Para ello, en algunas ocasiones el país ha buscado asesoría de algunos organismos internacionales.

Ejemplo de esto es el Acuerdo de Cooperación México-OCDE para mejorar la calidad de la educación de las escuelas mexicanas, OCDE (2010). En este documento se menciona que México es la décimo cuarta economía más grande del mundo, que enfrenta importantes desafíos en educación y que pese al progreso significativo alcanzado en las décadas recientes en términos del acceso, índices de terminación en los niveles de educación básica y del desarrollo de evaluaciones del aprendizaje, aún persisten desafíos considerables.

México invierte un alto porcentaje del presupuesto público en educación, mejorar la calidad de los servicios educativos. Incrementar los niveles de logro académico y reducir las tasas de deserción son temas prioritarios.

Según la OCDE (2013) en el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés), en 2003 y 2012, respectivamente la matrícula de jóvenes mexicanos de 15 años que cursaban la educación formal pasó del 58% a poco menos del 70%. El rendimiento de estos alumnos en matemáticas también mejoró de 385 puntos en 2003 a 413 puntos en 2012.

Cabe destacar que el aumento de 28 puntos en matemáticas entre PISA 2003 y 2012 fue uno de los más importantes entre los países de la OCDE. Sin embargo, en PISA 2012, el 55% de los alumnos mexicanos no alcanzó el nivel de competencias básicas en matemáticas.

En matemáticas, el promedio de México se encuentra en 413 de un total de 800 puntos y se ubica por debajo de países como Portugal, España y Chile, a un nivel similar al de Uruguay y Costa Rica, aunque está por encima de Brasil, Argentina, Colombia y Perú.

En PISA 2003 existía una diferencia de 60 puntos entre alumnos en ventaja y desventaja social; en PISA 2012, esta diferencia bajó a 38 puntos. Asimismo, la variación derivada de factores socio-económicos disminuyó del 17% en 2003 al 10% para 2012.

Asegurar un adecuado nivel de recursos a nivel nacional también exige distribuirlos de manera equitativa. Países que tienen una distribución más equitativa de recursos educativos tienden a tener rendimientos más altos en matemáticas.

En México, la diferencia en el índice de calidad de los recursos educativos entre escuelas es la más alta de toda la OCDE y la tercera más alta de todos los participantes en PISA, detrás de Perú y Costa Rica, lo que refleja altos niveles de desigualdad en la distribución de recursos educativos en el país.



Con el propósito de abordar estos temas, el gobierno mexicano estableció prioridades para las reformas educativas en su Programa Sectorial de Educación 2007-2012. De esta manera, con la finalidad de dar seguimiento al avance hacia la consecución de sus objetivos, la Secretaría de Educación Pública (SEP), estableció indicadores de mejora para el aprendizaje de los estudiantes, tal como lo medía la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) y PISA. Otros aspectos clave son el desarrollo profesional de los docentes, la toma de decisiones en el ámbito escolar, la equidad en las oportunidades educativas y las reformas relacionadas con contenido y los planes de estudio.

En este contexto, mediante el Acuerdo para Mejorar la Calidad de la Educación de las Escuelas en México, se determinaron no sólo los cambios de política que deben considerarse en México, sino también cómo diseñar e implementar reformas de política con eficacia partiendo de las iniciativas en marcha, así como de las condiciones, restricciones y oportunidades locales.

Dichas recomendaciones proponen reforzar la importancia del papel que juegan los docentes en la enseñanza, determinar estándares claros para la educación, garantizar programas de formación inicial de alta calidad, atraer mejores candidatos, profesionalizar la selección, contratación, y evaluación de docentes, y vincular a los docentes con su desarrollo profesional de forma más directa para las necesidades de las escuelas.

El Consejo Asesor de la OCDE sobre Políticas Educativas, diseñó algunas líneas de trabajo que consistieron en: apoyar un liderazgo y una gestión escolar de excelencia, consolidar el papel de los directores escolares fijando estándares claros, proporcionando formación, selección y contratación de profesionales; facilitando una autonomía escolar con estructuras de apoyo, y garantizando la participación social. Las escuelas también necesitan tener una fuente de financiamiento estable que responda a sus necesidades específicas. Reducir la

proporción de estudiantes con niveles bajos de desempeño y aumentarla en los altos, es un desafío de todos, con significados distintos para cada entidad federativa, su atención implica estrategias diferenciadas de política educativa y de política social.

La aplicación directa de estos trabajos, así como sus recomendaciones se pueden observar en los cambios que se han puesto en marcha en los últimos años en el sistema educativo mexicano.

Según la SEP (2007) en su Programa sectorial de educación se establecen seis objetivos principales para la educación básica:

Objetivo 1.- Elevar la calidad de la educación para que los estudiantes mejoren su nivel de logro educativo, cuenten con medios para tener acceso a un mayor bienestar y contribuyan al desarrollo nacional.

Objetivo 2.- Ampliar las oportunidades educativas para reducir desigualdades entre grupos sociales, cerrar brechas e impulsar la equidad.

Objetivo 3.- Impulsar el desarrollo y utilización de tecnologías de la información y la comunicación en el sistema educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, ampliar sus competencias para la vida y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento.

Objetivo 4.- Ofrecer una educación integral que equilibre la formación en valores ciudadanos, el desarrollo de competencias y la adquisición de conocimientos, a través de actividades regulares del aula, la práctica docente y el ambiente institucional, para fortalecer la convivencia democrática e intercultural.

Objetivo 5.- Ofrecer servicios educativos de calidad para formar personas con alto sentido de responsabilidad social, que participen de manera productiva y competitiva en el mercado laboral.

Objetivo 6.- Fomentar una gestión escolar e institucional que fortalezca la participación de los centros escolares en la toma de decisiones, corresponsabilizar a los diferentes actores sociales y educativos, y promover la seguridad de alumnos y profesores, la transparencia y la rendición de cuentas.

De lo anterior, observamos que en México se atribuye a la educación un papel de suma importancia y se han articulado esfuerzos y recursos con los cuales se pretende lograr resultados más acordes a las necesidades actuales planteadas por las evaluaciones que se han venido aplicando. Debemos mencionar que el papel del profesor será fundamental para poder alcanzar las metas propuestas.

De manera más particular, en el sistema educativo mexicano se ha definido sus objetivos y se han plasmado en documentos oficiales, los cuales deben ser la guía en el quehacer educativo. Como ejemplo de esto tenemos: en primer lugar, el artículo tercero constitucional; seguido de la Ley General de Educación, el Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012 (Diario Oficial de la Federación, 2007) y, para los propósitos del presente trabajo, nos detendremos un poco en el acuerdo 592 (SEP, 2011), mediante el cual se reforman los planes y programas de estudio establecidos en 2006 para la educación secundaria, en donde se establece el enfoque de la educación básica.

Es importante mencionar que estos documentos han establecido un perfil de egreso para los estudiantes, en el cual se define el tipo de ciudadano que se espera formar en su paso por la educación básica; que también constituyen un referente obligado de la enseñanza y del aprendizaje en las aulas, una guía de los maestros para trabajar con los contenidos de las diversas asignaturas y una base para evaluar la eficacia y eficiencia del proceso educativo.

### **1.3 Planes y programas de estudio en educación secundaria**

Como primer punto a mencionar tenemos que el perfil de egreso de la educación básica -según la SEP (2006) en el acuerdo 384 y retomado en el 592 (SEP, 2011), se establecen los planes y programas de estudio para la educación secundaria- se plantea un conjunto de rasgos que los estudiantes deberán tener al término de la educación básica, es decir al finalizar su educación secundaria, para desenvolverse en un mundo en constante cambio. Dichos rasgos son resultado de una formación que destaca la necesidad de fortalecer las competencias para la

vida, que no sólo incluyen aspectos cognitivos sino los relacionados con lo afectivo, lo social, la naturaleza y la vida democrática; su logro supone una tarea compartida entre los campos del conocimiento que integran el currículo a lo largo de toda la educación básica.

Según la SEP (2011), en el Acuerdo 592, se establece como perfil de egreso que el estudiante:

a) Utilice el lenguaje oral y escrito con claridad, fluidez y adecuadamente, para interactuar en distintos contextos sociales; reconozca y aprecie la diversidad lingüística del país.

b) Emplee la argumentación y el razonamiento al analizar situaciones; identifique problemas, formule preguntas, emita juicios y proponga diversas soluciones.

c) Seleccione, analice, evalúe y comparta información proveniente de diversas fuentes y aproveche los recursos tecnológicos a su alcance para profundizar y ampliar sus aprendizajes de manera permanente.

d) Emplee los conocimientos adquiridos con el fin de interpretar y explicar procesos sociales, económicos, culturales y naturales, así como para tomar decisiones y actuar, individual o colectivamente, en aras de promover la salud y el cuidado ambiental, como formas para mejorar la calidad de vida.

e) Conozca los derechos humanos y los valores que favorecen la vida democrática, los ponga en práctica al analizar situaciones y tomar decisiones con responsabilidad y apego a la ley.

f) Reconozca y valore distintas prácticas y procesos culturales; contribuya a la convivencia respetuosa; asuma la interculturalidad como riqueza y forma de convivencia en la diversidad social, étnica, cultural y lingüística.

g) Conozca y valore sus características y potencialidades como ser humano, se identifique como parte de un grupo social, emprenda proyectos personales, se esfuerce por lograr sus propósitos y asuma con responsabilidad las consecuencias de sus acciones.

h) Aprecie y participe en diversas manifestaciones artísticas; integre conocimientos y saberes de las culturas como medio para conocer las ideas y los sentimientos de otros, así como para manifestar los propios.

i) Se reconozca como un ser con potencialidades físicas que le permiten mejorar su capacidad motriz, favorecer un estilo de vida activo y saludable, así como interactuar en contextos lúdicos, recreativos y deportivos.

La intención de revisar lo anterior es con el fin de percibir el enfoque que se pretende dar al estudio de las matemáticas en la currícula de la educación básica, con el fin de conocer lo que se busca desde el punto de vista institucional.

Según la SEP (2011) en el acuerdo 592, se establece de forma particular que por medio del estudio de las matemáticas se busca que los niños y jóvenes desarrollen una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas. Al mismo tiempo, se busca que asuman una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina, de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros diferentes ambientes. Según lo anterior, la escuela deberá brindar las condiciones que hagan posible una actividad matemática verdaderamente autónoma y flexible; esto es, propiciar un ambiente en el que los estudiantes formulen y validen conjeturas, se planteen preguntas, utilicen procedimientos propios y adquieran las herramientas y los conocimientos matemáticos socialmente establecidos, a la vez que comunican, analizan e interpretan ideas y procedimientos de resolución.

En los programas de estudio SEP (2011) se establecen los *Propósitos del estudio de las matemáticas para la educación básica*:

Mediante el estudio de las matemáticas en la educación básica se pretende que los niños y adolescentes:

- desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos;
- utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución;
- muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.

De forma particular también se mencionan los propósitos del estudio de las matemáticas para la educación secundaria. En esta fase de su educación, como resultado del estudio de las matemáticas, se espera que los alumnos:

- utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos;
- modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones;
- justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera;
- utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas;
- justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad;
- emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros; elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática;

- identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad;
- calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independientes.

También se establecen *Estándares curriculares de matemáticas* en los cuales se presentan la visión de una población que sabe utilizar los conocimientos matemáticos. Estos estándares comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática. Se organizan en:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico.
2. Forma, espacio y medida.
3. Manejo de la información.
4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas.

Su progresión debe entenderse como:

- Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.
- Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.
- Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo.

De lo anterior rescatamos que los contenidos matemáticos que se estudian actualmente en la educación secundaria se han organizado en cuatro ejes: 1) sentido numérico y pensamiento algebraico; 2) forma, espacio y medida; 3) manejo de la información; y 4) actitud hacia el estudio de las matemáticas.

Según la SEP (2011) en el Acuerdo 592, el eje *sentido numérico y pensamiento algebraico* alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra que son: encontrar el sentido del lenguaje matemático, oral o escrito y

tender un puente entre la aritmética y el álgebra, en el entendido de que existen contenidos que se relacionan con el álgebra en la primaria, que se profundizan y consolidan en la educación secundaria.

En lo que respecta al eje: *manejo de la información* tiene un significado muy amplio. En estos programas se han considerado que la información puede provenir de situaciones deterministas, definidas por ejemplo, por una función lineal, o aleatoria, en las que se puede identificar una tendencia a partir de su representación gráfica o tabular.

De lo anterior podemos mencionar que, de acuerdo a los planes y programas de estudio, se busca relacionar los contenidos que son estudiados en educación primaria y los que se estudian o profundizan en secundaria. Uno de los aspectos que se deben atender en ocasiones es buscar actividades que relacionen la aritmética y el álgebra; que les den sentido y comprensión a las matemáticas en general.

Dentro de los planes y programas de estudio se incluyen actividades con generalizaciones; se pretende dotar de sentido y comprensión al estudio de las matemáticas, así como tender puentes entre la aritmética y el álgebra, motivo por el cual consideramos pertinente tomar los procesos de generalización como una ruta de acceso al pensamiento algebraico.

En este trabajo se toman los procesos de generalización como un contenido matemático que forma parte los planes y programas de estudio de la SEP y se hace una propuesta para trabajar con dicho contenido escolar en entornos virtuales de aprendizaje que será tratado en el capítulo dos. Desde una perspectiva en donde el papel de los profesores es fundamental para poder conseguir cambios que repercutan en la mejora de las competencias matemáticas de los alumnos, en este sentido resulta importante que los profesores reflexionen al respecto y para ello se deben generar espacios de formación.



## **Capítulo II**

### **Formación docente y entornos virtuales de aprendizaje**

En este capítulo se menciona la importancia de la formación docente en el contexto internacional, posteriormente se presentan y discuten estudios sobre los profesores y finalmente se presentan investigaciones sobre el desarrollo profesional docente.

#### **2.1 El docente en el contexto internacional**

En la Conferencia Mundial sobre la Educación para el Desarrollo Sostenible (EDS), UNESCO (2009), realizada en Bonn, Alemania se trataron diversos temas, ahí se mencionó que vivimos en un mundo donde se trata de afrontar una importante crisis financiera y económica, simultáneamente con el deterioro del medio ambiente, el cambio climático, las tensiones y los conflictos sociales. A nivel mundial existe un consenso cada vez mayor en el sentido de que la comunidad internacional se debe unir para construir un futuro mejor.

Como resultado de este consenso, la Asamblea General de las Naciones Unidas creó el Decenio de la Educación para el Desarrollo Sostenible (DEDS), que va de 2005 a 2014, en reconocimiento de la función esencial que la educación desempeña en materia de desarrollo. Una educación en donde se trate de aprender con miras al cambio y de aprender a cambiar; en particular, se trata de los procesos y contenidos de la educación que nos ayudarán a convivir de manera sostenible, afirmó en su discurso Kōichirō Matsuura, director general de la UNESCO.

Matsuura presentó la Conferencia Mundial de la UNESCO sobre la Educación para el Desarrollo Sostenible como una oportunidad de examinar los progresos logrados desde 2005 y definir los ámbitos de atención prioritaria para los años restantes del Decenio. Con relación a las conclusiones del proyecto *Informe*

*mundial sobre la ejecución de educación para el desarrollo sostenible*, junto con los resultados de numerosas reuniones sobre el tema celebradas en Burdeos, Gotemburgo, Nairobi y Tokio, el director de la UNESCO exhortó a los participantes a centrar su atención en tres temas principales. De ellos destaca el segundo por su trascendencia en la realidad mexicana.

Primero, la importancia de las iniciativas conjuntas. Esto nos exige que trabajemos juntos con el fin de superar los problemas comunes; la *educación para el desarrollo sostenible* es uno de esos ámbitos en donde las alianzas resultan indispensables.

En cuanto al segundo tema que se trató, Matsuura se refirió a la función primordial de maestros y educadores, a los que describió como "la piedra angular" de los programas eficaces de *educación para el desarrollo sostenible*. Se mencionó que existen más de 60 millones de profesores o docentes en el mundo de hoy. Esos profesores trabajan en la esfera local, pero tienen que enfrentarse a problemas de ámbito mundial. Para que su labor sea pertinente y tenga resultados favorables en los estudiantes, esos profesores deben aprovechar los aportes, contextos y valores locales.

Por eso es importante recordar siempre que los profesores son personas, que forman parte de las instituciones de enseñanza y aprendizaje, son miembros de la comunidad y de la sociedad, y necesitan recibir apoyo para llevar a cabo su tarea.

En tercer lugar, se expuso la necesidad de un concepto amplio de *educación para el desarrollo sostenible*, que no se limite a temas específicos o a los contenidos de los planes de estudio, sino que proporcione una perspectiva más amplia de los propósitos y objetivos de la educación: cuál es el contexto en el que el aprendizaje se desarrolla, qué tipo de valores y principios se transmiten y a qué tipo de aptitudes, competencias y conductas en general da origen dicho aprendizaje.

Dada la importancia de las acciones de los profesores, éstas deben ser objeto de un análisis minucioso, si queremos intervenir para mejorar la actuación por parte de ellos. En este sentido, desde la década de los 90 se han efectuado diferentes investigaciones, Medley y Shannon (1994) afirman que toda evaluación del docente o profesor debe basarse en datos acerca, tanto de la efectividad docente, como qué tan lejos está de alcanzar los propósitos fijados -sea por la institución o por el mismo sistema educativo-.

Cabe resaltar entonces, la importancia que juega el docente en la política educativa a nivel internacional, situación que indudablemente tiene efectos en nuestro país; no sólo desde esa perspectiva, sino incluso desde el aspecto ético y filosófico, se requiere de docentes mejor preparados que puedan hacer frente a las circunstancias de nuestros tiempos.

Actualmente existe evidencia a favor de una noción intuitiva: los profesores tienen un papel clave en el cómo, qué, y cuánto aprenden los estudiantes. Nadie puede poner en duda que uno de los principales desafíos de la educación consiste en atraer individuos calificados para ejercer como docentes, retener a docentes preparados y motivarlos para que trabajen responsablemente y ofrezcan lo mejor de sí, a fin de garantizar equidad en la educación. También es importante que las escuelas a las que asisten los niños más desfavorecidos cuenten con buenos docentes.

Vegas y Petrow (2007) proponen que, para mejorar los aprendizajes de todos los estudiantes, se requiere una mejor actuación de los profesores; para esto se necesita atraer y conservar a los docentes más aptos, además de reconocer sus esfuerzos y mejorar sus condiciones laborales.

Con base en estudios -como el anterior- elaborados por el Banco Mundial (uno de ellos para el Gobierno de Chile), se propone una política con relación a los docentes que aborde por lo menos ocho funciones.

De manera explícita, estas funciones comprenden lo siguiente:

1.- Definir cuál es el conocimiento que deben adquirir los docentes y cómo deben aplicarlo para poder estar frente al aula en cada grado.

2.- En función de lo anterior, desarrollar mecanismos para evaluar los conocimientos y el desempeño de los docentes.

3.- Diseñar mecanismos para reportar la información sobre el desempeño docente.

4.- Desarrollar evaluaciones del impacto de políticas docentes.

5.- Establecer requisitos de entrada y permanencia en la docencia.

6.- Asegurar financiamiento adecuado para el logro de los objetivos de desempeño docente.

7.- Sostener sistemas de autonomía, supervisión y apoyo al docente de aula.

8.- Implementar sistemas de rendición de cuentas y consecuencias (premios y sanciones) para distinguir a los docentes en función de su desempeño.

Si queremos elevar la calidad de la educación se debe invertir en la mejora profesional de quienes enseñan; en este sentido, es importante poner énfasis en la formación de los futuros docentes, pero también en sus procesos de formación cuando éstos ya se encuentran en servicio, con el fin de mejorar la práctica de quienes ya se encuentran frente a un grupo de estudiantes. Se requieren medidas integrales, radicales y urgentes destinadas a revertir, en todos los órdenes, el perfil y la situación actual de la profesión docente.

Al respecto, Torres (2000) menciona que ya, desde la consigna de hacer énfasis sobre el aprendizaje -subrayada por la Conferencia Mundial sobre Educación para Todos en Jomtien, Tailandia en 1990-, debe entenderse no

únicamente como una reivindicación para los alumnos sino, en primer lugar, para los propios maestros. Garantizar y mejorar los aprendizajes de los alumnos implica asegurar a los profesores las condiciones y oportunidades para un aprendizaje relevante, permanente y de calidad que les permita hacer frente a los nuevos roles y objetivos que se les plantea; desempeñar profesionalmente su tarea y hacerse responsables de ella frente a los alumnos, los padres de familia y la sociedad. Lograr esto no necesariamente exige más de lo mismo, más cursos, más años de estudio, más certificados, sino una transformación del modelo actual de formación docente. Un modelo donde se generen espacios para la reflexión y construcción de conocimientos, tomando en cuenta cada contexto particular y sus características.

Jackson (1992) ve en las aulas medios sociales y culturalmente organizados, en esta perspectiva los significados personales se convierten en el punto crucial de la investigación. Como punto de partida para ahondar en esta perspectiva centra su interés en tres momentos o fases distintos: la pre-actividad, la interacción y la post-actividad del maestro; en estas etapas se estudian los análisis psicosociológicos que examinan las relaciones entre el carácter de la situación educativa y el comportamiento de los sujetos que la conforman. Lo anterior ligado a los intercambios y mecanismos de influencia, con la finalidad de descubrir las relaciones y examinar los vínculos de la actividad realizada por los profesores en diferentes momentos de su práctica.

- **Fase pre-activa:** corresponde al momento de la planificación previa.
- **Fase inter-activa:** realización de la enseñanza.
- **Fase post-activa:** reflexión sobre lo que sucedió en el aula.

En este sentido, una práctica reflexiva trata de remover aquellos obstáculos que se interponen en la consecución de los valores educativos, bajo los cuales el

docente organiza su práctica, planifica y desarrolla un determinado currículum. Esto implica que tanto docentes como estudiantes son participantes activos en la construcción de significados de lo que acontece en el aula y en la generación de nuevas acciones encaminadas a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Emparentadas con esta perspectiva encontramos investigaciones sobre el pensamiento de los profesores; éstas consideran que el pensamiento, la planeación y la toma de decisiones de los docentes es una parte fundamental del contexto de la enseñanza, bajo la premisa de que los procesos de pensamiento de los maestros antes, durante y después de la instrucción son determinantes. Interesa a estas investigaciones la vida mental de los profesores.

Shulman (1986) plantea que para ubicar el pensamiento que se desarrolla en las mentes de los profesores, habría que distinguir básicamente tres tipos de conocimiento:

- 1.- Conocimiento del contenido temático de la materia.
- 2.- Conocimiento pedagógico del contenido.
- 3.- Conocimiento curricular.

El conocimiento del contenido temático se refiere a la cantidad y organización de conocimiento del tema en sí, en la mente del profesor. Para pensar apropiadamente acerca del conocimiento del contenido se requiere ir más allá del conocimiento de los hechos o conceptos de un dominio, se requiere entender las estructuras del tema. Según Schwab (1978 citado en Shulman 2005), dichas estructuras incluyen las sustantivas y las sintácticas. Las primeras son la variedad de formas en las cuales los conceptos y principios básicos de la disciplina son organizados para incorporar sus hechos. Las estructuras sintácticas de una disciplina es el conjunto de formas en las cuales son establecidas la verdad o falsedad, la validez o invalidez de alguna afirmación sobre un fenómeno dado. En

cuanto al conocimiento curricular, está representado por el abanico completo de programas diseñados para la enseñanza de temas particulares, disponible con relación a estos programas, al igual que el conjunto de características que sirven tanto como indicaciones como contraindicaciones para el uso de currículos particulares o materiales de programas en circunstancias particulares.

De estos tres tipos de conocimiento, el conocimiento pedagógico del contenido es el que ha recibido más atención. Tanto en el campo de la investigación, como en el de la práctica, es el que va más allá del tema de la materia en sí y que llega a la dimensión del tema de la materia para la enseñanza. Es distinto al conocimiento pedagógico general para la enseñanza, el cual es el conjunto de principios genéricos de organización y dirección en el salón de clases; las teorías y métodos de enseñanza.

En el conocimiento pedagógico del contenido, se incluyen los tópicos más regularmente enseñados en el área temática del profesor, las formas más útiles de representación de estas ideas; las analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones más poderosas; en pocas palabras, las formas de representación y formulación del tema que lo hace comprensible a otros, es decir, todo el esfuerzo que hace el profesor para hacer comprensible su tema en particular.

El conocimiento pedagógico del contenido también incluye un entendimiento de las condiciones que hacen fácil o difícil el aprendizaje de tópicos específicos: las concepciones y preconcepciones que los estudiantes -de diferentes edades y antecedentes- traen al aprendizaje de los contenidos y lecciones más frecuentemente enseñados. Si estas preconcepciones son errores conceptuales, como lo son frecuentemente, los profesores necesitan el conocimiento de las estrategias más probables de ser fructíferas en la reorganización del entendimiento de los aprendices, ya que es improbable que los cerebros de estos estudiantes se comporten como pizarras blancas.

## 2.2 Formación del docente de matemáticas

En las últimas décadas, la formación de profesores, particularmente de matemáticas ha sido objeto de estudio para profesionales de diversas áreas, entre ellas, la didáctica de las matemáticas. En este contexto encontramos aportaciones de elementos valiosos para los profesores.

Es importante trabajar en crear oportunidades de aprendizaje que ofrezcan mejores condiciones para que los profesores continúen desarrollándose y reflexionando sobre su práctica. Llinares, Valls y Roig (2007) afirman lo siguiente: el profesor de matemáticas necesita un amplio conocimiento de esta materia, poseer destrezas para gestionar la enseñanza y también creencias epistemológicas compatibles con la visión de la enseñanza de las matemáticas que se quiere desarrollar.

Conocer las matemáticas que se van a enseñar a un grupo de estudiantes supone mucho más que la idea de conocer el currículo de la materia, significa tener dominio del conocimiento del contenido matemático desde la perspectiva de que éste debe ser aprendido por alguien. Para realizar un análisis de la situación de enseñanza, los profesores necesitan comprender la tarea y las matemáticas implicadas.

Es conveniente entonces que los profesores desarrollen: el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los alumnos, el conocimiento de y sobre las matemáticas, y el conocimiento sobre la enseñanza. En este sentido cuando los profesores examinan los procedimientos usados por los alumnos y conjeturan sobre la comprensión matemática puesta de manifiesto, pueden identificar cuáles otras tareas necesitan ser presentadas y qué preguntas pueden formularse para maximizar la comprensión matemática de sus alumnos. Es bajo esta visión que el profesor puede empezar en tres direcciones distintas:



1.- Empezar a caracterizar los conceptos y procesos matemáticos como objetos de enseñanza-aprendizaje (intentar verlos como nociones y procesos que han de ser aprendidos y no sólo como elementos componentes de un determinado dominio de conocimiento matemático).

2.- Identificar sus propias concepciones sobre el aprendizaje matemático, la enseñanza, su papel como profesores y las situaciones matemáticas como instrumentos de aprendizaje.

3.- Expresar sus propias ideas didácticas y desarrollarlas cuando interpretan los procesos de aprendizaje matemático de los alumnos.

Llinares, Valls y Roig (2007) mencionan que: desde perspectivas socioculturales sobre el aprendizaje, llegar a ser profesor de matemáticas significa llegar a comprender la enseñanza de las matemáticas y aprender a realizar las tareas, así como usar y justificar los instrumentos que la articulan en un contexto institucional. Es decir:

- Dotar de sentido a la información procedente de la didáctica de las matemáticas como dominio científico (instrumentos conceptuales y técnicos) relativos a las diferentes dimensiones de la práctica de enseñar matemáticas.
- Desarrollar métodos de análisis e interpretación que permitan fundamentar iniciativas pedagógicas (razonamiento pedagógico).
- Adoptar posiciones críticas sobre la relación entre sus creencias y conocimiento, y las perspectivas de acción y práctica generadas.

En este sentido, Ball y Cohen (1999) mencionan: el conocimiento de matemáticas que debe desarrollar un docente, supone llegar a conocer el contenido matemático desde la perspectiva que dicho contenido debe ser aprendido por alguien. Esta condición se apoya en el reconocimiento de la importancia de conocer las matemáticas que van a ser enseñadas para que

alguien las aprenda, lo cual supone un conocimiento específico de la materia, vinculado a la tarea profesional de la enseñanza de la misma.

De lo anteriormente expuesto, nace la necesidad de los profesores para investigar el potencial de las situaciones matemáticas, asumiéndolas como instrumentos de aprendizaje de la materia; esto implica considerar en qué medida estas situaciones pueden generar procesos matemáticos como construir, conjeturar, formular, probar, generalizar, proponer problemas, clasificar, definir y comunicar.

Al mismo tiempo se deben desarrollar conocimientos sobre el pensamiento matemático de los alumnos; si los profesores aprenden a interpretar los razonamientos matemáticos de los alumnos, estarán mejor capacitados para desarrollar una mejor enseñanza. Una manera de lograr esto es incorporar al contenido de los programas de formación de docentes información sobre la forma en que los alumnos intentan dar soluciones a ciertas cuestiones matemáticas, pues cuando los profesores analizan el trabajo de sus alumnos e intentan comprender que es lo que hacen y por qué lo hacen, pueden identificar qué otras tareas necesitan ser presentadas y cuáles preguntas pueden formularse para maximizar la comprensión matemática de sus alumnos.

Implicarse en la dinámica de analizar el pensamiento matemático de los alumnos permite que los profesores puedan ampliar su propia comprensión de las matemáticas escolares y del potencial de las diferentes tareas para el aprendizaje de esta materia.

Llinares, Valls y Roig (2007) proponen plantearse una serie de preguntas que permitirán guiar el trabajo en este sentido:

- ¿Cuáles son las principales ideas matemáticas que se movilizan para resolver el problema?

- ¿Qué evidencia existe en las respuestas proporcionadas de que los estudiantes estén aprendiendo estas ideas?

Así, el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los estudiantes (dificultades, nivel de estrategias utilizadas, etc.) sirve para valorar y seleccionar las tareas apropiadas o los ejemplos y representaciones, mismas que serán una herramienta útil para despertar la reflexión de los profesores respecto a una situación detectada en el aula.

### **2.3 Formación docente apoyada con TIC**

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) están presentes sin duda en la vida diaria, forman parte de la cultura tecnológica que nos rodea y con la cual prácticamente todo ser humano convive. Para Márquez (2001), la sociedad de la información se caracteriza por un vertiginoso avance científico en un marco socioeconómico neoliberal-globalizador y está sustentada por el uso generalizado de las potentes y versátiles TIC, lo que conlleva cambios que alcanzan todos los ámbitos de la actividad humana.

Es por esto que podemos decir que las sociedades se encuentran transitando hacia la denominada Sociedad de la Información y el Conocimiento (SIC). Para la UNESCO (2005), el concepto de sociedades del conocimiento va más allá de la sociedad de la información ya que apunta a transformaciones sociales, culturales y económicas en apoyo al desarrollo sustentable. Los pilares de las sociedades del conocimiento son: el acceso a la información para todos, la libertad de expresión y la diversidad lingüística. En estas bases, la creación del conocimiento y la difusión del mismo se encuentran en el centro de estas nuevas sociedades.

Las TIC, particularmente el internet de banda ancha móvil, juegan un papel fundamental en la generación y difusión del saber, pues dichas tecnologías se integran cada vez más en nuestro quehacer cotidiano, ya sea para estar en

contacto con nuestros seres queridos, como herramienta de trabajo, como medio de entretenimiento o como un habilitador de acceso a la cultura, el conocimiento y nuevas habilidades.

Respecto al mundo educativo podemos decir que estamos ante una nueva situación que supone nuevas formas de ver y entender el mundo que nos rodea; un momento que ofrece nuevos sistemas de comunicación interpersonal, que proporciona medios para viajar con rapidez a cualquier lugar e instrumentos tecnificados para realizar nuestros trabajos, y que presenta nuevos valores y normas de comportamiento.

Para Holmberg (1995), la introducción de las TIC en educación proporciona mayor velocidad y eficiencia a los procesos de comunicación, lo que permite el acceso a un número más amplio de fuentes de información del que se proporciona a través de los medios tradicionales y con ello aumenta las posibilidades de mejorar los aprendizajes de alumnos y profesores.

Por otro lado para Lévy (2007), las condiciones sociales, políticas, económicas y culturales que caracterizan a las sociedades del siglo XXI han permitido -entre otras cosas- el surgimiento de lo que se conoce como la cultura de la sociedad digital, caracterizada por el uso de las tecnologías digitales que aparece como la forma dominante para comunicarse, compartir información y conocimiento; investigar, producir, organizarse y administrar.

En este contexto, los desafíos de la sociedad en términos pedagógicos son múltiples, ello está provocando movimientos a nivel internacional para la reforma de los sistemas y los procesos educativos, situación que también afecta de manera significativa a los procesos de formación inicial y permanente del profesorado.

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación plantean nuevos escenarios pedagógicos que requieren una revisión profunda de la educación en sus diversos aspectos, tales como: las estrategias metodológicas, la forma de acceder, adquirir y diferenciar información y conocimiento, los medios utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y la evaluación, entre otros. Es importante tener en cuenta que el uso de las TIC en educación no debe verse como un fin en sí mismo, sino que debe entenderse como un conjunto de posibilidades para incrementar y mejorar los medios que se tienen al alcance para la docencia y la formación.

De esta forma, la inserción de las TIC en los contextos educativos puede reportar beneficios para el sistema educativo en su conjunto, alumnado, docentes y la comunidad en general; sin embargo, se debe procurar no caer en el error de pensar que la utilización de éstas por sí sola provocará mejoras.

En el caso del profesorado, según Vila (2010), las TIC pueden también suponer un dispositivo fundamental para su formación permanente, para la participación en redes de docentes, para apoyar grupos de trabajo o proyectos cooperativos. Pero para que esto suceda las TIC deben asumirse como un recurso que permita adecuarse a realidades y contextos emergentes, trascendiendo las limitaciones espacio-temporales, utilizando metodologías basadas en la interactividad, el aprendizaje colaborativo, la reflexión compartida y la generación de conocimientos de tipo teórico-práctico.

De esta manera, resulta comprensible que con ayuda de las TIC se pueden generar espacios en donde las personas -en nuestro caso profesores- puedan acceder a la información en un número variado de formatos y que contribuya a su interacción rompiendo con las limitaciones de espacio y tiempo, al que llamaremos *Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA)*.

Un entorno virtual de aprendizaje es un espacio educativo alojado en la web, conformado por un conjunto de herramientas informáticas que posibilitan la interacción didáctica. De esto podemos destacar como principales características lo siguiente:

- Es un ambiente electrónico, no material en sentido físico, creado y constituido por tecnologías digitales.
- Está hospedado en la red y se puede tener acceso remoto a sus contenidos a través de algún tipo de dispositivo con conexión a internet.
- Las aplicaciones o programas informáticos que lo conforman sirven de soporte para las actividades formativas de docentes y alumnos.
- La relación didáctica no se produce en ellos “cara a cara” (como en la enseñanza presencial), sino mediada por tecnologías digitales. Por ello, los EVA permiten el desarrollo de acciones educativas sin necesidad de que docentes y alumnos coincidan en el espacio o en el tiempo.

La dimensión tecnológica está representada por las herramientas o aplicaciones informáticas con las que está construido el entorno. Estas herramientas sirven de soporte o infraestructura para el desarrollo de las propuestas educativas. Varían de un tipo de EVA a otro, pero en términos generales, puede decirse que están orientadas a posibilitar cuatro acciones básicas, con relación a estas propuestas:

- la publicación de materiales y actividades,
- la comunicación o interacción entre los miembros del grupo,
- la colaboración para la realización de tareas grupales, y
- la organización de la asignatura

La dimensión educativa de un EVA está representada por el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolla en su interior. Esta dimensión nos marca que se trata de un espacio humano y social, esencialmente dinámico, basado en la interacción que se genera entre el docente y los alumnos a partir del planteo y resolución de actividades didácticas.

Un EVA se presenta como un ámbito para promover el aprendizaje a partir de procesos de comunicación multidireccionales. Se trata de un ambiente de trabajo compartido para la construcción del conocimiento con base en la participación activa y la cooperación de todos los miembros del grupo.

Según Bartolomé (2004) en los últimos años ha surgido un concepto que aparece con fuerza en el ámbito de la formación: *Blended Learning* o *B-Learning*. Literalmente podemos traducirlo como *aprendizaje mezclado*. La definición más sencilla y también la más precisa lo describe como *aquel modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial*, “which combines face-to-face and virtual teaching” (Coaten, 2003; Marsh, Mcfadden & Price, 2003). Una idea clave es la selección de los medios adecuados para cada necesidad educativa.

En términos de formación, Brennan (2004) señala que el término tiene diferentes significados para diferentes personas, como cualquier posible combinación de un amplio abanico de medios para el aprendizaje diseñados para resolver problemas específicos. Este término sigue una tendencia con una marcada raíz procedente del campo de la psicología escolar, la cual destaca el término *aprendizaje* como contrapuesto al de *enseñanza*.

El término ha nacido en el seno de la más pura tradición de los expertos en tecnología educativa, quienes siempre han preferido un cierto eclecticismo ante la evidencia de que todas las teorías funcionaban parcialmente y todas, al mismo tiempo, son incompletas.

Tomei (2003) analiza las teorías que se encuentran detrás de algunas de las técnicas y tecnologías utilizadas con mayor frecuencia en un entorno virtual:

- Conductismo: multimedia de ejercitación y práctica, presentaciones visuales con continuo feed-back.
- Cognitivismo: presentaciones de información, software que ayuda al estudiante a explorar.
- Humanismo: atención a diferencias individuales y destrezas para el trabajo colaborativo.

Con base en lo anterior en el *B-Learning*: se analiza qué objetivo de aprendizaje se pretende, qué teoría se apega mejor a ese proceso de aprendizaje, qué tecnología se ajusta más a esa necesidad. En este sentido El *B-Learning* es la aplicación de un pensamiento ecléctico y práctico. La clave es la selección de los recursos más adecuados en cada acción de aprendizaje, el estudio de estos recursos, sus funcionalidades y posibilidades son una parte esencial del modelo.

Evidentemente podemos elegir entre todos los recursos del *E-Learning*, sin embargo aquí adopta una especial importancia la comparación entre los recursos presenciales y no presenciales. Así Marsh, Mcfadden y Price (2003) indican cómo se mejoran situaciones de aprendizaje mediante diferentes técnicas según la experiencia de diferentes instituciones. Resulta interesante constatar cómo se “mezclan” técnicas presenciales y no presenciales, con más o menos la utilización de aparatos, en función de los objetivos. Es importante mencionar que esto no hace referencia a técnicas utilizadas todas al mismo tiempo sino a diferentes momentos.

Con base en lo anterior, podemos mencionar que puede ser pertinente el uso de una plataforma virtual como espacio de reflexión para los profesores, de tal manera que sus acciones estén más acordes a las condiciones actuales y en donde tomen en cuenta sus necesidades de formación, que correspondan a las características de sus alumnos y en general del contexto particular en donde se desarrolla.



En este sentido, durante los últimos años se han desarrollado algunos proyectos de investigación en la formación de profesores, cuyo objetivo es caracterizar el proceso de aprendizaje que ellos han generado en entornos de aprendizaje basados en la web (Callejo, Llinares y Valls, 2007; Rey, Penalva y Llinares, 2007; Valls, Llinares y Callejo, 2006). En estos entornos hay dos características relevantes: primero, la relación entre la actividad de formar profesores, y segundo la investigación sobre el aprendizaje del estudiante.

Los entornos de aprendizaje se articulan a través de la resolución de tareas con las cuales los profesores pueden negociar y discutir los significados generados, una manera de potenciar los espacios de interacción entre los estudiantes para el profesor es utilizando las tecnologías de la información y la comunicación. Escribir una aportación en un debate on-line puede clarificar y consolidar la comprensión de uno mismo en el intento de ayudar a que otros comprendan; este proceso, junto con el de sintetizar la información generada durante el debate escribiendo ensayos, apoya la idea que sostiene que los profesores pueden llegar a determinar la validez y la pertinencia de la información teórica presentada para el análisis de una situación problema.

El diseño de estos entornos de aprendizaje usando el análisis de lecciones de matemáticas se apoya en tres ideas:

1. La necesidad de que los profesores lleguen a conceptualizar la enseñanza de las matemáticas.
2. La creación de espacios de interacción social entre los profesores como un medio para apoyar la construcción social del conocimiento; de esta manera, la integración de debates en línea permite a los profesores interactuar con los compañeros y el material sin necesidad de tener que coincidir en un lugar dado o en un momento determinado.

3. La naturaleza evolutiva del proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar. Esta idea implica desarrollar trayectorias de aprendizaje que favorezcan que los profesores expliquen sus conocimientos, negocien nuevos significados y la posibilidad de una integración del uso de la información teórica, procedente de la didáctica de la matemática (instrumentos conceptuales) en el análisis de la enseñanza de las matemáticas.

Aprender a enseñar matemáticas está relacionado con la manera en que los profesores se apropian de instrumentos para pensar y actuar; instrumentos de los que ellos forman parte:

- los materiales curriculares del programa de formación, y
- los espacios de interacción.

Con esto, el propósito es que los profesores construyan el conocimiento indispensable para enseñar matemáticas. Podemos decir que es necesario apoyar la labor del docente con el fin de alcanzar de una manera óptima los resultados esperados. En este sentido, consideramos importante generar espacios adecuados donde el profesor pueda reflexionar respecto a su labor docente; una forma es propiciando el dominio de la materia, conocimientos pedagógicos en esta área y conocimientos curriculares.

Después de lo anteriormente expuesto, podemos mencionar que actualmente a nivel internacional se atribuye al profesor un papel determinante en la educación, visión que se comparte en México y en donde resulta la necesidad de apoyar a los docentes por medio de una formación que mejore su desempeño. En el caso de los docentes de matemáticas se ha propuesto –según algunos estudios como los de Callejo, Llinares y Valls, 2007; Rey, Penalva y Llinares, 2007; Valls, Llinares y Callejo, 2006- que es importante crear opciones de formación que contemplen varios aspectos relevantes, tales como poner atención en los contenidos

matemáticos y tomarlos como objeto que será aprendido por alguien; en ese sentido se debe considerar el aprendizaje del estudiante como objeto de reflexión y estudio para el profesor. El uso de un *entorno virtual de aprendizaje* puede ser una opción de formación en donde se generen espacios para la reflexión y la construcción de conocimientos para los profesores de matemáticas.

Dentro de los planes y programas de estudio se incluyen actividades con generalizaciones; se pretende dotar de sentido y comprensión al estudio de las matemáticas, así como tender puentes entre la aritmética y el álgebra, motivo por el cual consideramos pertinente tomar los procesos de generalización como una ruta de acceso al pensamiento algebraico desde una perspectiva en donde el papel de los profesores es fundamental para poder conseguir cambios que repercutan en la mejora de las competencias matemáticas de los alumnos. En este sentido resulta importante que los profesores reflexionen al respecto y para ello se deben generar espacios de formación.

## Capítulo III

### Los procesos de generalización:

#### Ruta de acceso al pensamiento algebraico

En el presente capítulo se mencionan los cuatro acercamientos teóricos para acceder al pensamiento algebraico. Posteriormente, se mencionan algunos estudios sobre los procesos de generalización como una ruta viable para acceder a dicho pensamiento. Finalmente, se presentan y discuten las aportaciones de esos estudios para este trabajo de investigación.

Internacionalmente, se reconocen cuatro acercamientos a la enseñanza del álgebra Bernardz, Kieran y Lee (1996 citados en Butto y Delgado 2012): 1. La generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que gobiernan las relaciones numéricas 2. La modelización de situaciones matemáticas y de situaciones concretas, 3. El estudio de situaciones funcionales y 4. La solución de problemas.

De acuerdo con Pegg, (citado en Durán, 1999), el descubrimiento de patrones requiere trabajar tres procesos: actividades con patrones numéricos; expresar las reglas que caracterizan patrones numéricos particulares mediante oraciones, involucrando a los estudiantes para hacer aclaraciones y precisiones; y propiciar que los estudiantes expresen en forma abreviada de dichas reglas. Para el referido autor, la parte más compleja de la introducción al álgebra requiere el trabajo con patrones numéricos, describir esos patrones utilizando la notación algebraica, y recomienda las siguientes actividades. Desarrollar en forma escrita las reglas que caracterizan un patrón numérico; comparar diferentes alternativas correctas y que son originarias de un mismo patrón; generar patrones numéricos cuando se da una regla; encontrar varias reglas para un mismo patrón; socializar con los estudiantes el surgimiento de patrones numéricos y finalmente, explicar la creación de reglas que caracterizan patrones numéricos.

Los estudios de Mac Gregor y Stacey (1993) con estudiantes australianos revelan que, cuando se trabaja con patrones numéricos, los estudiantes muestran

dificultades para describir y expresar algebraicamente dicho patrón. Reggiane (1994), afirma que la generalización es un término utilizado en las matemáticas para indicar el paso de lo particular a lo general y para ver la generalidad en casos particulares.

De acuerdo con Mason y otros (1985), el álgebra no se debe enseñar como parte separada del programa de aritmética y geometría; trazar una línea divisoria entre ambas no es recomendable, pues el conocimiento algebraico se relaciona con todo el conocimiento matemático. Además señalan que la generalidad es fundamental para el pensamiento matemático y algebraico. La generalización en álgebra es algo primario hacia la abstracción matemática y puede ser desarrollada a partir del trabajo con patrones o regularidades, que favorecen la articulación de la generalización en situaciones cotidianas.

Para aprender el lenguaje del álgebra es necesario conocer la utilización de patrones en la enseñanza de las matemáticas; esto es pertinente -por lo menos- por dos razones: primero, porque el mundo en que vivimos contiene patrones y regularidades; segundo, porque los patrones están presentes en las matemáticas, y la habilidad para reconocerlos contribuye a llegar intuitivamente a fórmulas y relaciones que pueden ser utilizadas en matemáticas, particularmente en el álgebra.

El trabajo con la generalización debe pasar por cuatro etapas que, al entender de este autor, son:

- percibir un patrón,
- expresar un patrón,
- registrar un patrón, y
- prueba de la validez de las fórmulas.

El recorrido por cada una de estas etapas y su análisis proporciona información valiosa para poder comprobar la pertinencia de la generalidad como ruta de acceso al pensamiento algebraico. Dicho camino nos brinda información para comprender el pensamiento de los estudiantes y, con ello, proponer actividades apropiadas a sus necesidades; asimismo, se generarán situaciones que en sí mismas nos llevan a una reflexión por parte del profesor y sus acciones.

A continuación, describimos las posibles formas de trabajar tomando estas cuatro etapas de la generalidad, propuestas por Mason y otros (1985):

#### *Percibir un patrón*

En esta etapa se pueden presentar actividades con secuencias de figuras o de números, donde se solicite a los alumnos la figura o el número siguiente. Se espera que el alumno observe lo que está pasando de una figura a la otra o de un número al siguiente y, en esta observación, el alumno perciba la regularidad con la que cambia la sucesión de figuras o números.

#### *Expresar un patrón*

El alumno necesita expresar lo que observó y para ello es necesario incluir en las actividades preguntas que indaguen sobre cómo encontró la figura o el número siguiente y que lo comente con los demás compañeros; en ese proceso puede percatarse si están correctas o no sus reflexiones.

#### *Registrar el patrón*

Se requiere que el alumno exprese de forma sintética su respuesta para que las ideas queden asentadas y no olvide las conclusiones a las que va llegando; aquí se inicia en la manipulación de expresiones cuando las construye y reconstruye.

### *Prueba de la validez de las fórmulas*

El alumno puede comprobar su fórmula en la actividad de la que surgió o en otros casos. La prueba se puede realizar con cálculos aritméticos o contando.

De esta manera el trabajo con la generalidad nos da una idea del tipo de pensamiento y estrategias que utiliza un alumno en la solución de los problemas planteados; al abordarlo de esta forma, el recorrido por las cuatro etapas nos proporciona información respecto a qué tan cerca está de registrar un proceso y de validarlo.

Para Mason y otros (1985), el trabajo con la generalidad es una ruta de acceso al álgebra, en el sentido en que no es algo que se hace pocas veces y luego se olvida sino que puede estar en la vida cotidiana de las personas. Este es un aspecto central en la matemática en cualquier nivel, el cual puede retornar una y otra vez, cualquiera que sea el tema particular de discusión. Las matemáticas comprenden muchas generalizaciones, ya sea que tomen forma de métodos, procedimientos o de fórmulas; y éstas pueden ser vistas de la misma manera que las propias generalizaciones de los alumnos cuando perciben o detectan ya sea un patrón o una generalidad. Es adecuado tener una lluvia de actividades para expresarla.

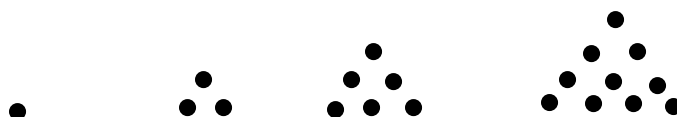
Para el profesor la expresión de alguna generalización es una percepción que puede abrir opciones de trabajo en la mitad de una lección, al darse cuenta que el grupo está tratando de aproximarse a ésta, se puede hacer una pausa y una referencia explícita a su experiencia.

Es apropiado que los profesores ayuden a los alumnos a expresar sus propias generalizaciones en una forma más clara y eficiente, y que se motiven a verificar la validez de dichas generalizaciones. La aritmética generalizada puede ser una ruta de acceso al pensamiento algebraico.

El álgebra es un lenguaje, una forma de decir algo y de comunicar ese algo. En la forma tradicional de acceder al álgebra, en muchas ocasiones, ésta es desprovista de sentido práctico reduciéndola a la simple manipulación de signos y sus reglas. Una posible razón del aislamiento evidente de las técnicas algebraicas -como la manipulación de expresiones- puede reflejarse en no establecer relaciones explícitas con los cálculos aritméticos; trabajado de esta manera no se da la importancia necesaria a la significación; es decir si el álgebra es un lenguaje y no se da prioridad a lo que se quiere comunicar y se da preferencia a la sintaxis y las reglas estructurales, se estaría descuidando la parte del significado.

De esta manera, tenemos que el trabajo con patrones y la representación en tablas serán herramientas importantes en la transición de la aritmética al pensamiento algebraico. El reto es encontrar una serie de actividades acorde al trabajo en el aula, a los planes y programas de estudio, donde será de suma importancia la forma en que se planteen estas actividades a los profesores; siempre tomando en cuenta que, de alguna manera, ellos mismos son sujetos a los problemas de esta disciplina.

De acuerdo con Castro y Rico (1995 citadas en Butto y Delgado 2012), se puede generalizar en problemas que involucren patrones de tipo lineal o cuadrático. Estos a su vez pueden hacer parte del trabajo escolar con patrones y debe ser una parte integrante del currículo de las matemáticas; como ejemplo, tenemos los números triangulares y los cuadrados; en este caso, los números triangulares presentan una configuración puntual en forma de triángulo como se muestra:



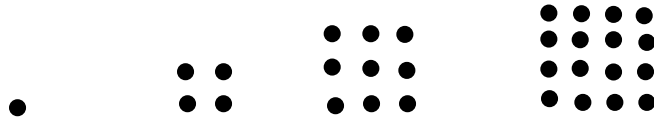


Estos forman la siguiente secuencia:

$$\begin{array}{cccccc}
 1 & 3 & 6 & 10 & 15 & \text{o bien:} \\
 T_1 = 1 & T_2 = 3 & T_3 = 6 & T_4 = 10 & T_5 = 15 & T_6 = 21
 \end{array}$$

En esta secuencia numérica se presenta una regularidad en la formación que descubre el patrón numérico: sumar un natural consecutivo partiendo del primer término que es 1, para obtener los restantes. Se descubre el patrón geométrico observando la formación de los números triangulares, por ejemplo, para formar  $T_2$  se parte de  $T_1$ ; se van colocando dos puntos en la línea inferior, para formar  $T_3$  se parte de  $T_2$  y se coloca una línea de tres puntos debajo de las que ya se tenían y así para todos los casos.

Los números cuadrados se obtienen contando los puntos que se pueden disponer en forma de tablero o cuadrado.



Que forman la siguiente secuencia

$$C_1 = 1 \quad C_2 = 4 \quad C_3 = 9 \quad C_4 = 16 \quad C_5 = 25 \quad C_6 = 36$$

En esta secuencia numérica el patrón de formación es sumar los números impares consecutivos empezando por el 1, que es el primer término. Se descubre el patrón observando la formación de un cuadrado, por ejemplo, se toma el primero y se van incrementando filas de puntos en forma de ángulo recto, que contienen 3, 5, 7, 9 etc. respectivamente; esa misma regla se pasa

para el cuadrado que sigue de sumas de sumandos impares consecutivos para así obtener un número cuadrado. Por lo tanto, el segundo número cuadrado es la suma de los dos primeros impares partiendo de 1, el tercer cuadrado es la suma de los tres primeros números impares a partir de 1.

Estos números tienen estructuras, patrones y relaciones que otorgan una herramienta para la observación sobre las estructuras comunes, y las regularidades pueden ayudar a los estudiantes en la comprensión y abstracción de las propiedades numéricas relacionadas con las estructuras aditivas y las multiplicativas.

Lee (2001 citado en Butto 2005), al abordar el pensamiento algebraico como una manera de pensar, propone estimular a los estudiantes a extender su pensamiento acerca de objetos matemáticos (números, formas y medidas) para pensar acerca de las relaciones entre esos objetos, darles la oportunidad para operar mentalmente y pensar acerca de los números que ellos no conocen.

Por su parte Tall (2001) argumenta que en el momento en que un estudiante es capaz de concebir una expresión algebraica como un objeto matemático y no sólo como un proceso, la manipulación algebraica puede representar problemas. Esto se debe a que el estudiante no puede seguir interpretando estas entidades como operaciones aritméticas sobre algún número, sino que es preferible que aprenda rápidamente a verlas como objetos en sí mismos, sobre los cuales se realizan procesos de cierto nivel. Por otro lado, tendrá que optar entre las estructuras mentales fuertemente arraigadas -relacionadas con la aritmética- y la nueva estructura propia del álgebra, donde tendrá que ver en su conjunto a la expresión; el estudiante tendrá que diferenciar los momentos precisos donde la aritmética y toda su estructura podrán satisfacer sus necesidades y en qué momento se debe tomar el álgebra como lenguaje para apoyar su necesidad de comunicar algo como un objeto matemático. La habilidad para manejar y diferenciar ambas

estructuras logrará resolver uno de los principales problemas que presentan los estudiantes en sus primeros años de estudio del álgebra.

Tomando en cuenta lo anterior, el autor parece evidenciar que la mejor manera de enseñar matemáticas es partir de simples conceptos familiares hacia el alumno, y de crear ideas más complejas por medio de una secuencia de actividades que crezcan en dificultad.

Sin embargo, la mente humana no funciona de esta manera, lo que sucede es que se debe trabajar con las estructuras fuertemente arraigadas relacionadas con la aritmética, es necesario reorganizarlas además de relacionarlas con las nuevas estructuras provenientes ahora del álgebra y sus reglas. Dicho de otra manera, el tránsito de la aritmética hacia el álgebra no debe verse de forma lineal, de tal forma que el estudiante no perciba un cambio abrupto ni se desaten conflictos entre una estructura y otra; los problemas surgen porque la mente humana no funciona de una manera lógica, en lugar de evolución parece que poseemos un patrón poderoso, un mecanismo que reconoce regularidades implícitas en un contexto determinado, dando lugar a la formación de cada uno de nosotros: nuestra propia imagen personal de un concepto matemático.

Según Díaz (2011), gran parte de los conflictos entre las personas o entre ellas y su contexto tiene su origen en problemas de comunicación. En el caso particular de las matemáticas la situación comunicativa se complica con el uso de sistemas de símbolos propios de la disciplina, manejados algunas veces con relativo éxito operatorio por los estudiantes, pero carentes de significado y dificultando el aprendizaje en los estudiantes. La explicación a esto es la ausencia de un sistema conceptual y de imágenes mentales que respalden el uso de reglas operatorias entre símbolos, esto hace que la mayoría de estudiantes que ingresan a la universidad tengan un recuerdo muy superficial y distorsionado sobre el manejo de variables y expresiones algebraicas. Díaz menciona también, que muchos profesores ocupan un buen tiempo, al inicio de los primeros semestres, en

actividades de nivelación con el fin de resolver conflictos relacionados con el estudio del álgebra o temas que no fueron suficientemente trabajados anteriormente y en los que se incluyen actividades con generalizaciones.

La tendencia a hacer generalizaciones es una función natural del cerebro humano y tiene sus primeras manifestaciones cuando un bebé observa, escucha, palpa y pone en juego todos los sentidos para interiorizar sus acciones. Una noción, un concepto, una estructura o una categoría, se obtienen como resultado de procesos de generalización cada vez más complejos que requieren identificar diferencias y similitudes; abstraer lo que cambia y lo que permanece invariante; por lo tanto son construcciones que requieren tiempo y dedicación. Generalizar requiere atención y concentración, una vez logrado hay que superar otro reto que es expresarlo.

Aquí entra en juego el desarrollo de la competencia comunicativa tanto oral como escrita, primero usando el lenguaje cotidiano, gráficos y diagramas para convencer de qué generalización se obtuvo y sobre todo cómo la obtuvo; de esta manera se destaca la importancia -en matemáticas- del procedimiento y la argumentación que justifican una respuesta. Posteriormente, empleando un lenguaje más especializado -el algebraico-, antes de socializar o hacer pública una generalización es importante considerarse inicialmente como una conjetura y, por lo tanto, someterla a prueba, examinándola con varios casos particulares para verificar su cumplimiento. Esto proporciona mayor entendimiento y, así, más confianza para explicar con claridad y sencillez las razones que sustentan la generalización.

Dicho lo anterior podemos decir que resulta evidente la necesidad de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas particularmente en álgebra; que sus principales problemas son un abordaje abrupto desde la aritmética; que se privilegia la manipulación y sus reglas por encima de la comprensión y su significado. Para ello proponemos una ruta de acceso por medio de los procesos

de generalización, lo cual ayudará al tránsito gradual entre el pensamiento aritmético y el algebraico, dotándolo de sentido y significado. El reto es encontrar la forma para presentar esta propuesta por medio de un entorno virtual a los profesores, de tal manera que se logre su reflexión al respecto.

El diseño del entorno virtual de aprendizaje, deberá contemplar las necesidades particulares del profesor dependiendo de su formación inicial, del trayecto formativo que ha seguido y de sus necesidades expresadas, así como también de las características de sus alumnos; de tal manera que no sea un recurso más con el cual contar, recursos que fueron diseñados -en muchos casos- sin tomar en cuenta las necesidades particulares. Se trata pues, de responder a las necesidades específicas de los actores de nuestro contexto particular, pero que vaya de acuerdo con la parte curricular y en donde se explique perfectamente lo que se pretende lograr con el estudio de la asignatura en cuestión.

De acuerdo a lo anteriormente expuesto, el trabajo con los procesos de generalización puede ofrecer una alternativa que ayude a enfrentar las dificultades presentadas por los alumnos en el estudio del álgebra, pues con ellos se puede dotar de sentido y comprensión a las expresiones y signos utilizados en esta disciplina. Es importante tomar en cuenta que al momento de trabajar estos procesos hay que partir de la observación y percepción hasta llegar a la expresión de lo observado al lenguaje matemático, con ello haciendo menos brusco el tránsito entre la aritmética y el álgebra.

En este estudio trabajamos con los procesos de generalización como una vía de acceso al pensamiento algebraico. En el siguiente capítulo se presenta el marco teórico que sirvió como referencia para el análisis de los datos de este estudio.

## **Capítulo IV**

### **Marco teórico**

En este capítulo se aborda el marco teórico de esta investigación. Este se fundamentó en los estudios realizados por Jackson (1992), quién propone las aulas como medios sociales y culturalmente organizados, por otro lado Shulman (1986) quien plantea que en el profesor se identifican tres tipos de conocimiento: de la materia, el pedagógico y el curricular, que a su vez coincide con la propuesta de Llinares (2007).

#### **4.1 Práctica y docencia reflexiva**

Jackson (1992) ve en las aulas medios sociales y culturalmente organizados, en donde los significados personales se convierten en el punto crucial de la investigación, reflejando la influencia de la antropología, la sociología y la lingüística. Como punto de partida para ahondar en esta perspectiva, centra su interés en tres momentos o fases distintos: la pre-actividad, la interacción y la post-actividad del maestro. En estas etapas se estudian los análisis psicosociológicos que examinan las relaciones entre el carácter de la situación educativa y el comportamiento de los sujetos que la conforman; esto, ligado a los intercambios y mecanismos de influencia, con la finalidad de descubrir las relaciones y examinar los vínculos de la actividad realizada por los profesores en diferentes momentos de su práctica. La fase pre-activa corresponde al momento de la planificación previa, la interactiva corresponde a la realización de la enseñanza y la pos-activa a la reflexión sobre lo que sucedió en el aula.

Una práctica reflexiva trata de remover aquellos obstáculos que se interponen en la consecución de los valores educativos, bajo los cuales el docente organiza su práctica, planifica y desarrolla un determinado currículum. Esto implica que tanto docentes como estudiantes son participantes activos en la construcción de significados de lo que acontece en el aula y en la generación de nuevas acciones encaminadas a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este sentido Zeichner (1995) menciona que la práctica reflexiva supone el reconocimiento de que los profesores pueden desempeñar un papel activo en la formulación de los propósitos y fines de su trabajo, lo que significa también el reconocimiento de que la producción de nuevos conocimientos sobre la enseñanza no son ajenos a ellos, así mismo tienen teorías que pueden contribuir a fundamentar sus conocimientos para la enseñanza.

Tomar en cuenta las producciones de los docentes implica ayudarlos a que interioricen las disposiciones y destrezas necesarias para estudiar su ejercicio, perfeccionarlo en el transcurso del tiempo y el compromiso de responsabilizarse de su propio desarrollo profesional, desde el enfoque de la ciencia crítica, se considera la reflexión como medio para conseguir la emancipación y la autonomía profesional.

Según McCaleb y Cols (1992 citados en Zeichner 1995) un profesor reflexivo es el que domina la base de conocimiento de la enseñanza. Este profesor puede:

1) explicar las ideas centrales que surgen de la base de conocimientos y citar las prácticas más adecuadas relacionadas con ellas.

2) citar elementos claves de investigación relacionados con la base de conocimientos y hacer una crítica seria de la investigación.

3) ejecutar de manera eficaz las mejores prácticas seleccionadas que surgen de la investigación en ambientes simulados, de laboratorio y en clases reales.

4) participar en la reflexión crítica y en el diálogo intelectual sobre la base de conocimientos y comprender cómo se relacionan las diversas ideas y cómo interactúan para informar (en el plano situacional) un evento o episodio escolar o de enseñanza.

En este sentido resulta de suma importancia que el profesor reflexione e investigue sobre la forma en la que sus alumnos abordan determinado contenido: qué se les facilita o dificulta y lo pueden hacer durante el transcurso de la clase después de la clase y considerarlo para la planeación de alguna actividad.

La cuestión estriba en que los profesores estudien la enseñanza de forma deliberada y se conviertan en estudiantes del ejercicio docente, de tal manera que puedan estar seguros que saben lo que hacen, el por qué y lo que sucederá como consecuencia de sus acciones; reunidos en grupos, también pueden apoyar y sostener el progreso de cada miembro. El desafío crítico y el apoyo que se consigue mediante la interacción social son importantes para ayudar a clarificar lo que piensan y para dotar de valor necesario para actuar de acuerdo con sus creencias.

Por otro lado los maestros deben darse cuenta de cómo la estructura de las escuelas influye en su trabajo, en las relaciones con sus compañeros, sus alumnos y las familias de sus alumnos, tienen que sentirse libres para expresar sus puntos de vista y manifestar sus preocupaciones, sólo con este conocimiento pueden progresar en sabiduría y ayudar a progresar a otros.

De esta forma una práctica reflexiva se centra tanto en los fines como en los medios de instrucción, en las condiciones sociales de la enseñanza, así como en la enseñanza misma, en donde los procesos de pensamiento de los maestros antes, durante y después de la instrucción son determinantes.



## 4.2 Conocimientos de los profesores

Según Fenstermacher (1986) (citado en Shulman 2005) las actividades destinadas a la enseñanza parten de una situación en donde un profesor sabe algo que otros no comprenden, presuntamente los alumnos. El profesor puede transformar la comprensión, las habilidades para desenvolverse, las actitudes o los valores deseados, en representaciones y acciones pedagógicas. Se trata de formas de expresar, exponer, escenificar o de representar ideas, de tal forma que los que no saben puedan llegar a saber, los que no entienden puedan comprender y discernir, y los inexpertos puedan convertirse en expertos, en otras palabras el profesor hará uso de sus conocimientos con el propósito de hacer algún tema particular más accesible para el aprendizaje de los alumnos.

Shulman (1986) plantea que para ubicar el pensamiento que se desarrolla en las mentes de los profesores, habría que distinguir básicamente tres tipos de conocimientos:

- 1.- Conocimiento del contenido temático de la materia.
- 2.- Conocimiento pedagógico del contenido.
- 3.- Conocimiento curricular.

El conocimiento del contenido temático se refiere a la cantidad y organización de conocimiento del tema en sí, en la mente del profesor. Para pensar apropiadamente acerca del conocimiento del contenido se requiere ir más allá del conocimiento de los hechos o conceptos de un dominio, se requiere entender las estructuras del tema. Según Schwab (1978 citado en Shulman 2005), dichas estructuras incluyen las sustantivas y las sintácticas. Las primeras son la variedad de formas en las cuales los conceptos y principios básicos de la disciplina son organizados para incorporar sus hechos. La estructura sintáctica de una disciplina es el conjunto de formas en las cuales son establecidas la verdad o falsedad, la validez o invalidez de alguna afirmación sobre un fenómeno dado.

En cuanto al conocimiento curricular, está representado por el abanico completo de programas diseñados para la enseñanza de temas particulares que se encuentra disponible con relación a estos propósitos, al igual que el conjunto de características que sirven tanto como indicaciones o contraindicaciones para el uso de currículos particulares o materiales de programas en circunstancias particulares.

El conocimiento pedagógico del contenido, incluye, los tópicos más regularmente enseñados en el área temática del profesor, las formas más útiles de representación de estas ideas, las analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones más poderosas; en pocas palabras, las formas de representación y formulación del tema que lo hace comprensible a otros, es decir, todo el esfuerzo que hace el profesor para hacer comprensible su tema en particular. También incluye un entendimiento de lo que hace fácil o difícil el aprendizaje de tópicos específicos: las concepciones y preconcepciones que los estudiantes de diferentes edades y antecedentes, traen al aprendizaje de los contenidos y lecciones más frecuentemente enseñados.

En este sentido y con fines prácticos consideramos que existen una serie de conocimientos que los profesores deben poseer para poder desarrollar las actividades que de él se esperan, a lo que llamamos conocimientos base para la enseñanza.

Shulman (2005) menciona que existen por lo menos cuatro fuentes principales del conocimiento base para la enseñanza: 1) formación académica en la disciplina a enseñar; 2) los materiales y el contexto del proceso educativo institucionalizado (por ejemplo, los currículos, los libros de texto, la organización escolar y la estructura de la profesión docente); 3) la investigación sobre la escolarización; las organizaciones sociales; el aprendizaje humano, la enseñanza y el desarrollo, y

los demás fenómenos socioculturales que influyen en el quehacer de los profesores; y 4) la sabiduría que otorga la práctica misma.

La formación académica en la disciplina a enseñar: consiste en el saber, la comprensión, las habilidades y las disposiciones que deben adquirir los escolares respecto a una asignatura particular, este conocimiento se apoya en dos bases: la bibliografía y los estudios acumulados en cada una de las disciplinas, y el saber académico histórico y filosófico sobre la naturaleza del conocimiento en estos campos de estudio.

Estructuras y materiales didácticos. Con el objeto de promover los objetivos de la escolarización organizada se crean materiales y estructuras para la enseñanza y el aprendizaje. Entre ellos se incluyen currículos con sus ámbitos y sus secuencias; test y materiales para su aplicación; instituciones con sus jerarquías, sus sistemas explícitos e implícitos de reglas y funciones; organizaciones gremiales de profesores con sus funciones de negociación, cambio social y protección mutua; entidades gubernamentales; y mecanismos generales de gestión y financiación.

Literatura educativa especializada. Una tercera fuente es el importante y creciente caudal de bibliografía académica dedicada a la comprensión de los procesos de escolarización, enseñanza y aprendizaje. En estas obras se incluyen las conclusiones y los métodos de investigación empírica en las áreas de docencia, aprendizaje y desarrollo humano, así como también los fundamentos normativos, filosóficos y éticos de la educación.

La sabiduría adquirida con la práctica. La fuente última para el conocimiento base es la menos codificada de todas. Se trata de la sabiduría que se obtiene de la práctica misma, las máximas que guían la práctica de los profesores competentes o proporcionan la racionalización reflexiva para ella. Una de las tareas más importantes para la investigación educativa consiste en trabajar junto

con los educadores para desarrollar representaciones codificadas de la sabiduría didáctica de la práctica de los profesores competentes.

### **4.3 Formación de profesores de matemáticas en entornos virtuales**

En esta investigación nos fundamentamos en los autores anteriormente citados para comprender la práctica docente en diferentes momentos, así como la implicación de sus conocimientos en sus acciones, de tal manera que al generar espacios para la reflexión el profesor pueda construir conocimientos que ayuden a remover obstáculos para el aprendizaje de los alumnos.

En este sentido, la formación de profesores de matemáticas ha sido objeto de estudio para profesionales de diversas áreas, entre ellas el de la didáctica de las matemáticas; en este contexto se encuentran aportaciones de elementos valiosos. Al parecer se debe trabajar en crear oportunidades de aprendizaje que ofrezcan mejores condiciones para que los profesores continúen desarrollándose y reflexionando sobre su práctica. Llinares (2007) afirma: el profesor de matemáticas necesita un amplio conocimiento de matemáticas, poseer destrezas para gestionar la enseñanza y también creencias epistemológicas compatibles con la visión de la enseñanza de las matemáticas que se quiere desarrollar.

Conocer las matemáticas que se van a enseñar supone mucho más que la idea de conocer las matemáticas del currículo, supone llegar a conocer el contenido matemático desde la perspectiva de que dicho contenido debe ser aprendido por alguien. Para realizar un análisis de la situación de enseñanza, los profesores necesitan comprender la tarea y las matemáticas implicadas.

Es conveniente entonces, desarrollar en los profesores conocimientos sobre el pensamiento matemático de los alumnos, el conocimiento de y sobre las matemáticas, y el conocimiento sobre la enseñanza. En este sentido, cuando los profesores examinan los procedimientos usados por los alumnos y conjeturan

sobre la comprensión matemática puesta de manifiesto, pueden identificar qué otras tareas necesitan ser presentadas y cuáles preguntas pueden formularse para maximizar la comprensión matemática de sus alumnos. Es bajo esta visión que el profesor puede empezar en tres direcciones distintas:

1.- Empezar a caracterizar los conceptos y procesos matemáticos como objetos de enseñanza y aprendizaje; intentar verlos como nociones y procesos que han de ser aprendidos y no sólo como elementos componentes de un determinado dominio de conocimiento matemático.

2.- Identificar sus propias concepciones sobre el aprendizaje matemático, la enseñanza, su papel como profesores y las situaciones matemáticas como instrumentos de aprendizaje.

3.- Expresar sus propias ideas didácticas y desarrollarlas cuando interpretan los procesos de aprendizaje matemático de los alumnos.

En este sentido, Llinares (2007) menciona: desde perspectivas socioculturales sobre el aprendizaje, llegar a ser profesor de matemáticas significa llegar a comprender la enseñanza de las matemáticas y aprender a realizar las tareas, así como usar y justificar los instrumentos que la articulan en un contexto institucional.

De lo anterior surge la necesidad para los profesores de investigar el potencial de las situaciones matemáticas, asumiéndolas como instrumentos de aprendizaje matemático; esto implica considerar en qué medida estas situaciones pueden generar procesos matemáticos, cómo construir, conjeturar, formular, probar, generalizar, proponer problemas, clasificar, definir y comunicar.

Al mismo tiempo, es importante desarrollar conocimientos sobre el pensamiento matemático de los estudiantes: si los profesores aprenden a interpretar los razonamientos matemáticos de los alumnos, estarán mayormente capacitados para desarrollar una mejor enseñanza; y una manera de lograr esto es incorporar en el contenido de los programas de formación, información sobre el pensamiento

matemático de los alumnos. Esto tiene una razón, cuando los profesores estudian la forma de aprender de los alumnos pueden identificar dificultades, habilidades y con ello generar estrategias que atiendan a las características particulares de los alumnos.

En los últimos años se han desarrollado algunos proyectos de investigación en la formación de profesores, cuyo objetivo es caracterizar el proceso de aprendizaje de los profesores generado en entornos de aprendizaje basados en la web, (Callejo, Llinares y Valls, 2007; Rey, Penalva y Llinares, 2007; Valls, Llinares y Callejo, 2006).

Los entornos de aprendizaje se articulan a través de la resolución de tareas en donde los profesores pueden negociar y discutir los significados generados, una manera de potenciar los espacios de interacción entre los profesores es utilizando las tecnologías de la información y la comunicación. El diseño de entornos de aprendizaje usando el análisis de lecciones de matemáticas se apoya en tres ideas:

1. La necesidad de que los profesores lleguen a conceptualizar la enseñanza de las matemáticas.
2. La creación de espacios de interacción social entre los profesores como un medio para apoyar la construcción social del conocimiento; de esta manera, la integración de debates permite a los profesores interactuar con los compañeros y el material sin necesidad de tener que coincidir en un lugar dado o en un momento determinado.
3. La naturaleza evolutiva del proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar. Esta idea implica desarrollar trayectorias de aprendizaje que favorezcan que los profesores expliquen sus creencias, negocien nuevos significados y la posibilidad de una integración del uso de la información teórica, procedente de la didáctica de la matemática

(instrumentos conceptuales) en el análisis de la enseñanza de las matemáticas.

Este estudio como ya se había señalado pretendió apoyar la formación de profesores de matemáticas por medio de un *Entorno Virtual de Aprendizaje* como medio para acceder a los procesos de generalización apoyados en un trabajo colaborativo. Se trabajó en tres direcciones:

- Abordando los procesos de generalización como un objeto de enseñanza y aprendizaje, asumiéndolos como nociones y procesos sujetos de ser aprendidos y no sólo como elementos componentes de un determinado dominio de conocimiento matemático.
- Identificando las concepciones sobre el aprendizaje matemático, el papel de los profesores y las situaciones matemáticas como instrumentos de aprendizaje.
- Expresando las ideas didácticas y desarrollándolas cuando interpretan los procesos de aprendizaje matemático de los alumnos.

Garantizar y mejorar los aprendizajes de los alumnos implica asegurar a los profesores las condiciones y oportunidades para un aprendizaje relevante, permanente y de calidad que les permita hacer frente a los nuevos roles y objetivos que se les plantea; desempeñar profesionalmente su tarea, y hacerse responsables de ella frente a los alumnos, los padres de familia y la sociedad. Lograrlo requiere una transformación del modelo convencional de formación docente donde se generen espacios para la reflexión y construcción de conocimientos, a partir de las necesidades propias y de su contexto.

## **Capítulo V**

### **Metodología**

En este capítulo se describe la metodología utilizada en el estudio. Inicialmente se menciona el tipo de estudio que se realizó, posteriormente se describe a los participantes del mismo, seguido de las etapas de estudio. Asimismo, se hace una descripción de los instrumentos de investigación utilizados en cada etapa, así como la forma en que fueron aplicados, y por último se menciona la propuesta del análisis de los datos.

#### **5.1 Tipo de estudio**

Para Rodríguez, Flores y García (1999), en el enfoque cualitativo se estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. Este tipo de estudios cualitativos implica la utilización y recolección de una gran variedad de materiales como: entrevistas, experiencias personales, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos que describen la rutina, las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas.

Hernández y Opazo (2010), mencionan que la investigación cualitativa puede considerarse como un proceso activo, sistemático y riguroso de indagación dirigida, en el cual se toman decisiones sobre lo investigable mientras se está en el campo de estudio. Entre las características de la investigación cualitativa, en el campo de la educación se pueden destacar:

- El objetivo final está dirigido al estudio de hechos y fenómenos educativos en los contextos generales de ocurrencia.
- Su enfoque de percepción de la realidad es subjetivo, dado su interés orientado al significado, más que a la descripción de los hechos.
- Generalmente los participantes están situados en sus escenarios naturales.



- Existe un contacto directo entre el investigador y el objeto de la investigación, lo cual obliga a manejar las situaciones a fin de evitar interferencias y/o implicaciones innecesarias que podrían distorsionar la realidad en estudio.
- El lenguaje por excelencia en las investigaciones cualitativas es de tipo conceptual y metafórico, permitiendo un amplio abanico de matices de la explicación de los fenómenos estudiados.

Para LeCompte (1995 citado en Rodríguez y otros 1999), la investigación cualitativa podría entenderse como una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones que adoptan la forma de entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y vídeo, registros escritos de todo tipo, fotografías o películas y artefactos. Para esta autora gran parte de los estudios cualitativos se interesa por el entorno de los acontecimientos, y centra su indagación en aquellos contextos naturales, más que reconstruidos o modificados por el investigador, en donde los seres humanos se implican e interesan, evalúan y experimentan directamente. La calidad significa "lo real, más que lo abstracto: lo global y concreto, más que lo disgregado y cuantificado".

Dentro de los estudios cualitativos, Rodríguez y otros (1999) destaca una serie de niveles de análisis que permiten establecer unas características comunes de esta diversidad de enfoques y tendencias. Estos niveles son los siguientes: ontológico, epistemológico, metodológicos, técnico instrumental y contenido.

Denomina al nivel ontológico aquel en el que se especifica cuál es la forma y la naturaleza de la realidad social y natural. Desde este nivel, la investigación cualitativa se define por considerar la realidad como dinámica, global y construida, en un proceso de interacción con la misma.

Desde el plano epistemológico se hace referencia al establecimiento de los criterios a través de los cuales se determinan la validez y bondad del conocimiento. Así, desde la perspectiva epistemológica -frente a la vía hipotético-deductiva implantada mayoritariamente en el campo de la investigación- generalmente la investigación cualitativa asume una vía inductiva, parte de la realidad concreta y los datos que ésta le aporta para llegar a una teorización posterior.

En un plano metodológico se sitúan las cuestiones referidas a las distintas vías o formas de investigación en torno a la realidad. Desde este nivel, los diseños de investigación seguidos en los estudios cualitativos tendrán un carácter emergente, construyéndose a medida que se avanza en el proceso de investigación, por medio del cual se puedan recabar las distintas visiones y perspectivas de los participantes.

La tarea de un investigador cualitativo es suministrar un marco de estudio donde los sujetos respondan de determinada manera y se representen fielmente sus puntos de vista respecto al mundo y su experiencia.

Por último, desde el nivel de contenido, la investigación cualitativa cruza todas las ciencias y disciplinas, de tal forma que se desarrolla y aplica en áreas como educación, sociología, psicología, economía, medicina, antropología, entre otras.

Así, podemos observar, que la forma en que los alumnos abordan o responden preguntas en torno a los procesos de generalización, las estrategias utilizadas, la forma como los profesores han construido sus conocimientos y cómo perciben las principales dificultades de los alumnos, fueron aspectos que se trabajaron en un entorno virtual de aprendizaje.

## 5.2 Contexto/Participantes

El estudio se realizó en una escuela secundaria diurna, turno vespertino en el Distrito Federal en la delegación Tlalpan. En él participaron dos profesores de matemáticas que daban clase a grupos de segundo y tercer grado; siendo éstos los que más grupos atendían en la escuela y que llevaban más tiempo en ella, (en promedio diez años). El centro escolar está formado por quince grupos en total, cinco por cada grado, es decir: cinco de primero, cinco de segundo y lo mismo para los de tercero; en el momento de la investigación contaba con una población de cuatrocientos estudiantes, un promedio de veintiséis alumnos por grupo, atendidos aproximadamente por cuarenta profesores, de los cuales tres impartían la asignatura de matemáticas. Durante los últimos años de la aplicación de la prueba *Enlace* promediaron 465 puntos de un total de 800 en matemáticas, ubicándolos por debajo de la media por entidad y también a nivel nacional, la cual manejaba un promedio aproximadamente de 500 puntos.

El plantel cuenta con los servicios básicos de luz y agua en los baños; además cuenta con un aula digital con aproximadamente veinticinco computadoras con conexión a internet que funcionan de manera regular.

En el estudio también participó un grupo de dieciocho estudiantes de segundo grado, con edades entre 13 y 15 años que tomaban clase con uno de los profesores y que anteriormente habían tomado clase con el otro profesor participante en el estudio. Los alumnos provienen de familias de clase baja en la gran mayoría.

### **5.3 Características del montaje de las etapas del estudio**

Con el propósito de alcanzar los objetivos del estudio, se desarrollaron tres etapas:

1. Primera etapa del estudio: cuestionario sobre procesos de generalización y entrevista grupal con el grupo de estudiantes.
2. Segunda etapa del estudio: etapa diagnóstica con los profesores, entrevista semiestructurada realizada con los profesores.
3. Tercera etapa del estudio: trabajo en la plataforma con los profesores en un entorno virtual de aprendizaje B-Learning.

### **5.4 Instrumentos**

#### **Descripción del cuestionario sobre procesos de generalización (primera etapa)**

El cuestionario sobre procesos de generalización se utilizó con el propósito de obtener información de un grupo de estudiantes de segundo grado de secundaria, respecto a su familiaridad con los procesos de generalización así como de las estrategias utilizadas en la resolución de las preguntas del mismo.

Mediante el cuestionario fue posible observar las principales dificultades y habilidades que presentaron los estudiantes con respecto a los procesos de generalización.

A continuación se presenta una tabla donde se describe el contenido matemático abordado, así como la solicitud de cada pregunta.

**Tabla 1** Descripción del cuestionario inicial sobre procesos de generalización

Número de pregunta	Contenido matemático	Solicitud de la pregunta
1	Secuencia aritmética	Se solicita al estudiante completar secuencias aritméticas de diferentes tipos: Decreciente con números negativos. Creciente. Creciente con decimales. Geométrica. Geométrica.
2	Secuencia aritmética, secuencia geométrica en figuras.	Se solicita al estudiante completar secuencias con figuras. Se solicita al estudiante completar secuencia aritmética con figuras. Se solicita al estudiante completar secuencias aritméticas y geométricas con figuras.
3	Secuencia aritmética para lugar "n"	Se da una sucesión de números y se solicita al estudiante encontrar el lugar diez, el treinta y cuatro de la sucesión. Se solicita expresar cómo los encontró.
4 y 5	Variación conjunta	Se solicita al estudiante completar una secuencia de números cuadrados y triangulares. Calcular cuántos puntos hay en la figura cuatro y cinco. Cómo se encontró el número de puntos para las figuras cuatro y cinco. Llenar una tabla con el número de figura, número de puntos por lado y número de puntos en la figura. Calcular el número de puntos para la figura diez. Explicar cómo se llegaría al resultado conociendo un lado.
6	Número específico	Se solicita al estudiante completar una tabla con el número de escaleras, cantidad de palillos y cantidad de cuadrados. Se pide la cantidad de palillos para la escalera 9 y para la escalera "n". Encontrar una regla para calcular la cantidad de palillos
7	Variable como número específico plantear y resolver funciones lineales	Establecer y resolver $x+x/3=1200$ . Establecer y resolver la ecuación $x + 5/2*x + 5/4*x = 114$ .

### Descripción de la entrevista grupal (primera etapa)

Este instrumento tuvo como propósito obtener información que ayudara a comprender las estrategias utilizadas por los alumnos. Para dar solución a las preguntas del cuestionario, se optó por esta técnica con el fin de explorar ya no de

manera individual sino como grupo dichas estrategias, de tal manera que las respuestas ahora provendrían de manera grupal; de este modo, se pretendió obtener información que complementara a la ya obtenida anteriormente. Este tipo de técnica -según Rodríguez (2005)- permite extraer información respecto al imaginario social, aprovechando el efecto que ocurre al escuchar a todos los integrantes del grupo y las respuestas que los distintos participantes van elaborando. Así, los estímulos de respuesta son -por consiguiente- múltiples; es decir, no sólo se reacciona ante una pregunta (como es el caso de la entrevista individual) sino que también se produce una reacción ante las respuestas o contra ellas, de los otros entrevistados.

### **Descripción de la Entrevista semiestructurada (Segunda etapa)**

Se aplicó una entrevista semiestructurada a los profesores que pretendió explorar sobre su formación inicial, cursos de actualización o formación continua y la forma en que ellos conciben las estrategias y dificultades que sus alumnos utilizan en la solución del cuestionario. La información obtenida fue el punto de partida para abordar el tema en la plataforma virtual.

### **Descripción de las actividades en la plataforma (tercera etapa)**

Se trabajó con los profesores durante cinco sesiones: las dos primeras fueron trabajadas de manera presencial siguiendo dos objetivos: por un lado que se familiarizaran con el uso de la plataforma y por otro, la presentación de la propuesta de trabajo como opción para acceder al pensamiento algebraico vía los procesos de generalización; las tres sesiones restantes se llevaron a cabo por medio de una plataforma en Moodle alojada en el sitio "<https://profesorluna.milaulas.com>".

## **5.5 Aplicación de los instrumentos**

### **Cuestionario sobre procesos de generalización (primera etapa)**

La aplicación del cuestionario se realizó en las instalaciones del plantel educativo, se les entregó a los alumnos y se les pidió que lo resolvieran, se leyó el instrumento y se les dijo que en caso de tener alguna duda se acercaran al aplicador. Los estudiantes podían solicitar hojas blancas si así lo requerían, tuvieron 50 minutos para resolver el cuestionario.

### **Entrevista grupal (primera etapa)**

La aplicación de la entrevista grupal se realizó una semana después, se les regresó su cuestionario a cada alumno y se les pidió que lo revisaran; entonces se les hicieron las preguntas del guión, permitiendo más de una participación por respuesta o el complemento por parte de algún otro integrante del grupo. La duración volvió a ser de 50 minutos, se grabó un video y más tarde se transcribió en un procesador de textos para su análisis.

### **Entrevista semiestructurada (segunda etapa)**

Por su parte, para la entrevista semiestructurada de los profesores, se realizó en el aula para profesores dentro del plantel, se utilizó una grabadora de audio y tuvo una duración de aproximadamente 40 minutos cada una; posteriormente se transcribió de la misma manera.

### **Actividades en el EVA B-Learning (tercera etapa)**

Las actividades del EVA en un principio se realizaron de manera presencial dentro de las instalaciones del plantel, se trabajó con los profesores en dos sesiones de aproximadamente cincuenta minutos después se realizaron tres actividades de manera virtual por medio de la plataforma, que consistieron en la participación en un foro, la construcción de un documento por medio de una “wiki” y el diseño de un plan de clase, las cuales tuvieron una separación de cuatro semanas.

## 5.6 Propuesta de análisis de los datos

### Cuestionario sobre procesos de generalización (primera etapa)

El análisis de los datos se realizó en dos partes: niveles de logro y estrategias de resolución de problemas.

A continuación se define que se entiende por niveles de logro para los procesos de generalización:

**1.- Niveles de logro:** según el sistema nacional de medición de resultados de aprendizaje del Ministerio de Educación de Chile, SIMCE (2007) son niveles de rendimiento que muestran los alumnos y alumnas en las pruebas, se entienden como una especie de ruta del proceso del estudiante para resolver determinada tarea matemática.

En esta investigación se consideraron los niveles de logro para los procesos de generalización y se plantearon de la siguiente forma:

**Nivel de logro alto:** En esta categoría el alumno hace uso de un pensamiento multiplicativo. Es capaz de identificar un patrón y expresar una regla en términos pre-algebraicos.

**Nivel de logro medio:** En esta categoría el estudiante resuelve el problema haciendo uso de un pensamiento aditivo y en ocasiones, hace uso de un pensamiento multiplicativo, pero incompleto.

**Nivel de logro bajo:** En esta categoría el alumno hace uso del pensamiento aditivo, resuelve los problemas planteados con sumas y restas.

A continuación se define que se entiende por estrategias de resolución de problemas para los procesos de generalización:



2.- **Estrategias de resolución de problemas:** entendidas como el tipo de acciones, y conocimientos utilizados por los alumnos para dar respuesta a las preguntas del cuestionario.

Las estrategias de resolución de problemas se obtuvieron a partir de las respuestas que los estudiantes dieron al cuestionario sobre procesos de generalización, las respuestas se organizaron básicamente: en aditivas, aditivas geométricas e intermedias (entre lo aditivo y multiplicativo):

- Estrategias aditivas: en esta categoría el alumno utilizó sumas o restas para dar respuesta a las preguntas.
- Estrategias aditivas-geométricas: en esta categoría el alumno utilizó sumas, restas y multiplicaciones para dar respuesta a las preguntas, pero hay una fuerte dependencia en el apoyo gráfico.
- Estrategias intermedias (entre lo aditivo y multiplicativo con apoyo gráfico) en este caso utilizan de manera alternada sumas restas y multiplicaciones con un fuerte apoyo gráfico.

**Entrevista grupal:** se profundizó en el tipo de estrategias empleadas por los alumnos, expresadas de forma oral mediante esta técnica.

**Entrevista semiestructurada (segunda etapa):** se analizó en base a las concepciones de los profesores respecto a su formación, al modelo educativo, así como la percepción que tienen del aprendizaje de sus alumnos.

**Actividades en la plataforma (tercera etapa):** se analizaron las aportaciones de los profesores, (durante las tres actividades que fueron el foro, la wiki y la entrega del plan de clase), en base a los siguientes aspectos.

1. La necesidad de que los profesores llegaran a conceptualizar los procesos de generalización como ruta de acceso al pensamiento algebraico.
2. Las percepciones de los profesores en torno a la forma particular de aprender de sus alumnos, y
3. La interacción entre los profesores como un medio para apoyar la construcción social del conocimiento para la enseñanza de las matemáticas.

El trabajo en el *entorno virtual de aprendizaje* permitió tener información respecto a la forma como los profesores diseñarían un plan de clase, tomando a los procesos de generalización como ruta de acceso al pensamiento algebraico, a partir de las condiciones particulares del grupo participante.

A continuación, en los capítulos VI, VII y VIII se muestran y discuten los resultados obtenidos en la primera, segunda y tercera etapa de este estudio.

## **Capítulo VI**

### **Resultados de la primera etapa del estudio: Cuestionario y entrevista grupal con alumnos**

En este capítulo se presentan los resultados de la primera etapa del estudio correspondiente al cuestionario sobre procesos de generalización (CPG) y a la entrevista grupal (EG). Se inicia con la descripción del diseño de los instrumentos, seguida de la aplicación de éstos al grupo de alumnos participantes. Finalmente, se exponen los resultados de la observación, aplicación y el análisis de los datos del estudio.

#### **6.1 Descripción de los instrumentos**

##### **Descripción del cuestionario sobre procesos de generalización**

El cuestionario sobre procesos de generalización se utilizó con el propósito de obtener información de un grupo de estudiantes de segundo grado de secundaria, respecto a los procesos de generalización; por medio de éste se exploró habilidades y dificultades.

El cuestionario sobre procesos de generalización se estructuró en siete preguntas. Que se explicitan con detalle en la tabla 1.

**Tabla 1** Descripción del cuestionario inicial sobre procesos de generalización

Número de pregunta	Contenido matemático	Solicitud de la pregunta
1	Secuencia aritmética	Se solicita al estudiante completar secuencias aritméticas crecientes. Decreciente con números negativos. Creciente. Creciente con decimales. Dos geométricas.
2	Secuencia aritmética, secuencia geométrica en figuras.	Se solicita al estudiante completar secuencias con figuras. Se solicita al estudiante completar secuencia aritmética con figuras. Se solicita al estudiante completar secuencias aritméticas y geométricas con figuras.
3	Secuencia aritmética para lugar "n"	Se da una sucesión de números y se solicita al estudiante encontrar el lugar diez, el treinta y cuatro de la sucesión. Se solicita expresar cómo los encontró.
4 y 5	Variación conjunta	Se solicita al estudiante completar una secuencia de cuadrados y triangulares. Calcular cuántos puntos hay en la figura cuatro y cinco. Cómo se encontró el número de puntos para figura cuatro y cinco. Llenar una tabla con el número de figura, número de puntos por lado y número de puntos en la figura. Calcular el número de puntos para la figura diez. Explicar cómo se llegaría al resultado conociendo un lado.
6	Número específico	Se solicita al estudiante completar una tabla con el número de escaleras, cantidad de palillos y cantidad de cuadrados. Se pide la cantidad de palillos para la escalera 9 y para la escalera "n". Encontrar una regla para calcular la cantidad de palillos
7	Variable como número específico plantear y resolver funciones lineal	Establecer y resolver $x+x/3=1200$ . Establecer y resolver la ecuación $x + 5/2*x + 5/4*x = 114$ .

## **Descripción de la entrevista grupal**

La entrevista grupal tuvo como propósito obtener información que ayudara a comprender las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución del cuestionario; se optó por esta técnica con el fin de explorar de manera verbal dichas estrategias. Este tipo de técnica -de acuerdo con Rodríguez (2005)- permite extraer información respecto al imaginario social, aprovechando el efecto que ocurre al escuchar de todos los integrantes del grupo las respuestas que los distintos participantes van elaborando, de esta manera los estímulos de respuesta son múltiples; no sólo se reacciona ante una pregunta, como es el caso de la entrevista individual, sino que también se produce una reacción ante las respuestas o contra ellas de los otros entrevistados. A continuación se presentan las preguntas que fueron guiando esta conversación entre el grupo de estudiantes participantes.

- 1.- ¿Cómo resolvieron la pregunta?
- 2.- ¿Explica cómo resolvieron la pregunta?
- 3.- ¿Por qué lo hiciste de esa forma?
- 4.- ¿Cuáles son las diferencias entre números y figuras?
- 5.- ¿Les parece útil este tipo de ejercicios?
- 6.- ¿Por qué?

### **6.2 Aplicación de los instrumentos correspondientes a la primera etapa del estudio**

La aplicación del cuestionario se realizó en las instalaciones del plantel educativo, se les entregó a los alumnos y se les pidió que lo resolvieran, se leyó el instrumento y se les dijo que en caso de tener alguna duda se acercaran al aplicador. Los estudiantes podían solicitar hojas blancas si así lo requerían, tuvieron 50 minutos para resolver el cuestionario.

La aplicación de la entrevista grupal se realizó una semana después, se regresó su cuestionario a cada alumno y se les pidió que lo revisaran, y entonces se les hicieron las preguntas del guión, permitiendo más de una participación por respuesta o el complemento por parte de algún otro integrante del grupo, la duración volvió a ser de 50 minutos, se grabó un video y más tarde se transcribió en un procesador de textos para su análisis.

### **6.3 Resultados del estudio**

#### **Cuestionario sobre procesos de generalización**

A continuación se describen los resultados obtenidos en esta etapa del estudio correspondientes al cuestionario, se menciona la forma en cómo se analizaron los datos de acuerdo a los niveles de logro y a las estrategias de resolución de problemas.

- 1.- Niveles de logro (alto, medio y bajo).
- 2.- Estrategias de resolución de problemas (aditivas, aditivas-geométricas e intermedias).
- 3.- Aportaciones de la entrevista.

**Nivel de logro alto:** En esta categoría el estudiante es capaz de completar las sucesiones aritméticas y geométricas utilizando estrategias aditivas o geométricas. El estudiante llena tablas y percibe un patrón de cambio y puede establecer una regla general, en algunos casos plantea y resuelve una ecuación lineal, esto para las últimas preguntas: Ejemplo.



**Figura 1** Resolución a pregunta 1 del cuestionario sobre procesos de generalización.

### Entrevista

DOCENTE (D): *“Vamos a revisar cómo han resuelto sus ejercicios. Revisen la primera, ¿cómo la resolvieron?”*.

ALUMNO 1 (A1): *“Nada más iba sumando de tres en tres”*.

Todos asintieron con su cabeza y diciendo que sí.

D: *“Y, ¿cómo resolvieron la dos?”*

Aa 2: *“Se fueron quitando de dos en dos”*.

A 1: *“y ya luego quedó cero y menos dos”*.

D: *Ok, ¿y la tercera?”*

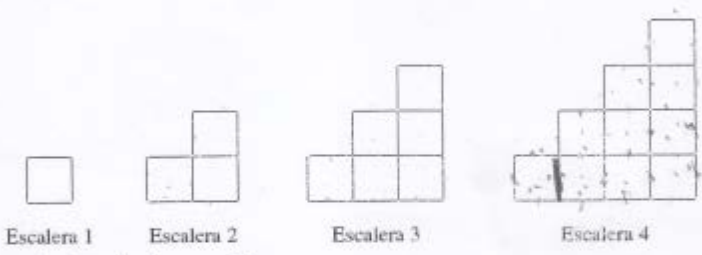
A1: *“sumando de cinco en cinco”*.

Comentario: se observa que los alumnos utilizan estrategias aditivas con números naturales enteros, durante la entrevista se observó gran participación pues estas actividades les parecieron fáciles y la mayoría las respondió de manera acertada.

**Nivel de logro medio:** En esta categoría fueron considerados los estudiantes cuyas respuestas eran incompletas respecto a la solicitud que se les hacía, son capaces de completar las sucesiones aritméticas y geométricas utilizando estrategias aditivas o multiplicativas; llenan tablas aunque no siempre con datos correctos y en algunos casos perciben un patrón de cambio, no pueden establecer una regla general ni plantear y resolver una ecuación lineal, sus principales

dificultades aparecen a partir de la pregunta 4 del cuestionario. A continuación el ejemplo:

VI.- Juan forma escaleras con palillos arreglados en cuadrados. Encuentra el número de palillos que utiliza y crea una tabla para mostrar tus resultados.



Escalera 1      Escalera 2      Escalera 3      Escalera 4

1. completa la siguiente tabla

Escalera	1	2	3	4	5	6
# palillos	4	10	18	28		
# cuadrados	1	3	6	10	6	

2. ¿Cuántos palillos hay en la escalera 9? 329

3. ¿Cuántos palillos hay en la escalera n?

*n palillos*

4. Escribe una regla o formula que te ayude a encontrar el número de palillos

*Multiplicar las casillas x pos palillos*

5

**Figura 2** Solución a pregunta 6 del cuestionario sobre procesos de generalización.

### Entrevista

Docente: “¿cómo resolvieron la pregunta 6?”

Alumna 2 (Aa2): “contando los palillos, por ejemplo en la escalera uno hay un cuadrado y cuatro palillos en la figura dos son tres cuadrados y 10 palillos”.

D: “¿cómo encontraron el número de palillos para la escalera 9?”

Aa2: “multipliqué las casillas por los palillos”.

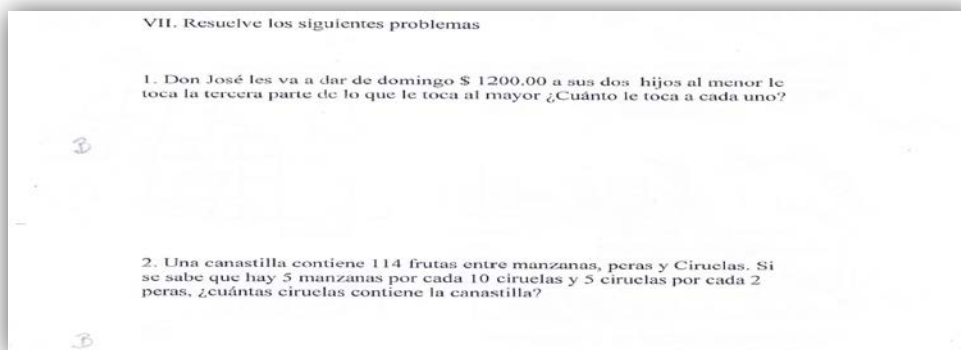


D: “¿cómo establecerían una regla para calcular el número de palillos para cada escalera?”.

Aa2: “se podría multiplicar el número de cuadrados que forman la escalera y multiplicarlos por cuatro”.

Comentario: se observa que los alumnos cuentan y utilizan estrategias aditivas-geométricas con números naturales enteros, durante la entrevista se observó poca participación, llenan la tabla de manera apropiada cuando se pueden apoyar en la imagen para contar, intentan responder utilizando una multiplicación, lo que no satisface la respuesta.

**Nivel de logro bajo:** En este nivel se ubicaron a los alumnos cuyas respuestas eran sólo parcialmente correctas. El estudiante es capaz de completar las sucesiones aritméticas y algunas geométricas utilizando estrategias aditivas o multiplicativas. Llena tablas aunque no siempre con datos correctos y no es capaz de percibir un patrón, no puede establecer una regla general ni plantear y resolver una ecuación lineal. Ejemplo:

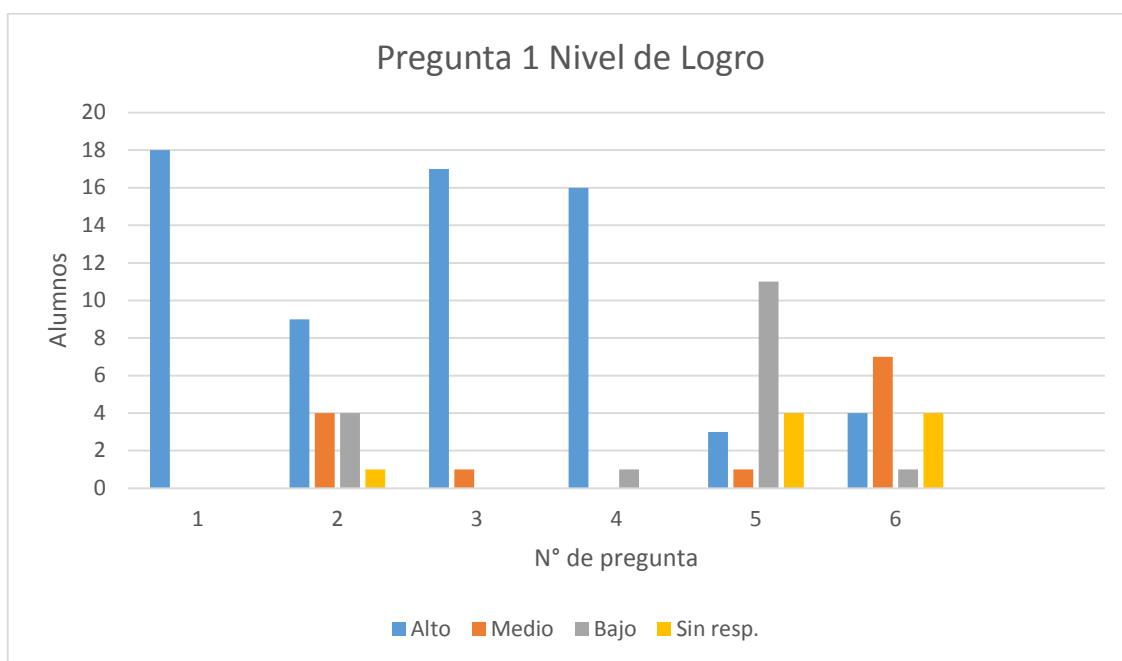


**Figura 3** Solución a pregunta 7 del cuestionario sobre procesos de generalización.

Durante la entrevista permanecieron callados, pues no supieron cómo resolver la pregunta.

## Resultados del cuestionario y la entrevista grupal

A continuación se presenta la gráfica del nivel de logro por cuestionario, en donde se consideró el total de incisos para cada pregunta, dependiendo del tipo de respuesta se ubicaron en una categoría a la que llamamos nivel de logro (se clasificaron en bajo, medio y alto), de tal manera que los resultados muestran cuántos alumnos se ubicaron en determinado nivel de logro dependiendo de sus respuestas.

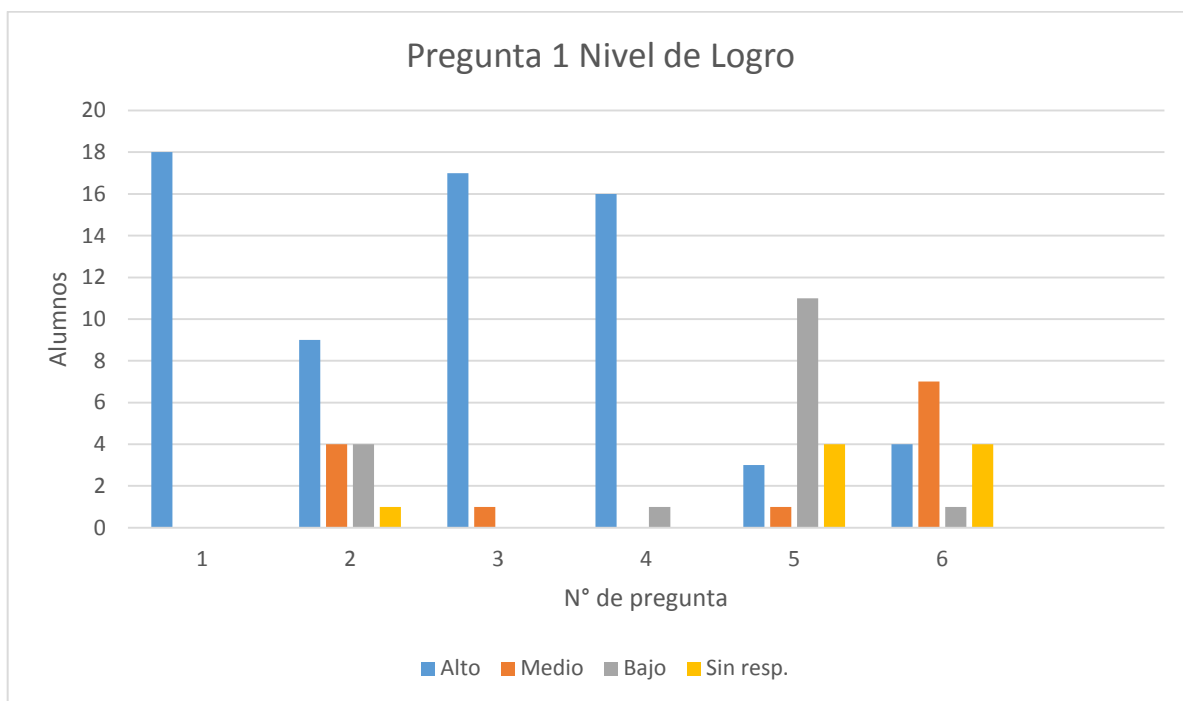


**Figura 4** Gráfica por nivel de logro para cada pregunta del cuestionario sobre procesos de generalización.

Las siguientes gráficas presentan los resultados del cuestionario por pregunta clasificados por nivel de logro.

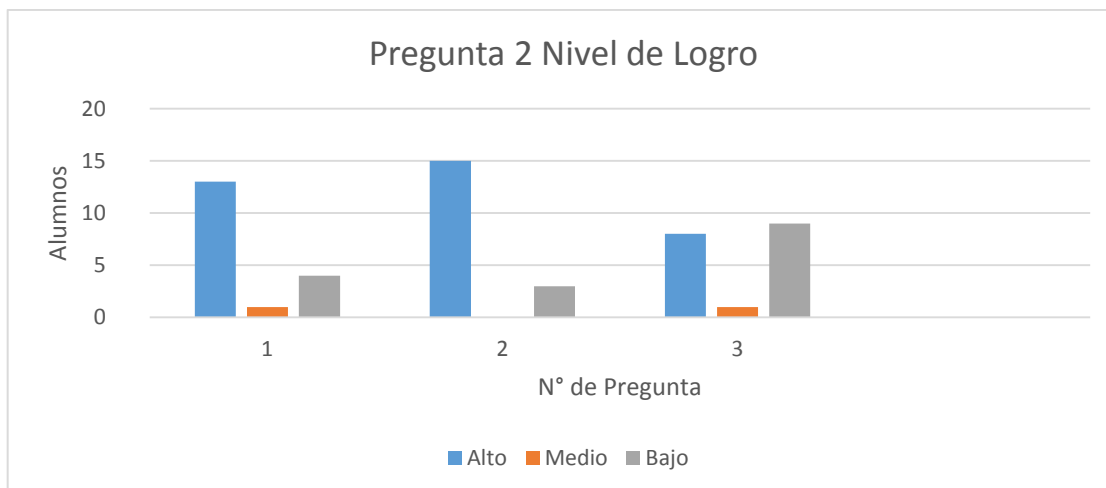
En la pregunta número 1 se solicita completar sucesiones aritméticas y geométricas, las que no presentaron mayor dificultad para los estudiantes, aunque su nivel de logro disminuyó en las sucesiones geométricas y con el uso de números negativos. Esto nos muestra que aún persisten los problemas provenientes de la aritmética, pues cuando tenían que utilizar multiplicaciones

para encontrar algún lugar en la sucesión, fueron menos los alumnos con nivel de logro alto; de igual manera, si tenían que hacer restas en las que el resultado fuera un número negativo, disminuyó su nivel de logro.



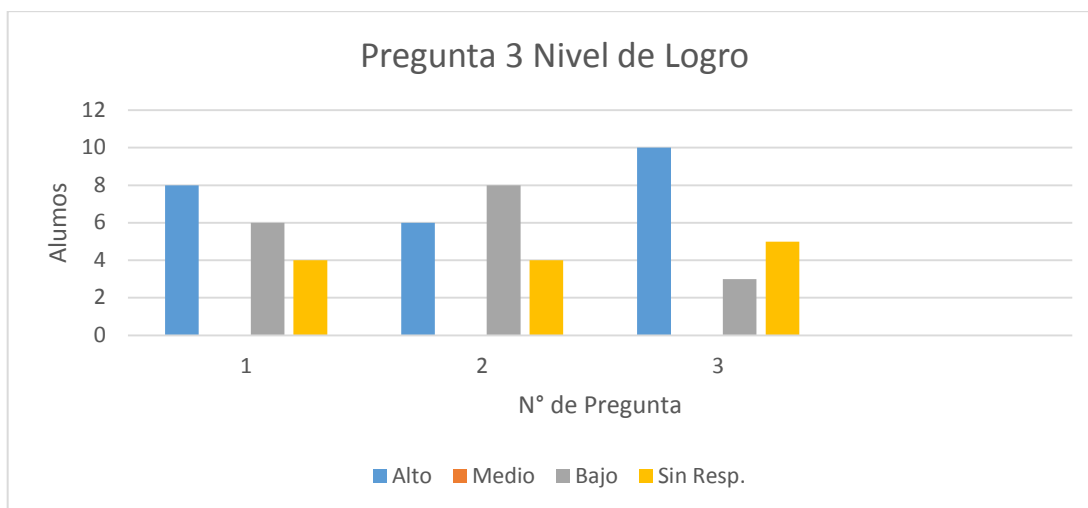
**Figura 5** Gráfica de la pregunta 1, clasificada por nivel de logro.

Con respecto a la pregunta 2 también se solicitó completar algunas sucesiones geométricas con figuras. La mayoría de los alumnos lograron responder de manera correcta, pero presentaron mayores dificultades con el inciso 3, donde se utilizaban una secuencia aritmética y otra geométrica de manera conjunta.



**Figura 6** Gráfica de la pregunta 2, clasificados por nivel de logro.

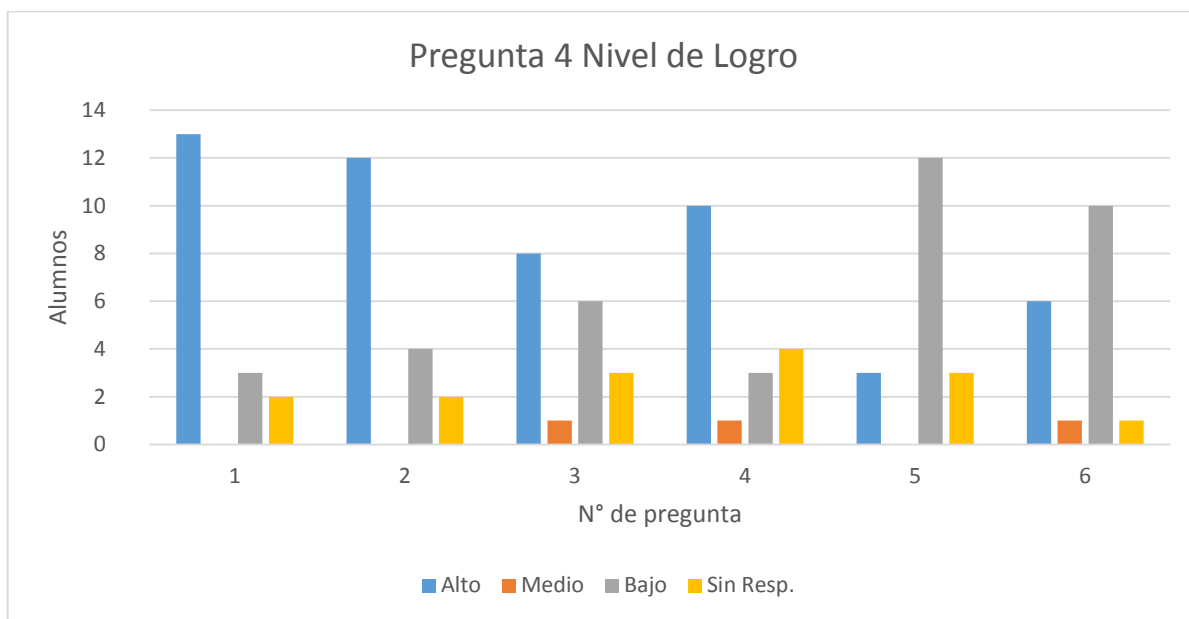
En la pregunta 3 se solicitó encontrar un elemento particular de una sucesión aritmética y que se describiera cómo se había encontrado; en este caso, el nivel de logro alcanzado fue menor, como se observa en la gráfica, la mayoría de los estudiantes alcanzaron un nivel de logro medio y bajo.



**Figura 7** Gráfica de la pregunta 3, clasificados por nivel de logro.

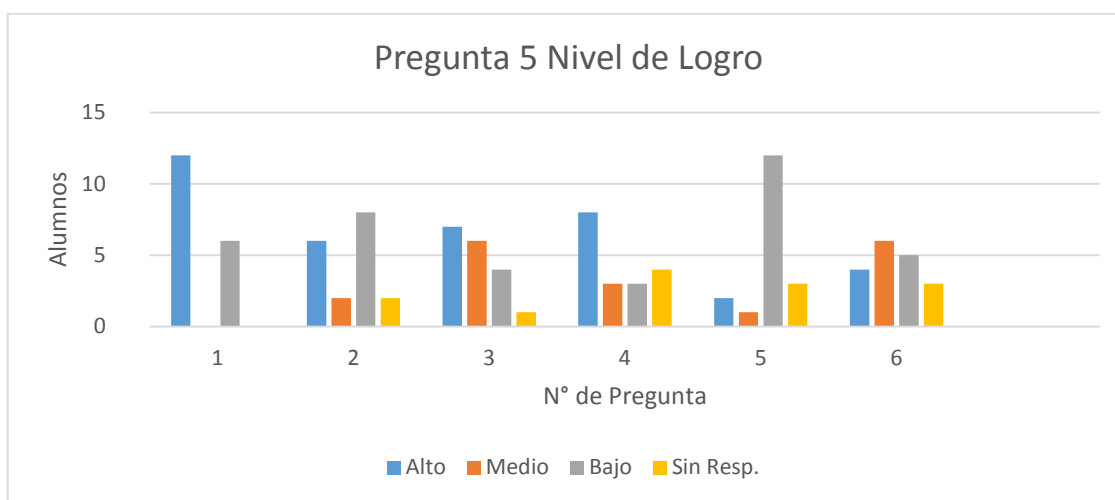
En la pregunta 4 se solicitó completar una sucesión de números cuadrados, así como el llenado de una tabla que contenía el número de puntos para la figura y calcular la cantidad de puntos para la figura 10. La mayoría de alumnos logró acertar en la primera parte de la pregunta, sin embargo presentaron dificultades para completar la figura 10. El nivel de logro de los alumnos disminuyó de medio

a bajo, y esta tendencia siguió cuando se les pidió explicar cómo habían llegado al resultado.



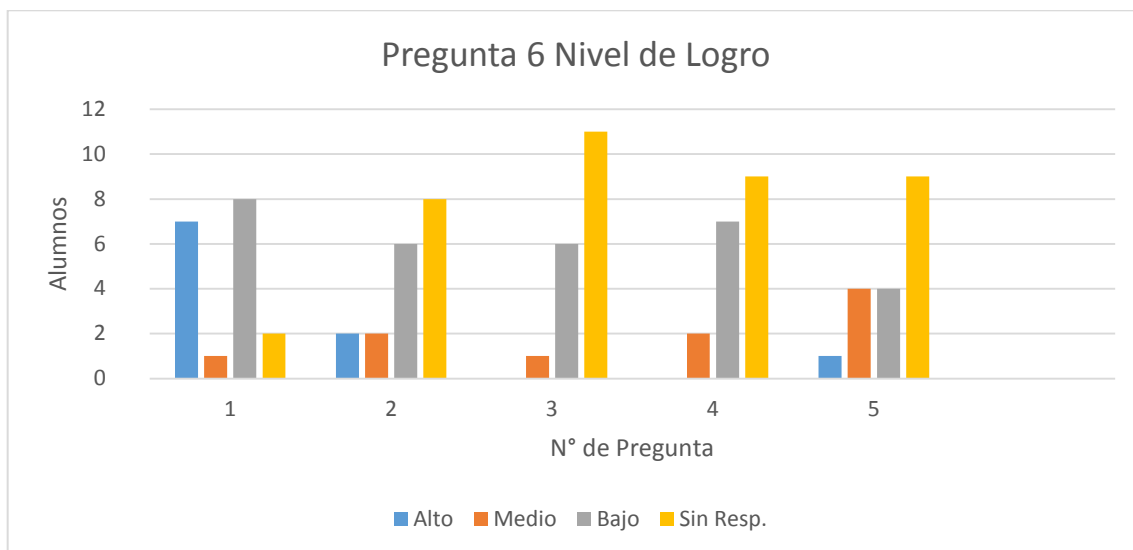
**Figura 8** Gráfica de la pregunta 4, clasificados por nivel de logro.

En el caso de la pregunta 5 se utilizaron números triangulares similares a la anterior; sin embargo, el nivel de logro disminuyó ubicando a la mayoría de los estudiantes en un nivel de logro bajo, es decir, intentaron resolverlo pero no lo consiguieron de manera acertada.



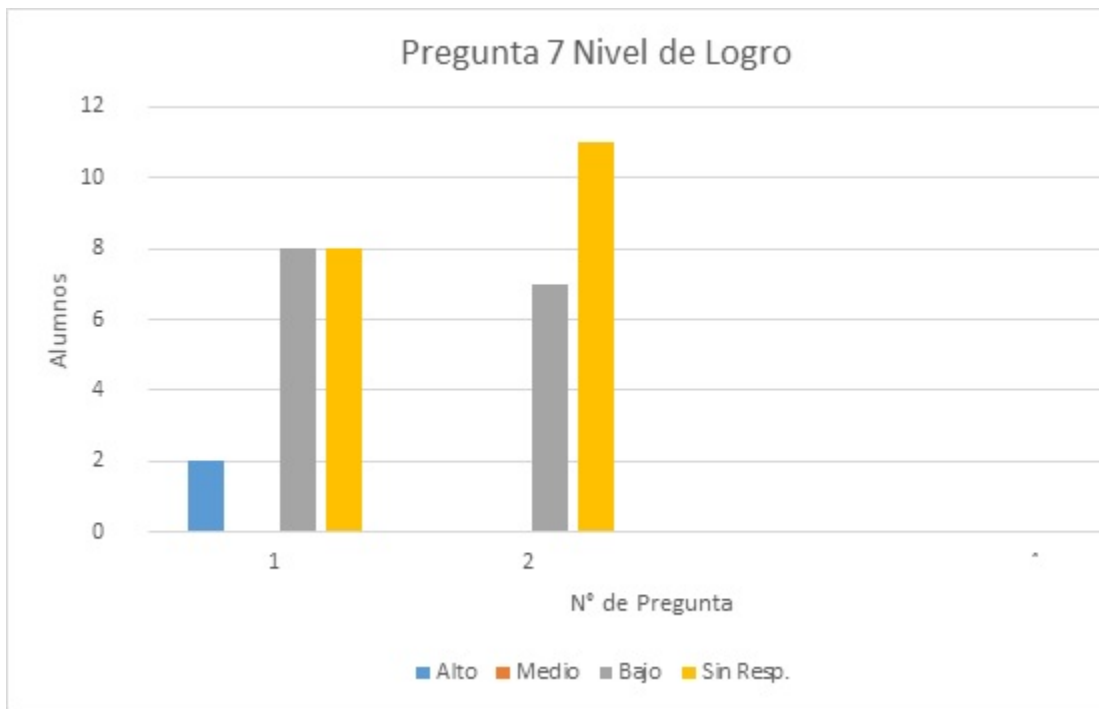
**Figura 9** Gráfica de la pregunta 5, clasificados por nivel de logro.

Lo que sucedió en la pregunta 6 fue que resultó más complicado que los alumnos contestaran de manera acertada cuando ya no podían visualizar la figura, ubicándose la mayoría en un nivel de logro bajo. Cuando se les pidió responder para la figura n, la mitad de los estudiantes se queda en el nivel de logro bajo, ya para cuando se les pide una regla que exprese el tipo de variación, aumenta la cantidad de estudiantes en el nivel de logro bajo.



**Figura 10** Gráfica de la pregunta 6, clasificados por nivel de logro.

Con respecto a la pregunta 7, la mayoría de los estudiantes se ubican en el nivel de logro bajo, en donde hay que establecer y resolver  $x+x/3=1200$  y  $x + 5/2*x + 5/4*x = 114$  en cada uno de los problemas. Así pudimos observar que desde la pregunta anterior ya es muy difícil para ellos establecer y probar reglas que describan patrones.



**Figura 11** Gráfica de la pregunta 7, clasificados por nivel de logro.

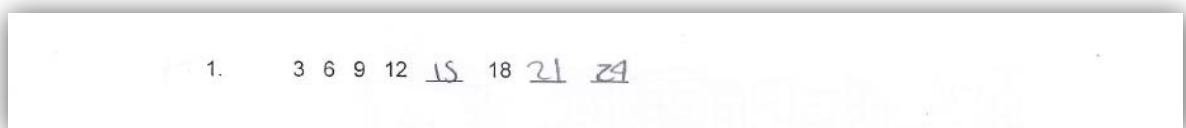
### **Aportaciones de la entrevista grupal**

A continuación presentamos los resultados de la entrevista grupal. Se presentan aquellas respuestas que representaron una tendencia en el grupo; se clasificaron de acuerdo con la estrategia utilizada en la resolución de la pregunta y se complementa con fragmentos del cuestionario sobre procesos de generalización (CPG) que apoyan de manera gráfica las respuestas.

#### **Pregunta 1 – contenido matemático: secuencia aritmética**

En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una secuencia aritmética creciente.

En esta categoría de estrategias aditivas, el estudiante resolvió el problema sumando tres a la secuencia de números propuesta.



**Figura 12** Respuesta a la pregunta 1 del CPG.

Entrevista: Docente aplicador (D): Revisen la primera, ¿cómo la resolvieron?

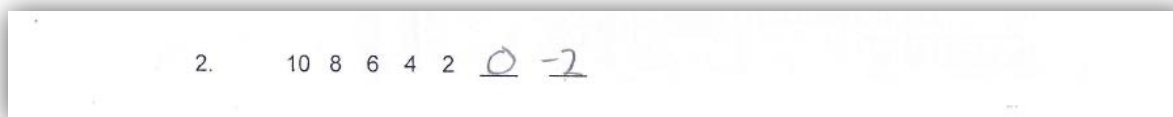
Alumno 1 (A 1): “*Nada más iba sumando de tres en tres*”, los demás estudiantes asienten con su cabeza y dicen que sí.

Comentario: se observa que los alumnos utilizan estrategias aditivas con números naturales enteros, en las cuales no presentan mayores problemas, algunos encuentran el resultado contando.

**Pregunta 1.2** – contenido matemático: secuencia aritmética decreciente (el resultado incluye números negativos).

En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una secuencia aritmética decreciente.

En esta categoría de estrategias aditivas, el estudiante resolvió el problema restando números naturales enteros.



**Figura 13** Respuesta a la pregunta 1.2 del CPG.

Entrevista: D: Y, ¿Cómo resolvieron la dos?

A 2: “*Se fueron quitando de dos en dos*”.

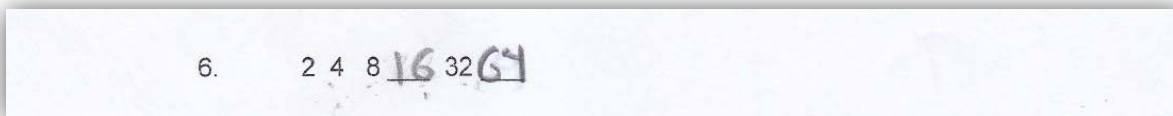
Comentario: los alumnos comienzan haciendo restas, al parecer no representan problemas en los primeros lugares de la sucesión, sin embargo cuando el resultado es negativo, no lo pudieron expresar de manera acertada.

**Pregunta 1.6** – contenido matemático: secuencia geométrica

En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una secuencia geométrica.

En esta categoría de estrategias aditivas-geométricas, el estudiante resolvió el problema multiplicando por dos.





**Figura 14** Respuesta a la pregunta 1.6 del CPG.

Entrevista: *D: ¿Y en la pregunta número cinco?*

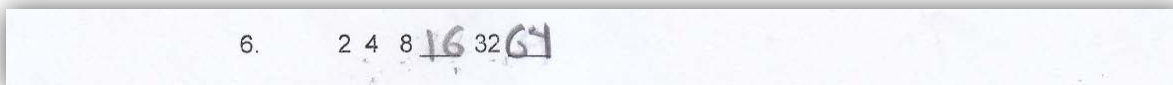
*A 1: “Se va multiplicando por tres”.*

Comentario: Los alumnos que respondieron correctamente multiplicaron por tres para encontrar el siguiente número de la sucesión, sin embargo son la mayoría los que no respondieron de forma acertada, demostrando problemas con las multiplicaciones.

**Pregunta 1.6** – contenido matemático: secuencia geométrica

En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una secuencia geométrica.

En esta categoría de estrategias geométricas, el estudiante resolvió el problema multiplicando cada número por dos para encontrar el siguiente lugar en la sucesión.



**Figura 15** Respuesta a la pregunta 1.6 del CPG.

Entrevista: *D: ¿Y en la pregunta seis?*

*A 1: Se va multiplicando por dos.*

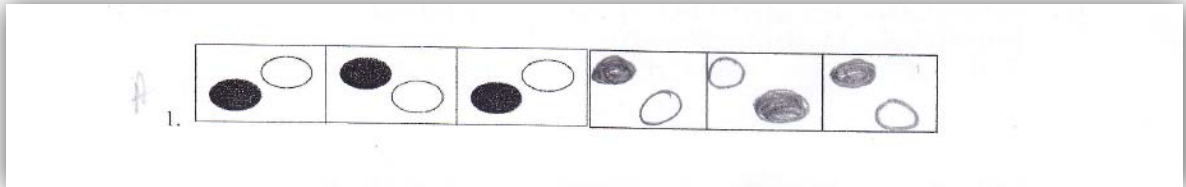
*D: ¿Por dos?, a ver cómo, explícame.*

*A1: Se multiplica por dos el resultado, por ejemplo dos por dos es cuatro, cuatro por dos son ocho, ocho por dos son dieciséis, dieciséis por dos son treinta y dos, treinta y dos por dos son sesenta y cuatro.*

**Pregunta 2-** contenido matemático: secuencia aritmética con figuras

En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una secuencia en la que variaba la posición y el sombreado de las figuras.

En esta estrategia aditiva, basada en la observación, el estudiante dibujó la siguiente figura respetando posición y sombreado.



**Figura 16** Respuesta a la pregunta 2.1 del CPG.

Entrevista: D: ¿Y en la pregunta 2?

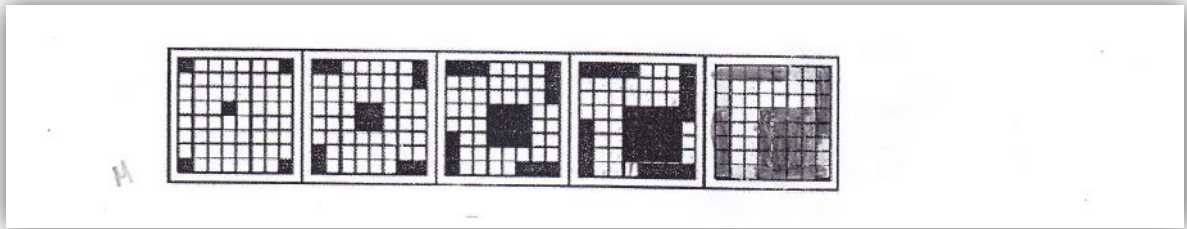
Durante estas preguntas los alumnos no supieron responder como lo hicieron.

Comentario: es difícil para los alumnos responder que acciones realizaron o que mecanismos les fueron útiles para dar respuesta a la pregunta, se debe trabajar en la parte de expresar la forma en que realizan su trabajo.

**Pregunta 2.3-** contenido matemático: secuencia aritmética y geométrica con figuras.

En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una secuencia de figuras en donde se combinaban variaciones aritméticas y geométricas.

En esta estrategia geométrica el alumno -basado en la observación- aumentó un cuadro a cada esquina pero no consiguió hacerlo en la figura central de manera acertada.



**Figura 17** Respuesta a la pregunta 2.3 del CPG.

Entrevista: D: ¿Cómo resolvieron la dos?, ¿se parecen las figuras a los números?

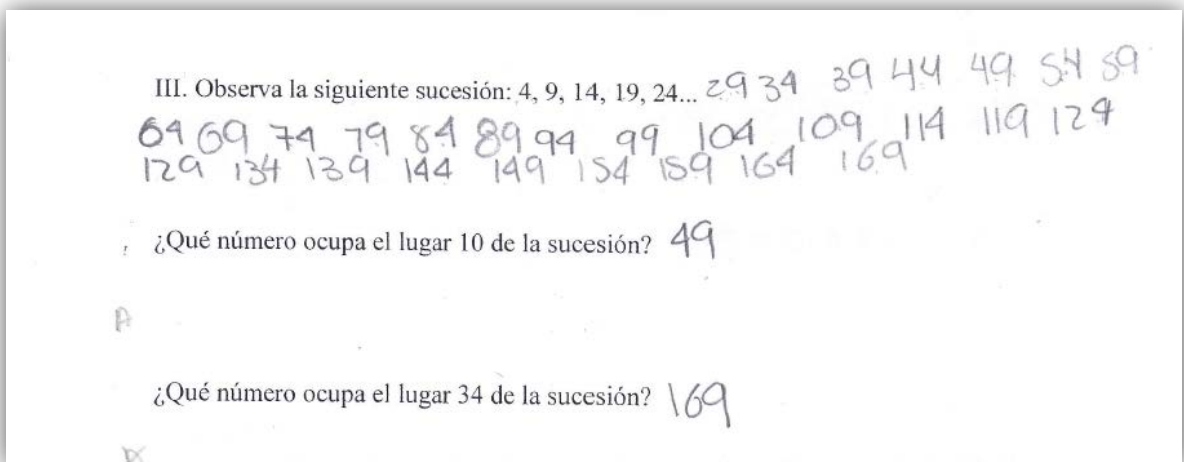
A: “Los alumnos contestan afirmativamente, sin embargo, corrigen su respuesta diciendo que en realidad no saben.

Comentario: los alumnos responden en su mayoría la pregunta aunque no saben explicar lo que hicieron, al parecer se les dificulta expresar sus ideas, lo que representa una dificultad para darle sentido a su trabajo con los procesos de generalización.

**Pregunta 3-** contenido matemático: secuencia aritmética para lugar “n”.

En esta pregunta se solicitó al estudiante encontrar el lugar diez, el treinta y cuatro de la sucesión y se solicita expresar como los encontró.

En esta categoría de estrategias aditivas, el estudiante resolvió el problema sumando tres a la secuencia de números propuesta.



**Figura 18** Respuesta a la pregunta 3 del CPG.

Entrevista: D: "A ver, en donde dice... Observa la siguiente sucesión, ¿cómo lo resolvieron?"

A 1: "Vamos sumando de cinco en cinco: cuatro más cinco con nueve, nueve más cinco igual a catorce, catorce más cinco son diecinueve, así hasta llegar a..."

D: "¿Están de acuerdo?"

A 1: "¡No saben!"

A 5: "Sumando y ver en qué lugar queda".

Sus compañeras de lado le ayudan y le dicen respuestas.

D: "¿A ver digan cómo le hicieron?, ¿lo resolvieron entre todas?"

ALUMNA 6 y 7 se ríen y se apoyan para poder contestar: Se sumaron de cinco en cinco.

D: "¿Qué número sería el lugar diez?"

A 1: "¡Sí el nueve!"

D: "¿Qué número tiene el treinta y cuatro?"

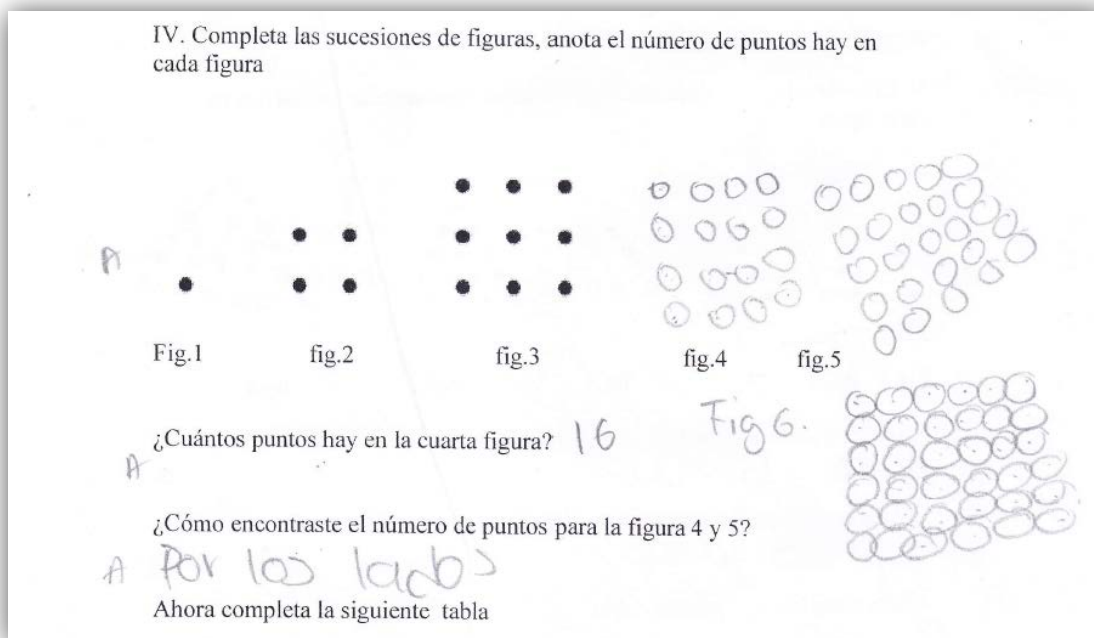
A 2: "¡Ciento sesenta y cuatro!"

<p>Comentario: encuentran el número de la posición sumando, responden de manera más fluida cuando se apoyan unos con otros, se dejó que hubiera comunicación entre ellos.</p>
---

#### **Pregunta 4-** contenido matemático: variación conjunta

En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una secuencia de números cuadrados.

En esta estrategia aditiva el alumno completó la serie de números cuadrados dibujándolos, aumentando un punto por lado y respondieron a las preguntas contando.



**Figura 19** Respuesta a la pregunta 4 del CPG.

*Entrevista: Docente (D): “A ver en el cuatro romano, ¿cómo lo hicieron?”*

*Alumna 2 (Aa2): “Sumar un puntito en cada figura”.*

*D: “En cada figura o ¿en cada lado?”*

*Aa2: “No, en cada lado”.*

*A1: “Sí va aumentando cada lado un puntito”.*

*DOCENTE: “A ver quiero que me platiquen, cómo llenaron la tabla...”*

*Los alumnos no contestan.*

Comentario: el alumno dibuja el siguiente número cuadrado de la serie aumentando un punto de cada lado y luego completa el cuadrado para después contar el número de puntos en total. Responde las preguntas del cuestionario contando, por lo que se complica sus respuestas cuando ya no pueden apoyarse en los dibujos o en algo que puedan ver.

**Pregunta 5-** contenido matemático: variación conjunta

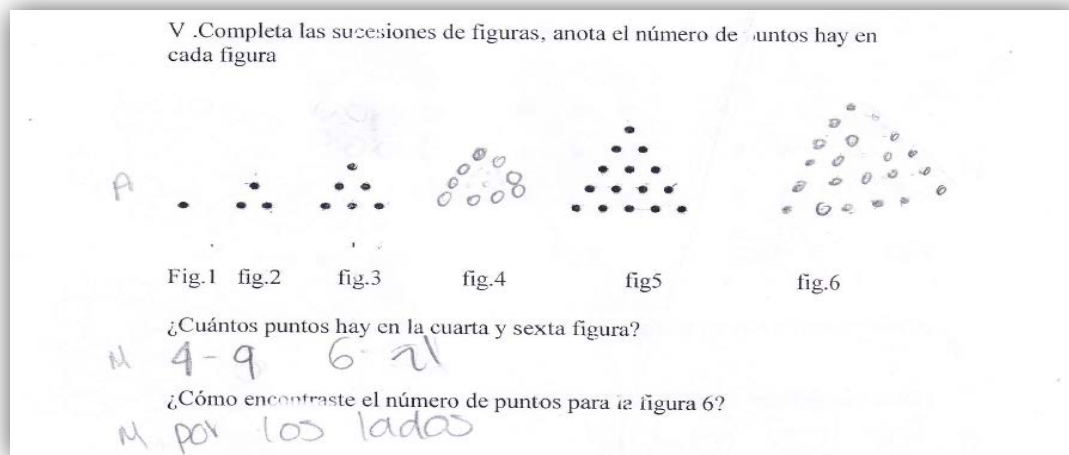
En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una secuencia de números triangulares.

En esta estrategia aritmética el alumno completa la serie de números triangulares dibujándolos, aumentando un punto por lado y responden a las preguntas contando.

D: “¿Y para la pregunta cinco?”

A 5: “Para cada línea superior disminuía en uno el número de puntos de la anterior

A 5:”Sumo la cantidad de puntos en cada fila”.



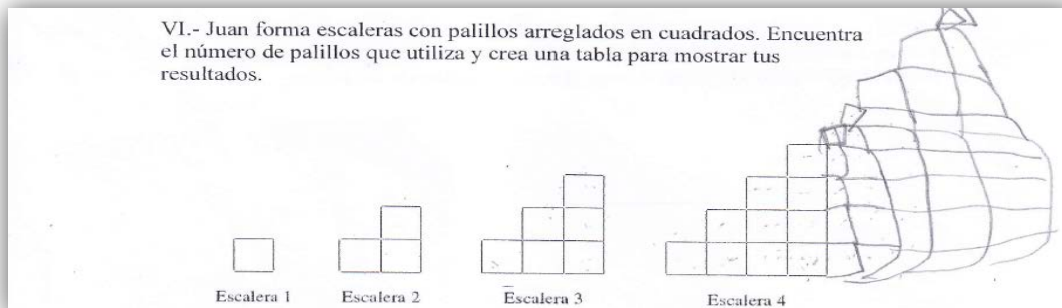
**Figura 20** Respuesta a la pregunta 5 inciso 1, 2 y 3 del CPG.

Comentario: el alumno dibujó de manera correcta la base del número triangular percibiendo que van aumentando en uno, pero no la variación de los demás puntos o el resto de la figura, contó el número total de los puntos en las figuras para responder las preguntas.

**Pregunta 6-** contenido matemático: variación conjunta

En esta pregunta se solicitó al estudiante completar una tabla con el número de escaleras, cantidad de palillos y cantidad de cuadrados. Se pide la cantidad de palillos para la escalera 9, Para la escalera “n” y encontrar una regla para calcular la cantidad de palillos.

En esta estrategia geométrica, el alumno completó la figura dibujando los palillos necesarios para la escalera, con ello llenan la tabla; el número de palillos lo obtiene contando.



**Figura 21** Respuesta a la pregunta 6 del CPG.

Entrevista: D: ¿Y cómo respondieron la pregunta 6?

Aa8: *“Porque iba sumando los palillos, bueno en la escalera uno son cuatro palillos y un cuadro, y en la figura dos son tres cuadros son..., bueno los palillos”.*

D: ¿Cómo encontraste cuántos palillos van en cada escalera?

Aa8: *“Porque multipliqué el número de palillos”.*

D: ¿Cómo encontrarías una regla que te diera el resultado sin tener que contar cada uno de los lados?

Aa8: *“Ah bueno para doce hay que multiplicarlos”.*

Comentario: durante la entrevista, solamente una alumna respondió, sin embargo, sus respuestas no fueron acertadas; el resto de los alumnos permanecieron callados, de lo que podemos mencionar que este tipo de preguntas se les dificultó mucho.

**Pregunta 7-** contenido matemático: variable como número específico, plantear y resolver funciones lineales.

En esta pregunta se solicitó al estudiante resolver dos problemas para lo que podían establecer dos ecuaciones:  $x+x/3=1200$  y  $x + 5/2*x + 5/4*x = 114$ .

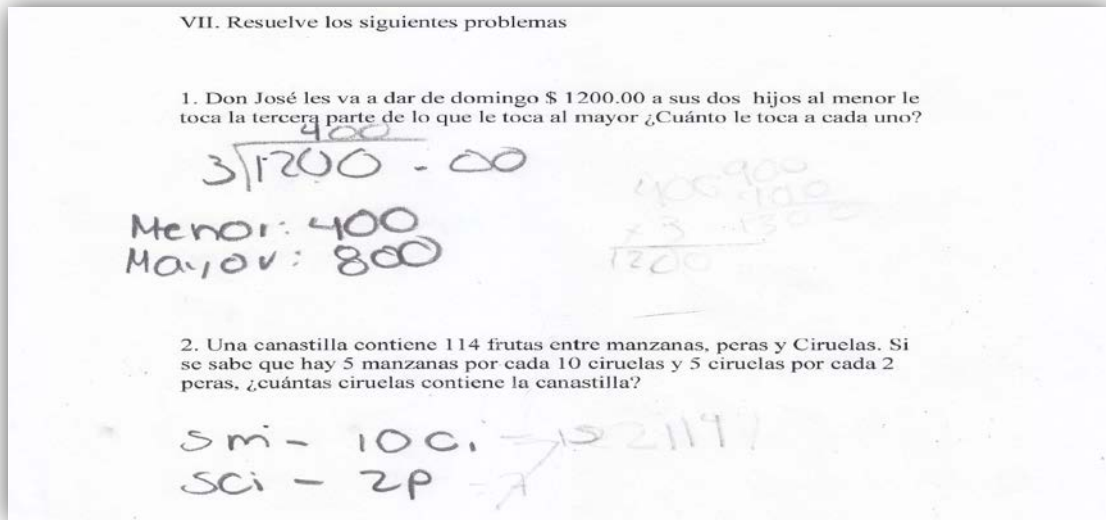


Figura 22 Respuesta a la pregunta 7 del CPG.

Comentario: la mayoría de alumnos no respondió la pregunta y otra gran parte se encuentra en el nivel de logro bajo, sólo dos alumnos respondieron bien la primera parte de la pregunta utilizando estrategias aritméticas y geométricas pero no supieron explicar cómo lo resolvieron.

#### 6.4 Discusión de los resultados del cuestionario y la entrevista grupal

Mediante el cuestionario y la entrevista grupal se pudo observar que la mayoría de los estudiantes mostraron un nivel de logro bajo, sólo pudieron resolver series de números o figuras por medio de estrategias aditivas o geométricas; presentaron dificultades en el llenado de tablas y cuando se les pidió encontrar un lugar de la serie que no podían visualizar se les dificultó aún más, lo que se hace más evidente cuando el lugar de la serie es mayor; en el caso de las últimas preguntas no las pudieron resolver, ya sea por medio de pensamientos algebraicos o estrategias aritméticas.

Los alumnos son capaces de percibir patrones sencillos, en algunos casos expresar cuál es el patrón pero difícilmente pueden registrarlo y no logran establecer una regla que describa la generalización; aún no desarrollan habilidades correspondientes a la aritmética como el manejo de números



negativos, el cero o multiplicaciones, de igual forma en el trabajo con exponentes y las operaciones con ellos; en la resolución de problemas, su nivel de conceptualización matemática, se queda en la parte aritmética y no pasan siquiera a la categoría pre algebraica; los estudiantes se encuentran en un nivel multiplicativo, es decir, pueden resolver secuencias geométricas y percibir una variación proporcional pero no pueden expresarlo en una regla simbólica ni probarla.

Los alumnos abordaron las preguntas del cuestionario mediante estrategias básicamente aritméticas incluso en las variaciones geométricas, lo que sugiere la necesidad de repasar algunos temas que se trabajaron con anterioridad, rompiendo con la idea de organizar los temas, unos después de otros de manera lineal y asumir la idea de que algunos ya fueron aprendidos. Estos presentan dificultades cuando ya no pueden visualizar las figuras o números, de tal manera que no pudieron encontrar el elemento “n” de la serie, lo que dificulta encontrar el patrón de cambio y por lo tanto establecer una fórmula que represente dicho patrón, lo que nos indica la dificultad para trabajar con contenidos abstractos. En ocasiones se les proporciono algunas pistas o se les intentó guiar, lo que no cambió en mucho sus respuestas.

Durante la entrevista grupal también se pudo observar que los alumnos empezaban a comunicarse entre ellos de manera natural, de lo que podemos mencionar que es conveniente el trabajo en equipo. Reconocen el tema como parte de la asignatura de matemáticas pero mencionan que no es la forma habitual de trabajar en su clase.

Dicho lo anterior el siguiente paso en el estudio fue contar con información en torno a los docentes de tal manera que el trabajo en el entorno virtual de aprendizaje correspondiera a las características particulares de docentes y alumnos de este contexto particular.

## **Capítulo VII**

### **Resultados de la segunda etapa del estudio:**

#### **Entrevista semiestructurada con profesores**

En este capítulo se exponen los resultados de la aplicación de una entrevista semiestructurada (ES) a los profesores. Se inicia con la descripción y aplicación del instrumento con el grupo de profesores participantes en el estudio. Finalmente, se exponen los resultados de la observación de esta aplicación y el análisis de los datos.

#### **7.1 Descripción de la entrevista semiestructurada**

La entrevista semiestructurada según Mayan (2001) recolectó datos de los profesores participantes por medio de preguntas abiertas, formuladas en un orden específico que se enfocó a obtener información según la percepción y lenguaje de los participantes en el estudio.

El propósito de la entrevista semiestructurada fue explorar algunos aspectos en cuanto a su formación y perfil académico, conocimientos pedagógicos, conocimientos curriculares y conocimientos sobre su contexto, particularmente sobre sus estudiantes. Se utilizó como referente la propuesta de Shulman (1986), quien refiere que el proceso de enseñanza en la escuela se inicia necesariamente en una circunstancia donde el profesor comprende aquello que se ha de aprender y cómo lo debe enseñar a los alumnos; plantea que, para ubicar el conocimiento que se desarrolla en las mentes de los profesores, habría que distinguir tres tipos de conocimiento básicamente:

- 1.- el conocimiento del contenido temático de la materia,
- 2.- el conocimiento pedagógico del contenido, y
- 3.- el conocimiento curricular.

**1.- El conocimiento del contenido temático.** Se refiere a la cantidad y organización de conocimiento del tema en la mente del profesor. Para pensar apropiadamente acerca del conocimiento del contenido se requiere ir más allá del conocimiento de los hechos o conceptos de un dominio, se requiere entender las estructuras del tema.

**2.- El conocimiento pedagógico del contenido.** Es el conocimiento que va más allá del tema de la materia en sí misma y que llega a la dimensión del conocimiento del tema de la materia para la enseñanza. Hay que diferenciarlo del *conocimiento pedagógico general* para la enseñanza, el cual es el conocimiento de principios genéricos de organización y dirección en el salón de clases; el conocimiento de las teorías y métodos de enseñanza.

**3.- El conocimiento curricular.** Está representado por el abanico completo de programas diseñados para la enseñanza de temas particulares que se encuentra disponible en relación con éstos, al igual que el conjunto de características que sirven tanto como indicaciones y como contraindicaciones para el uso de currículos o materiales de programas en circunstancias particulares.

Respecto a lo anterior, Shulman (2005) menciona que existen por lo menos cuatro fuentes de las que el profesor puede construir sus conocimientos y estas son:

- 1) Formación académica en la disciplina a enseñar.
- 2) Los materiales y el contexto del proceso educativo institucionalizado (por ejemplo, los currículos, los libros de texto, la organización escolar, y la estructura de la profesión docente).
- 3) La investigación sobre la escolarización; las organizaciones sociales, el aprendizaje humano, la enseñanza y el desarrollo, y los demás fenómenos socioculturales que influyen en el quehacer de los profesores.
- 4) La sabiduría que otorga la práctica misma.

La estructura de la entrevista estuvo basada en cinco aspectos:

- formación profesional y perfil académico,
- conocimientos pedagógicos,
- conocimientos pedagógicos de contenido,
- conocimientos curriculares, y
- conocimiento sobre sus estudiantes

## **7.2 Aplicación de la entrevista**

Mediante la entrevista semiestructurada aplicada a los profesores, se exploraron aspectos de su formación y perfil académico, conocimientos pedagógicos, conocimientos curriculares y conocimientos sobre su contexto, particularmente sobre sus estudiantes. Se utilizó como referente la propuesta de Shulman (1986), quien menciona que el proceso de enseñanza en la escuela se inicia necesariamente en una circunstancia: el profesor comprende aquello que se ha de aprender y cómo lo debe enseñar a sus alumnos; a esto, el autor lo denomina como conocimientos base para la enseñanza, los cuales, a su parecer son: conocimiento del contenido temático de la materia, conocimiento pedagógico del contenido, y conocimiento curricular. La entrevista se aplicó a cada profesor por separado dentro de las instalaciones del plantel en el aula para maestros, tuvo una duración aproximadamente de 40 minutos, se audio-grabó y más tarde se transcribió en un procesador de textos.

## **7.3 Resultados de la entrevista**

Los primeros datos obtenidos mediante la entrevista corresponden al perfil académico y de formación, con lo cual encontramos que son profesores de 43 y 31 años, egresados de una escuela Normal en la especialidad de matemáticas; tienen 14 y 6 años de servicio respectivamente, en los últimos tres años han tomado uno o dos cursos de actualización.

Lo que podemos interpretar es que, a pesar de ser jóvenes, ya no son profesores inexpertos, que durante su formación recibieron instrucción no sólo en matemáticas sino en la forma en que se enseña esta materia; respecto a su edad y al uso de los medios tecnológicos y de comunicación, pensamos que es factible trabajar en una plataforma, tomando en cuenta las restricciones respecto a los nativos e inmigrantes digitales -según Prensky (2010)- pero se debe iniciar trabajando en el uso de la plataforma *Moodle*.

Prosiguiendo con la entrevista, de manera particular se les hizo la siguiente pregunta:

Entrevistador (E): “¿Usted cree que lo que estudió en la Normal es suficiente para ejercer su profesión?”

Docente 1 (D1): “*Bueno....para empezar ejercer es suficiente, pero es necesario mantenerse en continua actualización y capacitación*”.

E: ¿Qué opina de la oferta de actualización que existe actualmente?

D1: *Bueno...considero que la mayoría de los facilitadores son improvisados.*

E: ¿Cómo deberían ser las opciones de actualización para que éstas correspondan a su contexto laboral?

D2: *Pues... que tomaran en cuenta las características propias de los alumnos con los que se trabaja y que fueran impartidos por gente profesional.*

De lo anterior, podemos decir que los profesores reconocen su necesidad para seguirse formando, situación que coincide con lo mencionado por Llinares (2007), quien indica que no es factible esperar que los graduados, al terminar los programas de formación sean expertos. Esto ha llevado a enfatizar las posibilidades de aquellas aproximaciones que preparen a los estudiantes para profesores a continuar aprendiendo a lo largo de la vida profesional y desde la práctica de enseñar matemáticas. Al parecer, los docentes no están conformes con la oferta que existe actualmente, pues la consideran un tanto desvinculada de su contexto. Si consideramos el proceso de aprendizaje de los profesores como un proceso de enculturación, tendríamos que propiciar espacios donde el profesor

pueda reflexionar y comprender la forma de aprendizaje de sus estudiantes en particular, así como sus principales dificultades; motivo por el cual, los actos reflexivos de su práctica deben partir del análisis de casos particulares de su contexto.

En una pregunta respecto al tipo de recursos utilizados en sus clases menciona:

D1: *“Bueno se utilizan láminas, papiroflexia, computadora, internet y libro de texto, entre otros”.*

E: ¿Qué actividades resultan ser una herramienta para apoyar su actividad docente?

Docente 2 (D2): *“Bueno, definitivamente las secuencias didácticas que además contengan preguntas que guíen el aprendizaje de los alumnos. Bueno (mmm) creo que el empleo de ejercicios matemáticos en los cuales falte algún sumando o factor -en el caso de las sumas y las multiplicaciones respectivamente-, también puede ser usando figuras en las cuales se tenga la necesidad de encontrar algún valor sin que este sea necesariamente un perímetro o área”.*

Con esto, podemos decir que los profesores sienten la posibilidad de apoyar su labor con materiales concretos o herramientas como la computadora, lo cual puede ayudar a la comprensión por parte de los alumnos de algunos temas complicados para ellos. También favorecen el razonamiento deductivo incluyendo ejercicios donde tengan que encontrar algún elemento faltante, a lo que se podría incluir estrategias que ayuden a dar sentido o significado a los contenidos estudiados, en el caso de las matemáticas en secundaria se pueden utilizar estrategias que ayuden al tránsito entre la aritmética que estudiaron en primaria con el álgebra de la secundaria. Según Kieran y Filloy (1989), los adolescentes, al comenzar el estudio del álgebra, traen consigo las nociones y los enfoques que usaban en aritmética; sin embargo, el álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética, aprenderla no es meramente hacer explícito lo que estaba implícito en ella, se requiere un cambio en el pensamiento del estudiante, de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más

generales sobre números y operaciones. La cuestión sería encontrar las estrategias que ayuden a transitar de una disciplina a otra con ayuda de estos materiales.

E: ¿Qué contenidos se incluyen en el eje sentido numérico y pensamiento algebraico?

D2: *“Bueno.... yo creo que números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos, patrones y ecuaciones”.*

E: Mencione propósitos y aprendizajes esperados para una temática de pensamiento algebraico.

D1: *“Pueden ser... representar sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada y viceversa, y que los alumnos modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones”.*

E: ¿Cómo se aborda el eje sentido numérico y pensamiento algebraico dentro de los planes y programas de estudios de secundaria actuales?

D1: *“Bueno... puede ser... que el alumno vaya del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados”.*

E: Mencione qué relación existe entre los problemas que presentan sus alumnos con el álgebra y los conocimientos adquiridos en primaria.

D: *“... se sabe que con los nuevos programas de educación básica, no es necesario que un alumno tenga una concepción clara y perfecta de un contenido como el álgebra durante un momento exacto... ese conocimiento se va refinando durante su estancia en la secundaria y ahora también durante su estancia en el bachiller, o por lo menos eso es lo que se maneja en los actuales programas al estar retomando los temas durante todo el ciclo escolar”.*

De lo anterior, podemos mencionar que las percepciones que tienen respecto a los conocimientos curriculares y el enfoque que se da al estudio del álgebra coincide con lo planteado por la SEP (2011); esta institución menciona que el conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en

la medida en que los alumnos lo puedan usar para solucionar problemas y reconstruir en caso de olvido; de ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, tanto en relación con el lenguaje como con las representaciones y procedimientos. La actividad intelectual fundamental en estos procesos de estudio se apoya más en el razonamiento que en la memorización; sin embargo, esto no significa que los ejercicios de práctica o el uso de la memoria para guardar ciertos datos -como la transformación de fracciones a su expresión decimal o los productos y cocientes de dos números enteros- no se recomienden; al contrario, estas fases son necesarias para que los alumnos puedan invertir en problemas más complejos.

Respecto a los resultados del cuestionario de sus alumnos, expresan lo siguiente:

D2: *“Es común que algunos alumnos tengan dificultades para recordar conocimientos adquiridos con anterioridad, puesto que el mismo programa considera dicha situación al realizar una programación de contenidos en pautas, es decir, por ejemplo se puede ver el tema de números con signo, posteriormente construcción de triángulos, problemas de proporcionalidad múltiple y nuevamente, hasta el siguiente bloque, retomar algún tema que involucre números con signo”.*

D1: *“Considero que los alumnos por sí solos pueden ser capaces de responder unas sucesiones numéricas como las mostradas anteriormente, sin embargo se puede apreciar un error cuando la numeración llega a cero y es necesario hacer uso de los números negativos, en este punto es donde se necesita de la explicación de un docente”.*

D2: *“Hace uso de lo aprendido, por ejemplo en sucesiones de figuras o puntos, sin embargo existe confusión al hacer uso de los números negativos, se les complica reconocer y traer a la memoria información relevante de la memoria de largo plazo”.*

Según los docentes, existen conocimientos que los alumnos deben poseer para iniciarse en el estudio del álgebra, que forman parte de lo que estudiaron en



primaria y que no han quedado los suficientemente claros o se deben reafirmar; por ello, habrá que trabajar con ejercicios que reafirmen o aclaren lo ya estudiado en la primaria y que apoyen a la transición con el pensamiento algebraico.

Un buen inicio es que los profesores lo identifiquen y propongan estrategias para su trabajo, considerando que en matemáticas los aprendizajes se dan como procesos en los que hay que considerar lo ya aprendido, profundizarlo o en ocasiones resinificarlo.

Más tarde, se les pidió jerarquizar los principales problemas de los alumnos y que propusieran algunas estrategias para resolverlos.

*D1: “Okey, bueno... primero el uso de números con signo, después la multiplicación de números, las estrategias podrían consistir en repasar con anterioridad los conocimientos necesarios para poder dar una solución correcta a las preguntas planteadas”.*

*D1: “Por otra parte y pensando que las imágenes propuestas corresponden a una secuencia didáctica, considero que no es posible llegar a una generalización de la segunda actividad, en este caso es totalmente necesaria la intervención del profesor,...”.*

En este contexto particular, dados los resultados del cuestionario, los profesores proponen el trabajo con números negativos, mencionan repasar con anterioridad los conocimientos necesarios para ejercicios como estos, lo que podemos interpretar como el interés del profesor por iniciar su trabajo considerando los conocimientos necesarios por parte de los estudiantes en determinada temática, no sólo se trata de tender un puente entre la aritmética y el pensamiento algebraico, sino reforzar los conocimientos de la aritmética.

#### **7.4 Discusión de los resultados**

Tenemos que los profesores estudiaron en una escuela Normal en la especialidad de matemáticas, que se perciben a sí mismos como un producto no terminado. Dicho de otra forma, estos profesores consideran que se deben seguir formando, ellos muestran conocimiento de los planes y programas de estudio; según los resultados de sus alumnos, mencionan como problema el uso de habilidades provenientes de la aritmética y proponen su repaso, podemos decir que perciben los resultados de sus alumnos como un elemento a considerar, de acuerdo a la idea que los contenidos matemáticos son objetos que van a ser aprendidos por alguien y éste tiene una forma particular de aprenderlo.

De acuerdo a lo mencionado en este capítulo, el trabajo con la generalidad resulta ser una opción viable desde el punto de vista de los planes de estudio, la situación respecto a este tema que mostraron los alumnos, la visión de los profesores respecto a los resultados de sus alumnos y la forma de mejorar dichos resultados, en el capítulo VIII se muestran los resultados del trabajo en un entorno virtual de aprendizaje con los profesores en donde se consideró a los procesos de generalización como una ruta de acceso al pensamiento algebraico.

## Capítulo VIII

### Resultados de la tercera etapa del estudio:

#### Trabajo en el *B-Learning*

En este capítulo se describe la tercera etapa del estudio correspondiente al trabajo realizado con los profesores, en un *entorno virtual de aprendizaje* (EVA) en la modalidad *B-Learning* por medio de una plataforma en *Moodle*. Se describen las actividades realizadas, los recursos utilizados y por último se discuten los resultados obtenidos en esta etapa.

#### 8.1 Descripción de las actividades y recursos

Se trabajó con los profesores durante cinco sesiones, las primeras dos fueron de manera presencial, cuyo propósito fue, por un lado, que se familiarizaran con el uso de la plataforma y por otro, se les presentó la propuesta para acceder al pensamiento algebraico vía los procesos de generalización; las tres sesiones restantes se llevaron a cabo por medio de una plataforma en *Moodle* alojada en el sitio: <https://profesorluna.milaulas.com/>

Se justifica el acceso al pensamiento algebraico mediante el trabajo con los procesos de generalización, pues internacionalmente se reconocen cuatro acercamientos a la enseñanza del álgebra; según Bednarz, Kieran y Lee (1996), estos son:

1. mediante la generalización de patrones numéricos y geométricos;
2. mediante la modelización de situaciones matemáticas y situaciones concretas;
3. mediante el estudio de situaciones funcionales, y
4. a partir de la resolución de problemas y ecuaciones.

En este estudio, se optó por la perspectiva del acercamiento mediante los procesos de generalización. Según Mason y otros (1985), la generalidad en

álgebra es el punto de partida hacia la abstracción matemática y puede ser desarrollada a partir del trabajo con patrones o regularidades, para lo que reconoce cuatro etapas:

a. Percibir un patrón: se puede percibir un patrón a partir de la sucesión de figuras o números y entonces, pueden surgir preguntas matemáticas, por ejemplo: ¿cuál sería una regla para reconocer el patrón? Se hace necesario el uso de técnicas matemáticas para generar los números o patrones.

b. Expresar un patrón: el siguiente paso es expresar cuál es el patrón. Es necesario decir y registrar un patrón para que posteriormente se pueda reflexionar sobre él. Este tipo de actividad se puede facilitar mediante un trabajo colaborativo en el salón de clases, donde los estudiantes puedan trabajar en equipo y puedan comunicar sus resultados, preguntando y cambiando sus percepciones, hasta llegar a un acuerdo.

c. Registrar un patrón: este paso hace posible la verificación de la regla. Esta actividad puede ser apoyada por dibujos o palabras, para posteriormente describir las variables clave de un problema.

d. Prueba de la validez de las fórmulas: para que una fórmula tenga validez, se debe probar de diferentes formas; por ejemplo, mediante su aplicación en otros casos, se puede dar una respuesta por otros medios o haciendo cálculos, dibujando, contando o verificando su consistencia.

### **Sesiones presenciales**

Durante las primeras sesiones, se trabajó en dos juntas de consejo técnico se ocuparon dos horas en cada una y se utilizó el aula de medios, espacio y tiempo asignado por el director de la escuela a quien se le solicitó permiso previamente. En un principio, se abordaron los procesos de generalización como ruta de acceso al pensamiento algebraico, se les explicó en qué consiste esta propuesta y cómo está contemplada en los planes y programas de estudio en el eje sentido numérico y pensamiento algebraico.

Más tarde, se les mostró la plataforma, se les asignó un nombre de usuario y contraseña; se les explicó la estructura básica de este recurso, así como las bondades que éste presenta respecto a la utilización del espacio y el tiempo; se acordó con ellos que las siguientes actividades se harían por medio de la plataforma pero si tenían algún problema o inquietud podríamos comunicarnos por cualquier otro medio.

### **Sesiones en la plataforma**

Las sesiones virtuales se trabajaron con el propósito de generar un espacio de interacción que propició la reflexión entre los participantes, respecto a los procesos de generalización, como vía de acceso al pensamiento algebraico pero también respecto a las estrategias y habilidades presentadas por los alumnos, con base en sus respuestas del cuestionario. De tal manera que se pudo observar los conceptos y procesos matemáticos como objetos de enseñanza y aprendizaje e intentar verlos como nociones y procesos que han de ser aprendidos por alguien y no sólo como elementos componentes de un determinado dominio de conocimiento matemático.

Dicho trabajo se realizó por medio de una plataforma en *Moodle*, alojado en el sitio: <https://profesorluna.milaulas.com>, dadas las características y la estructura del repositorio, se utilizaron tres tipos de recursos:

- 1.- Textos en PDF de un artículo sobre procesos de generalización.
- 2.- Las respuestas del cuestionario de los alumnos en formato de imágenes en JPG y PDF.
- 3.- Un video de las respuestas de los alumnos durante la entrevista grupal en formato AVI con una duración de casi 5 minutos previamente editado, el cual estaba alojado en el sitio YouTube que a través de un hipervínculo fue insertado en la plataforma con el fin de no saturar el repositorio del sitio en donde estaba alojada la plataforma.

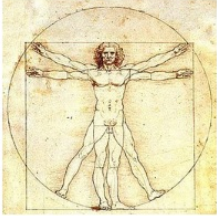
De acuerdo a Llinares y otros (2007), el entorno de aprendizaje se concibe como un conjunto de tareas y la concepción de una determinada manera de usarlas, incluido el papel del tutor y los recursos adicionales que ayudan a construir conocimiento y desarrollar al mismo tiempo, formas de generarlo. El entorno de aprendizaje se articuló por medio de la resolución de tareas con las cuales los profesores podían negociar y discutir los significados generados. Se utilizó con el propósito de ayudar a potenciar la construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas. El contexto en el que se constituyó este proceso de aprendizaje para los profesores fue el análisis e interpretación de situaciones de enseñanza-aprendizaje y de tópicos matemáticos concretos.

profesorluna.milaulas.com

## Estudia Online con Beca

Beca hasta 60%. En tu tiempo libre, en cualquier lugar. Qué esperas?

La historia es la única rama del conocimiento que nos puede decir qué fuimos en el pasado, qué somos en el presente y qué seremos en el futuro.



### Cursos disponibles

- HISTORIA DE MÉXICO**  
El programa de Historia II abarca de las culturas prehispánicas al México de nuestros días.
- DESARROLLO PROFESIONAL. SECUNDARIA 230**  
En este sitio encontraras los materiales que ayudaran a facilitar tu labor docente, durante el ciclo 2012-2013
- ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN**  
SE PRETENDE MOSTRAR AL PROFESOR DE SECUNDARIA COMO LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN SON UNA RUTA DE ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO.

En este momento está usando el acceso para invitados (Entrar)

moodle

Figura 23 Página de inicio del sitio <http://profesorluna.milaulas.com>

En lo correspondiente a la plataforma, se optó por un formato de curso semanal, incluyendo, en un principio, una breve explicación del propósito de éste; se trabajaron tres sesiones con una separación de cuatro semanas cada una, donde se asignó un recurso y una actividad.

**Tabla 2** Descripción de las actividades y los recursos utilizados en la plataforma

Sesión	Recurso	Actividad	Producto	Propósito
1	Texto: <i>Procesos de Generalización con Estudiantes de 1º y 2º de Secundaria de una Escuela pública del Distrito Federal: una Propuesta de Enseñanza.</i>	Foro: ¿Qué son los procesos de generalización y como nos pueden apoyar para la clase de matemáticas? ¿Es pertinente trabajar con los procesos de generalización dentro de los planes y programas de estudio actuales? ¿Cuáles son las principales ventajas o impedimentos para trabajar con los procesos de generalización en el salón de clases?	Transcripción de la discusión.	Explorar sobre las percepciones de los profesores respecto a los procesos de generalización, su pertinencia con los planes y programas de estudio y las ventajas o impedimentos para poderlos trabajar en el salón de clases.
2	Texto: respuestas al cuestionario sobre procesos de generalización. Video sobre las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución del cuestionario	Wiki Estrategias utilizadas por los alumnos para resolver el cuestionario.  Dificultades que tienen los alumnos con este tipo de ejercicios.  ¿Cómo resolvería estas dificultades?	Documento colaborativo.	Analizar las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución del cuestionario, así como identificar sus principales problemas y proponer una forma de enfrentarlos.
3	Dos actividades en Excel	Tarea: realizar una secuencia didáctica, basándose en dos actividades en Excel.	Tarea enviada por medio de la plataforma al administrador.	Diseñar dos secuencias didácticas en base a las dos actividades anteriores utilizando Excel.

## **Actividades en la plataforma**

La primera sesión se trabajó con un artículo sobre procesos de generalización donde los profesores aportaron sus reflexiones por medio de un foro. El propósito de esta actividad fue explorar sobre sus percepciones respecto a los procesos de generalización, su pertinencia con los planes y programas de estudio y las ventajas o impedimentos para poderlos trabajar en el salón de clases.

En la segunda sesión, los recursos utilizados fueron las respuestas de uno de los cuestionarios de los alumnos y un video previamente editado donde los alumnos expresaban la forma en que resolvieron algunas de las preguntas del cuestionario; el propósito de esta sesión fue analizar las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución del cuestionario así como identificar sus principales problemas y proponer una forma de enfrentarlos.

En la tercera sesión, se utilizaron dos archivos de Excel con los cuales el profesor debería diseñar un plan de clase donde los alumnos pudieran llegar a establecer una fórmula general a partir de la utilización del archivo, en el cual se le propuso calcular varias veces una regla de tres y llenar una tabla para después observar si era capaz de llegar a establecer una fórmula general. El propósito fue explorar acerca de las ideas que manejaba el profesor después de haber trabajado con los procesos de generalización como una vía para acceder al pensamiento algebraico y después de haber reflexionado sobre la forma como sus alumnos trabajaron con estos por medio del diseño de un plan de clase.

### **8.2 Ejecución de las actividades**

La primera semana se trabajó con la versión electrónica del artículo *Procesos de generalización con estudiantes de 1º y 2º de secundaria de una escuela pública del Distrito Federal: una propuesta de enseñanza*. Se subió este recurso a la plataforma y se le asignó una actividad en línea que fue la creación de un foro al



que llamamos *Procesos de generalización*. Mediante este foro, se permitió a los participantes tener una discusión asincrónica, es decir, que tuvo lugar durante un período prolongado de tiempo y estuvo guiado bajo tres temas: ¿qué son los procesos de generalización y cómo nos pueden apoyar para la clase de matemáticas?, ¿es pertinente trabajar con los procesos de generalización dentro de los planes y programas de estudio actuales?, y ¿cuáles son las principales ventajas o impedimentos para trabajar con los procesos de generalización en el salón de clases?

**ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN**

Página Principal > Cursos > ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO > 25 de agosto - 31 de agosto > Foro sobre: Procesos de Generalización

Plataforma Moodle  
Diseño e implementación de cursos Plataforma Moodle, ¡Empieza Ya!

**FORO SOBRE: PROCESOS DE GENERALIZACIÓN**

Averiguar el grado de relación que tiene los profesores respecto de tomar los procesos de generalización como ruta de acceso al pensamiento algebraico.

Tema	Comenzado por	Réplicas
¿Cuáles son las principales ventajas o impedimentos para trabajar con los procesos de generalización en el salón de clases?	Juan Luis Luna Díaz	2
¿Es pertinente trabajar con los Procesos de generalización dentro de los planes y programas de estudio actuales?	Juan Luis Luna Díaz	2
¿Que son los Procesos de generalización y como nos pueden apoyar para la clase de matemáticas?	Juan Luis Luna Díaz	2

**Figura 24** Foro sobre procesos de generalización.

La segunda actividad consistió en subir un video de algunas respuestas de la entrevista grupal que se realizó a los alumnos respecto a las estrategias utilizadas en la resolución del cuestionario, sólo se presentaron algunas partes de toda la sesión con el fin de no hacerlo tan largo. Junto a esto, se subieron las imágenes (en PDF) de las respuestas del cuestionario realizadas por un alumno del grupo, se les pidió que dieran su opinión respecto a las estrategias utilizadas por sus alumnos; dicha opinión la debían aportar por medio de una *wiki*, y en esta actividad se les permitió a los participantes añadir y editar un texto. La *wiki* fue

colaborativa, de manera que todos podían editarla; su creación estuvo basada bajo tres temas principales que fueron: ¿qué estrategias utilizan los alumnos para resolver el cuestionario?, ¿qué dificultades tienen los alumnos con este tipo de ejercicios?, y ¿cómo resolverías estas dificultades?

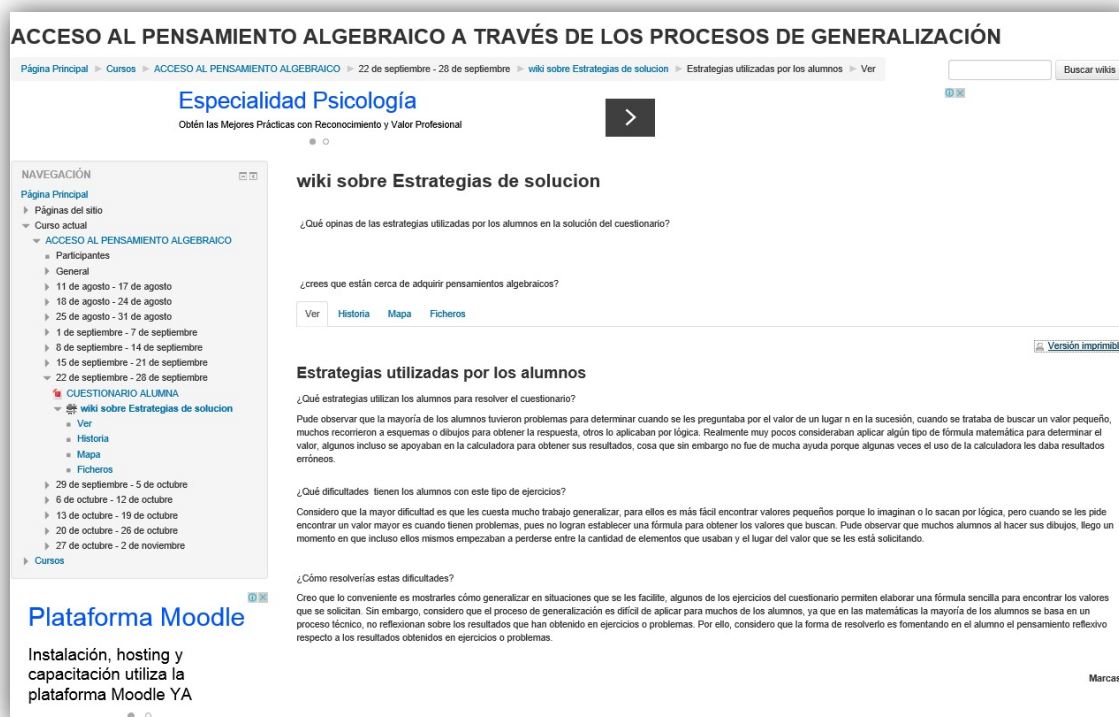
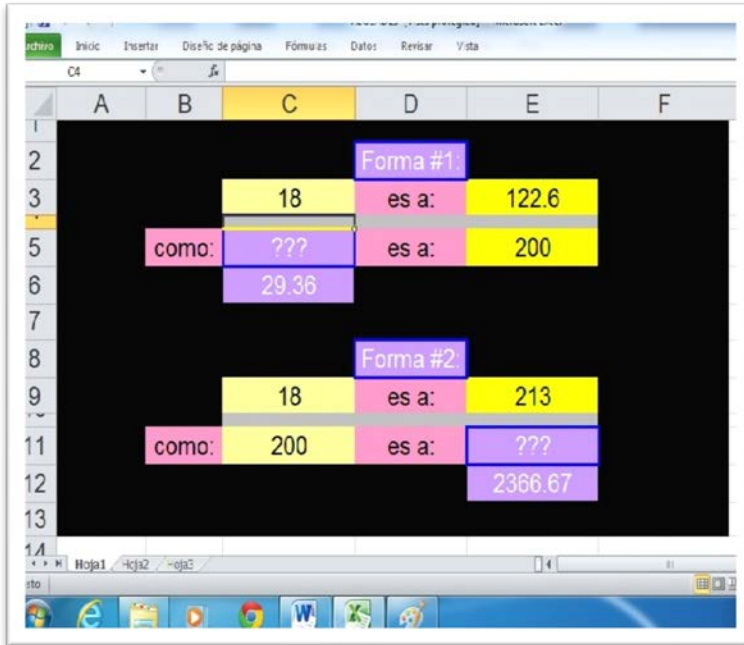


Figura 25 Actividad *wiki* sobre estrategias de solución.

En la tercera sesión se propuso a los profesores dos actividades en Excel para trabajar con sus alumnos; en la primera se hacía una serie de conversiones de grados centígrados a grados Fahrenheit con la intención de que el alumno, primero llenara una tabla con los datos arrojados en la hoja de cálculo y, más tarde, pudiera determinar una fórmula general para hacer la conversión y la pudiera expresar. En la segunda se presentaba una tabla en Excel con unas fórmulas en las que se establecía una regla de tres, con la intención de que el alumno pudiera llegar a establecer una fórmula general para calcular la regla de tres, el profesor podía elegir cualquiera de los dos archivos para diseñar su plan de clase.



**Figura 26** Actividad: regla de tres en Excel.

### 8.3 Resultados del trabajo por medio del *B-Learning*

A continuación, mostramos los resultados del trabajo con los profesores en la plataforma. Las actividades estuvieron durante cuatro semanas en la plataforma y los profesores generalmente las realizaron unos días antes de la siguiente sesión, en algunos casos prefirieron enviarlas por correo; durante el tiempo que se trabajó con los profesores se les tenía que recordar constantemente que accedieran a la plataforma, pues no estaban habituados a hacerlo.

**Tabla 3** Relación de actividades y recursos utilizados.

Actividad	Recurso
Foro	Texto en PDF sobre procesos de generalización
Wiki	Respuestas del cuestionario en formato PDF y video sobre las respuestas
Diseño de un plan de clase	Archivos en Excel

## **Primer actividad realizada en la plataforma: foro**

Tema: ¿Qué son los procesos de generalización y cómo nos pueden apoyar para la clase de matemáticas?

*Docente 1 (D1): “Son las actividades que se van a realizar para el estudio y aprendizaje del álgebra, estos procedimientos son los que debemos ocupar para que éstas no se realicen de manera mecánica, se ha visto con antelación que los alumnos al no razonar o comprender dichos problemas o ejercicios, cuando se les cambia tan sólo una incógnita de algún problema, se cierran y ya no saben qué hacer; es necesario dejar bastantes ejercicios en donde ellos vean las diferentes variantes que puede tener dicha operación o solución del problema”.*

*Docente 2 (D2): “Los procesos de generalización son actividades que se realizan en el estudio del álgebra para lograr resultados en el aprendizaje de los alumnos en educación secundaria. Es importante considerar estos procesos, ya que el pensamiento matemático es muy abstracto y se ha vuelto mecánico, por lo cual los alumnos no logran encontrar el sentido de muchos problemas, últimamente puedo apreciar que los alumnos siguen ciertos procedimientos para solucionar un problema, pero si existe una sola variación del mismo, entran en conflicto y no pueden resolverlo. Por ello, considero que los procesos de generalización permiten a los alumnos desarrollar el pensamiento lógico y encontrar mejores resultados”.*

Tema: ¿Es pertinente trabajar con los procesos de generalización dentro de los planes y programas de estudio actuales?

*D2: “Considero que hace falta trabajarlos, para ello deseo poner algunos casos que he enfrentado. Los planes y programas de estudio actuales hacen referencia a temas que llevan una secuencia, el problema es cuando no se sigue esa secuencia, por ejemplo, actualmente tengo algunos grupos de segundo grado, y*

*me ha sorprendido darme cuenta de que los alumnos no cuentan con las herramientas necesarias para resolver situaciones o problemas que en el plan vienen indicados, tal es el caso de las ecuaciones de segundo grado, en las que no logran identificar por qué son de segundo grado, o simplemente no distinguen cuando una ecuación es de primer grado o de segundo grado”.*

Resultados del foro tema: ¿Cuáles son las principales ventajas o impedimentos para trabajar con los procesos de generalización en el salón de clases?

*D1: “La mayor problemática que me he encontrado es la predisposición al querer aprender sobre las matemáticas, ya que para ellos el razonar es muy difícil y no les gusta pensar... Ya que, aunque planeemos con tiempo necesario y justo, ellos con su displicencia y flojera tiran por la borda toda planeación, considero que si desde la primaria se tuviera esa paciencia y se les hiciera hincapié en el razonamiento matemático, ellos vendrían con otro tipo de mentalidad”.*

*D2: “Los impedimentos, desde mi punto de vista, es primero que nada el tiempo de planeación, ya que requiere que se dedique un tiempo a la revisión de algunos temas que darían origen al tema. Considero que otro impedimento es la situación de los alumnos, su predisposición al trabajo escolar de pensamiento lógico y razonamiento de situaciones abstractas. Quizá ayudaría muchísimo tener una guía de trabajo que permitiera realizar estos procesos en diferentes situaciones”.*

En esta parte, los profesores refieren una forma mecánica de trabajar por parte de los alumnos; expresan que los procesos de generalización pueden ayudar en el aprendizaje del álgebra, ya que pueden dotar de sentido a conceptos abstractos estudiados en el álgebra. También mencionan la necesidad de contar con algunos conocimientos básicos, por parte de los alumnos para poder avanzar en temas más complicados como los estudiados en el álgebra; esto se confirma con los resultados obtenidos del cuestionario, donde la mayoría de los alumnos aún sigue teniendo problemas relacionados con la aritmética. El trabajo con los

procesos de generalización puede servir como puente entre las dos disciplinas pero además como repaso a situaciones estudiadas en la aritmética. Los profesores manifiestan como otra situación problemática, la falta de interés por parte de los alumnos.

## **Segunda actividad realizada en la plataforma *wiki***

Tema: ¿Qué estrategias utilizan los alumnos para resolver el cuestionario?

D1: *“Pude observar que la mayoría de los alumnos tuvo problemas para determinar cuando se les preguntaba por el valor de un lugar “n” en la sucesión, cuando se trataba de buscar un valor pequeño, muchos recorrieron a esquemas o dibujos para obtener la respuesta, otros lo aplicaban por lógica o contaban. Realmente muy pocos consideraban aplicar algún tipo de fórmula matemática para determinar el valor, algunos incluso se apoyaban en la calculadora para obtener sus resultados, cosa que, sin embargo, no fue de mucha ayuda porque algunas veces el uso de la calculadora les daba resultados erróneos”.*

Tema: ¿Qué dificultades tienen los alumnos con este tipo de ejercicios?

D2: *“Considero que la mayor dificultad es que les cuesta mucho trabajo generalizar, para ellos es más fácil encontrar valores pequeños porque lo imaginan o lo cuentan o por lógica, pero cuando se les pide encontrar un valor mayor es cuando tienen problemas, pues no logran establecer una fórmula para obtener los valores que buscan. Pude observar que muchos alumnos, al hacer sus dibujos, llegó un momento en que incluso ellos mismos empezaban a perderse entre la cantidad de elementos que usaban y el lugar del valor que se les está solicitando”.*

Tema: ¿Cómo resolverías estas dificultades?

D2: *“Creo que lo conveniente es mostrarles cómo generalizar en situaciones que se les facilite, algunos de los ejercicios del cuestionario permiten elaborar una fórmula sencilla para encontrar los valores que se solicitan. Sin embargo, considero que el proceso de generalización es difícil de aplicar para muchos de los alumnos, ya que en las matemáticas la mayoría de los alumnos se basa en un proceso técnico, no reflexionan sobre los resultados que han obtenido en ejercicios o problemas. Por ello, considero que la forma de resolverlo es fomentando en el alumno el pensamiento reflexivo respecto a los resultados obtenidos en ejercicios o problemas”.*

De acuerdo a lo anteriormente expuesto, según los profesores, los alumnos presentan problemas cuando se les pide calcular un lugar alto en las series, ya que recurren a dibujos o a contar para localizar lugares pequeños en las series; esto se puede explicar porque se encuentran utilizando estrategias aditivas y geométricas básicamente, lo que indica que se encuentran en un nivel de pensamiento aritmético, aún no desarrollan ideas incluso pre-algebraicas. Al parecer, se debe propiciar el uso de actos reflexivos en cuanto a sus métodos y estrategias utilizadas, lo que se puede lograr por medio del uso de actividades con los procesos de generalización, iniciando con ejercicios con un nivel de dificultad menor e ir aumentando el nivel de dificultad progresivamente.

### **Tercera actividad realizada en la plataforma: *entrega de una tarea***

En lo que respecta al plan de clase, el docente 1 envió por medio de la plataforma un documento en el que se mencionan: eje temático propósito, contenidos, aprendizajes esperados, inicio, desarrollo y cierre. A continuación se presentan fragmentos del documento.

## **Plan de clase diseñado por el docente 1**

*Eje temático: manejo de la información*

**Propósitos de la sesión:** *Haciendo uso de patrones se utilizará el programa de Excel para determinar la solución a problemas de regla de tres y demostrar la relación que existe entre valores utilizados.*

*Contenido: análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.*

*Aprendizajes esperados: que los alumnos resuelvan problemas de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante”, en los que la razón interna o externa es un número fraccionario entero.*

*Inicio de la sesión - repaso de temas previos (10 min). Se realizarán breves cordialidades a los alumnos a modo de saludo y se asistirá al aula de medios, pase de lista de asistencia.*

*Para iniciar la sesión y permitir a los alumnos percibir un patrón se realizará un planteamiento sencillo que implique el uso de la regla de tres, por ejemplo:*

*En un taller se invita a 11 personas, los organizadores determinan que a cada persona le corresponden 20 hojas de colores, ¿cuántas hojas se entregaron en el evento si sólo se presentaron 8 personas?, se preguntará al grupo para dar puntajes permitiendo que utilicen el sistema de solución que crean conveniente, ya sea por medio de dibujos, gráficas u operaciones, de tal forma que puedan expresar un patrón que les permita llegar a la solución del problema.*

*Desarrollo de la sesión (30 min). Cuando alguno de los alumnos determine que la respuesta es 160 hojas, se revisará el método utilizado y a partir de esto se establecerá la forma de solución, poniendo énfasis en la aplicación de la regla de tres, de esta forma se registrarán patrones para encontrar la solución que se ha solicitado.*



Se les pedirá que en sus respectivos equipos de cómputo abran el archivo REGLADE 3 y que escriban en las zonas de tono amarillo las tres cantidades que dan respuesta al ejercicio anterior para dar validez a la respuesta de la siguiente manera:

		Forma #2:	
	1	es a:	20
como:	8	es a:	???
			160.00

**Figura 27** Actividad: regla de tres en Excel propuesta por el profesor.

Se preguntará a los alumnos el motivo por el cual en cada casilla de respuesta se pusieron los valores que aparecen para establecer las características generales que permiten realizar la regla de tres correctamente, ya que de lo contrario la respuesta no tendría lógica.

Con el uso de este recurso didáctico los alumnos realizan una prueba de la validez de las fórmulas que se han utilizado y tendrán la facilidad de resolver los ejercicios que se han planteado en clase.

Cierre/Conclusiones (10 min).

Se revisarán las soluciones de los ejercicios realizados pidiendo a los alumnos que participen para dar las respuestas correctas, se realizará en el pizarrón del aula una tabla que permita registrar rápidamente las relaciones de los resultados para que los alumnos observen cómo un cambio en alguna de las cantidades genera un cambio en los resultados obtenidos, demostrando la relación de las cantidades en la regla de tres.

De acuerdo a lo anterior, observamos que el profesor 1 diseñó un plan de clase, por medio de una serie de actividades en las que se identificaba el trabajo

con los procesos de generalización, basado en las cuatro etapas propuesta por Mason y otros (1985); demostrando, con esto, la comprensión de esta propuesta trabajada en el entorno *B-Learning*. Se tomaron en cuenta las características de los alumnos al mencionar los conocimientos previos y al hacer uso de la primera actividad de forma muy sencilla, de acuerdo a las características mostradas por los alumnos durante el estudio.

#### **8.4 Discusión de los resultados**

Del trabajo realizado por los profesores por medio del entorno virtual *B-Learning*, podemos mencionar que perciben el trabajo con la generalidad como una opción viable para acceder al pensamiento algebraico y compatible con los planes y programas de estudio actuales; sin embargo del trabajo de los alumnos y lo presentado por los profesores en las actividades se percibe un conocimiento superficial sobre los procesos de generalización. Los profesores mencionan que los alumnos necesitan afianzar el dominio de aspectos provenientes de la aritmética, pues sus respuestas demostraron tener aún problemas con algunas situaciones correspondientes a lo estudiando en la primaria; al parecer los procesos de generalización también resultan ser útiles para este propósito, pues en ellos se utilizan conocimientos provenientes de esta disciplina.

Respecto al uso del EVA, utilizaron los recursos de manera individual y participaron en el foro, la creación de la wiki y el diseño del plan de clase utilizando la regla de tres para hacer generalizaciones con sus alumnos, hicieron aportaciones valiosas pero se observó poca interacción entre ellos.

## Conclusiones

El estudio que se reporta tuvo como propósito apoyar la formación de profesores de matemáticas de educación secundaria por medio de un *entorno virtual de aprendizaje* (EVA), en la modalidad *B-Learning* como medio para acceder a los procesos de generalización apoyados en un trabajo colaborativo. Los objetivos fueron: explorar el pensamiento algebraico de los estudiantes de segundo grado de secundaria en torno a los procesos de generalización, y verificar la viabilidad de un EVA *B-Learning* que apoyara la formación docente.

La metodología del estudio fue de corte cualitativo. Se trabajó con dos profesores de matemáticas y un grupo de 18 estudiantes de segundo grado, con edades entre 12 y 15 años de una escuela secundaria pública, turno vespertino en el Distrito Federal, el estudio se dividió en tres etapas.

En la primera etapa se aplicaron cuestionarios sobre los procesos de generalización, posteriormente se aplicó una entrevista grupal respecto a las principales estrategias que ocuparon los estudiantes en la resolución del cuestionario

En la segunda etapa se aplicó una entrevista semiestructurada a los profesores.

La tercera etapa del estudio corresponde al trabajo realizado con los profesores mediante el *entorno virtual de aprendizaje B-Learning*.

### Resultados de la primera etapa del estudio

En la primera etapa, encontramos que el nivel de logro de los estudiantes fue disminuyendo conforme iban avanzando en las preguntas del cuestionario (consideramos en el estudio nivel de logro alto, medio y bajo), esto porque el nivel de dificultad fue aumentando a lo largo del cuestionario; junto con esto, los

alumnos empezaron a mostrar problemas con el uso de números negativos desde la primera pregunta, cuando tenían que hacer cálculos que involucraran multiplicaciones y cuando tuvieron que responder un lugar en las series que no podían visualizar por medio de sus anotaciones y, por lo tanto, no pudieron contar.

Los estudiantes abordaron las preguntas del cuestionario mediante estrategias básicamente aritméticas, incluso en las variaciones geométricas, donde confirmamos que el trabajo en matemáticas no debe ser lineal y que, en ocasiones, habrá que repasar algunos temas vistos con anterioridad. Por otro lado, al enfrentarse al manejo de números negativos, la mayoría tuvo problemas, presentaron dificultades cuando ya no podían visualizar figuras o números que ellos habían anotado para completar las sucesiones, de tal manera que ya no podían encontrar el elemento “n” de la serie, lo que dificultó encontrar el patrón de cambio y por lo tanto no pudieron llegar a establecer una fórmula que representara dicho patrón. Esto nos indica la dificultad para trabajar con contenidos abstractos.

En ocasiones se les proporcionó algunas pistas o se intentó guiar las respuestas, lo que no cambió mucho en los resultados. También se pudo observar que los alumnos, en ocasiones, se comunicaron entre ellos de manera natural, esto nos permite identificar que es conveniente el trabajo en equipo, ya que reconocen el tema como parte de la asignatura de matemáticas; mencionan que no es la forma habitual de trabajar en su clase y que en general, no presentan agrado por el estudio de esta asignatura.

### **Resultados de la segunda etapa del estudio**

En lo que respecta a la entrevista semiestructurada, encontramos -respecto al perfil académico y de formación- que son profesores de 43 y 31 años, egresados de una escuela Normal en la especialidad de matemáticas, tienen 14 y 6 años de servicio, en los últimos tres años han tomado uno o dos cursos de actualización.

Los profesores reconocen su necesidad para continuar su formación pero, al parecer, no están conformes con la oferta que existe actualmente, ya que la consideran un tanto desvinculada de su contexto. Si consideramos el proceso de aprendizaje de los profesores como un proceso de enculturación, tendríamos que propiciar espacios donde el profesor pueda reflexionar para comprender la forma como aprenden particularmente sus estudiantes.

Según los docentes, existen conocimientos que los alumnos deben poseer para iniciarse en el estudio del álgebra y que forman parte de lo que estudiaron en primaria y no han quedado lo suficientemente claros.

Expresaron la utilización de los procesos de generalización como un medio para motivar pensamientos deductivos, reconocen que se debe trabajar en transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados, mencionan que la utilización de materiales concretos ayuda para desarrollar ideas más elaboradas o complejas.

Respecto a los resultados del cuestionario, los profesores propusieron el trabajo con números negativos, mencionaron la necesidad de repasar con anterioridad los conocimientos necesarios para ejercicios como estos; con esto, podemos interpretar que existe interés del profesor por iniciar su trabajo considerando los conocimientos necesarios por parte de los estudiantes en determinada temática, no sólo se trata de tender un puente entre la aritmética y el pensamiento algebraico, sino reforzar los conocimientos de la aritmética.

### **Resultados de la tercera etapa del estudio**

En lo que respecta a las características de la plataforma *Moodle* y la estructura del repositorio de recursos, podemos mencionar que se utilizaron tres tipos de formatos: textos en PDF, imágenes en JPEG de los cuestionarios escaneados de

los alumnos, y videos en formato AVI de algunas de las respuestas de los alumnos cuando resolvieron el cuestionario.

Mediante la primera actividad que fue el *foro*, los profesores refieren una forma mecánica de trabajar por parte de los estudiantes; expresan que los procesos de generalización pueden ayudar en el aprendizaje del álgebra, pues pueden dotar de sentido a conceptos abstractos estudiados en el álgebra. También mencionan la necesidad de contar con algunos conocimientos básicos por parte de los alumnos para poder avanzar en temas más complicados como los estudiados en el álgebra; esto se confirma con los resultados obtenidos del cuestionario, donde la mayoría de alumnos aún sigue teniendo problemas relacionados con la aritmética. El trabajo con los procesos de generalización puede servir como puente entre las dos disciplinas pero además como repaso a situaciones estudiadas en la aritmética. Los profesores igualmente manifiestan que otra situación problemática es la falta de interés de los estudiantes.

En la segunda actividad, compuesta por las aportaciones para una *wiki*, los profesores mencionaron que los alumnos presentan problemas cuando se les pide calcular un lugar alto en las series, pues recurren a dibujos o a contar para localizar lugares pequeños en éstas; lo que confirma que se encuentran utilizando estrategias aditivas y multiplicativas básicamente, lo que indica que se encuentran en un nivel de pensamiento aritmético, aún no desarrollan ideas (incluso) pre-algebraicas. Al parecer, se debe propiciar el uso de actos reflexivos en cuanto a sus métodos y estrategias utilizados, lo cual es posible lograr con el uso de actividades con los procesos de generalización, iniciando con ejercicios de un nivel de dificultad menor e ir aumentando el nivel de dificultad progresivamente.

Mediante la actividad tres, que contemplaba la entrega de una tarea, observamos que uno de los profesores diseñó un plan de clase, por medio de una serie de actividades en donde se identificaba el trabajo con los procesos de generalización, basado en las cuatro etapas propuestas por Mason y otros (1985);

demostrando con esto: el trabajo con generalizaciones, que fue lo trabajado en el entorno *B-Learning*; tomó en cuenta las características de los estudiantes al mencionar los conocimientos previos y al hacer uso de la primera actividad de forma muy sencilla, de acuerdo a las características mostradas por los alumnos durante el estudio.

De acuerdo a lo anterior, podemos decir que es conveniente trabajar los procesos de generalización como ruta de acceso al álgebra, ya que es un tema que no ha sido trabajado lo suficiente por los estudiantes y profesores en este contexto. El hecho de trabajar con los profesores por medio de la plataforma, implica cierto grado de dominio por parte de ellos respecto a la estructura de ésta, así como de cierta familiaridad con los recursos tecnológicos, lo cual en ocasiones implica determinada resistencia. Efectivamente, resulta que la plataforma rompe con las barreras de espacio y tiempo pero es importante propiciar actividades en donde interaccionen entre sí, con el fin de buscar la negociación de conocimientos y la re significación sus prácticas.

## Consideraciones didácticas

Se pueden utilizar *entornos virtuales de aprendizaje* como medio para lograr procesos de formación en los docentes de matemáticas; una característica importante a considerar es que se aborde el contenido matemático, no sólo como un tema que ha de ser enseñado a los alumnos porque forma parte de la currícula o porque es importante, sino desde la perspectiva que este debe ser aprendido por alguien. Por lo tanto, a los alumnos es importante considerarlos como un agente activo en la construcción de conocimientos matemáticos.

Así, una característica que se debe abordar por medio del *entorno virtual de aprendizaje*, es la información respecto a las características de los alumnos, particularmente en su forma de aprender matemáticas, así como sus principales dificultades. Otro aspecto de suma importancia es la generación de espacios de interacción entre los profesores, de tal manera que se apoyen unos con otros en la generación de conocimientos de cómo enseñar las matemáticas y la comprensión de los problemas encontrados. Se pueden aprovechar sesiones presenciales para provocar dicha interacción y buscar formas atractivas dentro del EVA, de tal manera que se estimule una participación entusiasta.

Respecto a los procesos de generalización, se considera un tema importante para estudiar no sólo porque es compatible con los planes y programas de estudio -además de ser una ruta de acceso al pensamiento algebraico-, sino porque en su trabajo se movilizan conocimientos provenientes de la aritmética y, de esta forma, resultan ser una herramienta para afianzar aspectos estudiados con anterioridad.



## Referencias bibliográficas

- Acevedo, J. (2005). TIMSS y PISA: Dos proyectos internacionales de evaluación del aprendizaje escolar en ciencias, *Eureka revista sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*. 2(3) 282-301.
- Ball, D. y Cohen D. (1999). Developing practice, developing practitioners. Toward a practice-based theory of professional education. In: *Teaching as the learning profession*. Handbook of Policy and Practice. San Francisco: Jossey-Bass.
- Bartolomé, A. (2004). Blended Learning. Conceptos básicos. Píxel-Bit. *Revista de Medios y Educación*, 23, 7-20.
- Brennan, M. (2004). Blended Learning and Business Change. *Chief Learning Officer Magazine*. Enero 2004.1-8.
- Butto, C. (2005). Introducción temprana al pensamiento algebraico: una experiencia en la escuela primaria. México: Cinvestav.
- Butto, C. y Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: el papel del entorno logo. *Educación Matemática*, 22(31) 113-148.
- Butto, C. y Delgado, J. (2012). Introducción al pensamiento algebraico en entornos digitales de aprendizaje: derivaciones y apoyos didácticos para el profesor de educación primaria. México: Horizontes Educativos.
- Callejo, M., Llinares S. y Valls, J. (2007). Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional, *Investigación en la Escuela*, (61) 5-21.

- Castro, E. y Rico, L. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. pp. 45-79. Bogotá: Grupo editorial Iberoamericana.
- Coaten, N. (2003). Blended e-learning. *Educaweb*, 69. 6 de octubre de 2003.
- Delors, J. (1996). *La Educación encierra un tesoro*. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI. Francia: Ediciones UNESCO.
- Diario Oficial de la Federación, (2007). Plan nacional de desarrollo 2007-2012. México: diario oficial de la federación.
- Díaz, M. (2011). *Comunicación y pensamiento visual en la clase de matemáticas, primer encuentro internacional de matemáticas, estadística y educación matemática XXII Jornada de Matemáticas y Estadística*. Colombia: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Durán, R. (1999). *Reconocimiento de patrones en secuencias numéricas y de figuras, por alumnos de sexto grado de primaria*. Tesis de Maestría, Departamento de Matemática Educativa Cinvestav, IPN.
- Hernández, R. y Opazo, H. (2010). *Apuntes de Análisis Cualitativo en Educación*. Madrid, España: Universidad Autónoma de Madrid.
- Holmberg, B. (1995). *Theory and practice of distance education*, 2nd revised edition. London and New York: Routledge.
- Jackson, P. (1992). *La vida en las aulas*. (2.a edición). Madrid: Ediciones Morata.
- Kieran, C., & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*. 7, 229-240.

- Lévy, P. (2007). *Cibercultura informe al consejo de Europa*, Barcelona: Anthropos Editorial.
- Llinares, S. (2007). *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación*. Departamento de Innovación y Formación Didáctica. España: Universidad de Alicante.
- Llinares, S. Valls J. Roig A. (2007). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3) 59-82.
- Mac Gregor, M. y Stacey, K. (1993). *Seeing to Pattern and Writing to Rule*. PME, *Psychology of Mathematics Education*. Ibaraki, Japan.
- Marqués, P. (2001). Sociedad de la información. Nueva cultura. *Revista Comunicación y Pedagogía*, (272) 17-19.
- Marsh, G. Mcfadden, A. y Price, B. (2003). Blended Instruction: Adapting Conventional Instruction for Large Classes. *Journal of Distance Learning Administration*, Number IV, winter. pp 1-8.
- Mason, J. Graham, A. Pimm, D, & Gower, N. (1985). *Routes of Roots of Álgebra*. Great Britain: The Open University Press.
- Mayan, M. (2001). *Una introducción a los métodos cualitativos*. Edmonton: Qual Institute Press. International Institute for Qualitative Methodology, 31-37.
- Medley, D. y Shannon, D. (1994). Teacher Evaluation. In T. Husen & T. N. Postlethwaite, *The International Encyclopedia of Education*, 10, 6015-6020. New York: Pergamon.

OCDE. (2010). *Acuerdo de cooperación México-OCDE para mejorar la calidad de la educación de las escuelas mexicanas*. México: publicaciones OCDE

OCDE (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science*. Canada: PISA, OECD Publishing.

Prensky, M. (2010). *Nativos e inmigrantes digitales*. España: SEK

Reggiane, M. (1994). Generalization as a Basic for Algebraic Thinking: Observations with 11-12 Years Old Pupils (pp. 97-104). En *Conference Proceeding of the XVIII PME*. Lisboa, Portugal.

Rey, C. Penalva, C. y Llinares S. (2007). "Aprendizaje colaborativo y formación de asesores en matemáticas: análisis de un caso", *Cuadrante*, vol. XV, 95-120.

Rodríguez, D. (2005). El grupo de diagnóstico, en *Diagnóstico organizacional*. México D.F. Alfaomega.

Rodríguez, G., Gil Flores, J. y Garcia, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Malaga: ed. Aljibe.

SEP. (2006). *Plan de Estudios 2006*. Educación Básica. Dirección General de Desarrollo Curricular. México. SEP.

SEP. (2007). *Correspondencia entre el programa sectorial de educación 2007-2012 y las recomendaciones de la OCDE en su análisis al sistema escolar mexicano a la luz de PISA*. México: SEP.

SEP (2011). *Plan de estudios 2011*. Educación básica. México: SEP

- Shulman, L. (1986). *Paradigms and research programs in the study of teaching*. In M.C. Wittrock, Handbook of research on teaching. New York: MacMillan.
- Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza: Fundamentos de la nueva reforma. *Revista de currículum y formación del profesorado*. 9(2) 1-30.
- SIMCE (2007). Niveles de logro 4o Básico, Lectura y educación matemática. Chile: Ministerio de Educación.
- Tall, D. (2001). Reflections on early álgebra In Proceedings of the PME 25 Psychology of Mathematics Education. Utrecht. *The Netherlands*, 1. 149-155.
- Tomei, L. (2003). *Challenges of Teaching with Technology Across the Curriculum: issues and Solutions*. London: Information Science Puyblishin.
- Torres, R. (2000). De agentes de la reforma a sujetos del cambio: La encrucijada docente en América Latina. Publicado en: *Perspectivas*, XXX (114) 1-21.
- UNESCO (1990). Conferencia Mundial sobre Educación para Todos. Nueva York: ediciones UNESCO.
- UNESCO (2000). Foro Mundial sobre Educación, *Informe final*. Francia: ediciones UNESCO.
- UNESCO (2005). Hacia las sociedades del conocimiento. Francia: ediciones UNESCO.
- UNESCO (2009). Conferencia Mundial sobre la Educación para el Desarrollo Sostenible. Francia: ediciones UNESCO.

Valls, J., Llinares, S. y Callejo, M. (2006). Video-clips y análisis de la enseñanza. Construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas. Granada: Grupo Proyecto Sur, 25-48.

Vegas, E. y Petrow, J. (2007). *Incrementar el aprendizaje estudiantil en américa latina. El desafío para el siglo XXI*. Washington, DC: Banco Mundial en coedición con Mayol. Ediciones S.A.

Vila, E. (2010). Aprendizaje de competencias docentes en entornos virtuales: reflexiones desde la formación permanente del profesorado en: *Innovación Educativa*, 10 (52) 5-11.

Zeichner, K. (1995). Los profesores como profesionales reflexivos y la democratización de la reforma escolar. España: Ediciones Morata.

# Anexos

## Anexo 1

### Cuestionario sobre procesos de generalización

**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL**

**MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO**

**TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN EN EDUCACIÓN**

#### Cuestionario

Nombre: \_\_\_\_\_

Escuela: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_

Hora de inicio: \_\_\_\_\_ hora de término: \_\_\_\_\_

Ocupa el espacio en cada pregunta para hacer tus anotaciones (no las borres).

Buena suerte.

I. Completa las siguientes secuencias:

1. 3 6 9 12 \_\_\_\_ 18 \_\_\_\_ \_\_\_\_

2. 10 8 6 4 2 \_\_\_\_ \_\_\_\_

3. 5 10 15 \_\_\_\_ 25 \_\_\_\_

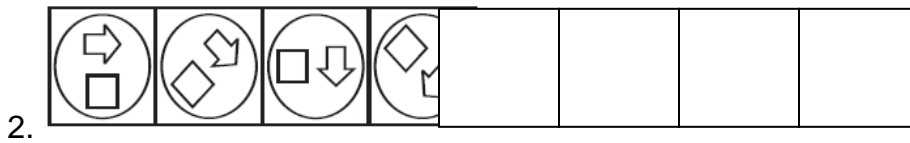
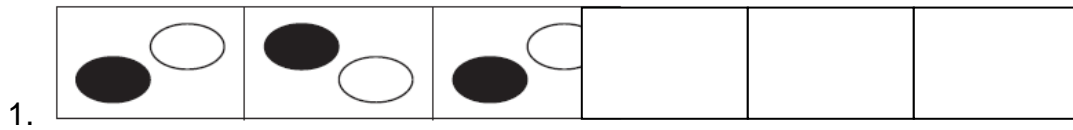
4. 10.5 11.0 11.5 12.0 \_\_\_\_ \_\_\_\_



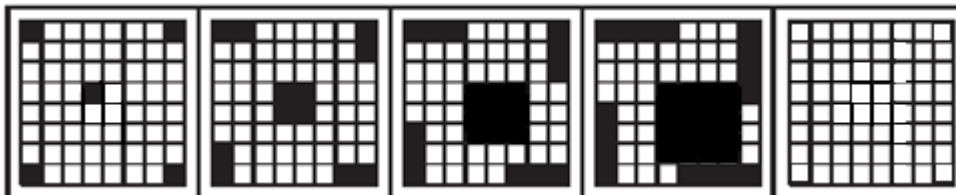
5. 3 9 27 \_\_\_ \_\_\_

6. 2 4 8 \_\_\_ 32 \_\_\_

II. Observa las siguientes figuras y dibuja las faltantes para completar la secuencia:



3.



III. Observa la siguiente sucesión: 4, 9, 14, 19, 24...

¿Qué número ocupa el lugar 10 de la sucesión?

¿Qué número ocupa el lugar 34 de la sucesión?

¿Cómo los encontraste?

IV. Completa las sucesiones de figuras, anota el número de puntos que hay en cada figura:



Fig.1

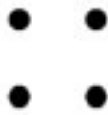


fig.2

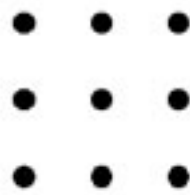


fig.3

fig.4

fig.5

¿Cuántos puntos hay en la cuarta figura?

¿Cómo encontraste el número de puntos para la figura 4 y 5?

Ahora completa la siguiente tabla;

Figura N°	No. de puntos del lado	No. de puntos de la figura
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Si tuvieras que dibujar la décima figura formada por puntos, ¿cuántos puntos dibujarías?

¿Cómo encontrarías el número de puntos de la figura a partir de un lado?

V .Completa las sucesiones de figuras, anota el número de puntos que hay en cada figura:



Fig.1   fig.2   fig.3   fig.4   fig5   fig.6

¿Cuántos puntos hay en la cuarta y sexta figura?

¿Cómo encontraste el número de puntos para la figura 6?

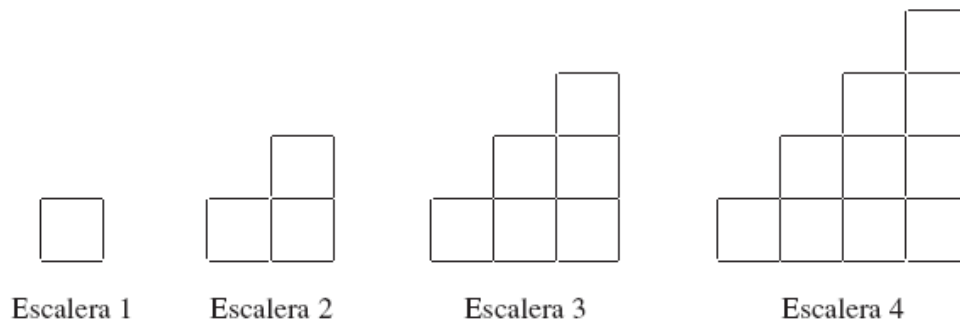
Ahora completa la siguiente tabla:

Figura N°	No. de puntos del lado	No. de puntos de la figura
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Si tuvieras que dibujar la décima figura formada por puntos, ¿cuántos puntos dibujarías?

¿Cómo encontrarías el número de puntos de la figura a partir de un lado?

VI.- Juan forma escaleras con palillos arreglados en cuadrados. Encuentra el número de palillos que utiliza y crea una tabla para mostrar tus resultados.



1. Completa la siguiente tabla:

Escalera	1	2	3	4	5	6
# palillos						
# cuadrados						

2. ¿Cuántos palillos hay en la escalera 9?

3. ¿Cuántos palillos hay en la escalera  $n$ ?

4. Escribe una regla o fórmula que te ayude a encontrar el número de palillos.

5. Explica cómo encontraste la respuesta.

VII. Resuelve los siguientes problemas:

Don José les va a dar de domingo \$ 1200.00 a sus dos hijos, al menor le toca la tercera parte de lo que le toca al mayor. ¿Cuánto le toca a cada uno?

Una canastilla contiene 114 frutas entre manzanas, peras y Ciruelas. Si se sabe que hay 5 manzanas por cada 10 ciruelas y 5 ciruelas por cada 2 peras, ¿cuántas ciruelas contienen la canastilla?

## **Anexo 2**

### **Guión de la entrevista grupal**

***UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL***

**MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO**

**TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN EN EDUCACIÓN**

#### **Guión entrevista grupal:**

Opinión de la asignatura, sus contenidos y de su profesor.

1.- ¿Qué les parece fácil o difícil?

2.- ¿Qué les parece la forma en que dan la clase sus profesores?

Estrategias de solución del cuestionario.

3.- ¿Cómo resolvieron la pregunta “n”?

4.- Explica cómo resolvieron la pregunta “n”

5.- ¿Por qué lo hiciste de esa forma?

6.- Diferencias entre números y figuras

7.- ¿Les parece útil este tipo de ejercicios?

### Anexo 3

#### Guión entrevista semiestructurada

*UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL*

**MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO**

**TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN EN EDUCACIÓN**

#### **I. Formación y perfil académico:**

Nivel académico:

Especialidad  Licenciatura  Maestría  Doctorado

1.- ¿Cuándo obtuvo el grado?

2.- En qué institución estudió

3.- ¿En qué año se graduó?

4.- ¿Cuántos años lleva como docente?

5.- ¿Cómo ingreso al servicio docente?

6.- ¿Qué cursos de actualización ha tomado en los últimos tres años?

7.- ¿Usted cree que lo que estudió en la Normal es suficiente para ejercer su profesión?

8.- ¿Qué opina de la oferta de actualización que existe actualmente?

9.- ¿A qué aspectos de la formación profesional deberían atender las opciones de actualización para que estas correspondan a su contexto laboral?

## **II. Conocimientos pedagógicos**

- 1.- Mencione cinco recursos didácticos que utiliza con sus alumnos.
- 2.- ¿Qué actividades le resultan una buena herramienta para apoyar su práctica docente?
- 3.- ¿Qué recursos didácticos y tecnológicos utiliza para apoyar su práctica docente?

## **III. Conocimientos pedagógicos de contenido y curriculares**

- 1.- ¿Cuáles son los contenidos matemáticos en educación primaria que se interconectan con el pensamiento algebraico en educación secundaria? Ejemplifique uno de esos contenidos.
  
- 2.- Mencione algunas de las actividades que usted utiliza en el salón de clases para interconectar tales contenidos y proporcione ejemplos.
  
- 3.- De acuerdo a los planes y programas de estudio, ¿qué contenidos se incluyen en el eje: sentido numérico y pensamiento algebraico? En su opinión, ¿cuáles los que le resultan más interesantes y por qué?
  
- 4.- Mencione los propósitos y aprendizajes esperados para la temática de pensamiento algebraico.
  
- 5.- Describa cómo se aborda el eje: sentido numérico y pensamiento algebraico dentro de los planes y programas de estudios de secundaria actuales.
  
- 6.- Mencione un ejemplo sobre la manera en que los procesos de generalización de los planes y programas de estudio en educación secundaria propician el pensamiento algebraico.



#### IV. Conocimiento sobre sus estudiantes

1.-Describa las principales dificultades que presentan sus alumnos con los procesos de generalización.

2.- Mencione qué relación existe entre los problemas que presentan sus alumnos con el álgebra y los conocimientos adquiridos en primaria.

En un cuestionario aplicado a estudiantes de segundo de secundaria se les dio la siguiente instrucción:

I. Completa las siguientes secuencias:

1.- 3 6 9 12 \_\_\_ 18 \_\_\_ \_\_\_

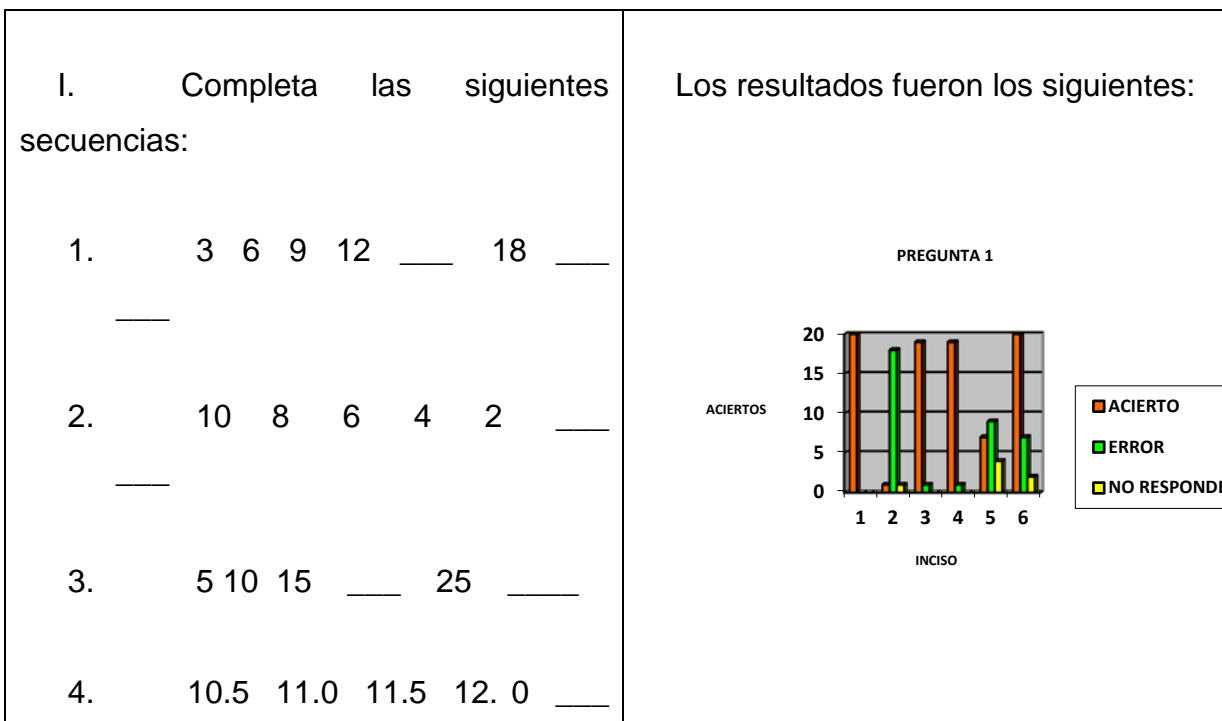
2.- 10 8 6 4 2 \_\_\_ \_\_\_

3.- 5 10 15 \_\_\_ 25 \_\_\_

4.- 10.5 11.0 11.5 12.0 \_\_\_ \_\_\_

5.- 3 9 27 \_\_\_ \_\_\_

6.- 2 4 8 \_\_\_ 32 \_\_\_



<p>5.        3 9 27    ___    ___</p> <p>6.        2 4 8    ___ 32    ___</p>	
---	--

<h3 style="text-align: center;">Ejemplo de respuesta 1</h3> <p style="text-align: center;">Cuestionario diagnostico</p> <p>Nombre: <i>Martinez Olvera Mariana</i>  Escuela: <i>Sec. Digno 1820 Jesus Mastache Roman</i>  Curso: _____ escuela: <i>Jesus Mastache Roman</i>  Hora de inicio: <i>5:55</i>      hora de término: _____</p> <p>Ocupa el espacio en cada pregunta para hacer tus anotaciones (no las borres). Buena suerte.</p> <p>I. Completa las siguientes secuencias</p> <p>1.    3 6 9 12 <u>15</u> 18 <u>21</u> <u>24</u></p> <p>2.    10 8 6 4 2 <u>0</u> <u>-1</u></p> <p>3.    5 10 15 <u>20</u> 25 <u>30</u></p> <p>4.    10.5 11.0 11.5 12.0 <u>12.5</u> <u>13.0</u></p> <p>5.    3 9 27 <u>81</u> <u>243</u></p> <p>6.    2 4 8 <u>16</u> 32 <u>64</u></p> <div style="margin-left: 200px;"> <math>3 \times 3 = 9 \times 3 = 27</math>  <math>27 \times 3 = 81</math>  <math>81 \times 3 = 243</math> </div> <p>II. Observa las siguientes figuras y dibuja las faltantes para completar la secuencia</p>	<h3 style="text-align: center;">Ejemplo de respuesta 2</h3> <p style="text-align: center;">Cuestionario diagnostico</p> <p>Nombre: <i>Martinez Hernandez Beatriz</i>  Escuela: <i>Jesus Mastache Roman</i>  Curso: _____ escuela: _____  Hora de inicio: <i>7:00</i>      hora de término: _____</p> <p>Ocupa el espacio en cada pregunta para hacer tus anotaciones (no las borres). Buena suerte.</p> <p>I. Completa las siguientes secuencias</p> <p>1.    3 6 9 12 <u>15</u> 18 <u>21</u> <u>24</u></p> <p>2.    10 8 6 4 2 <u>0</u> <u>-1</u></p> <p>3.    5 10 15 <u>20</u> 25 <u>30</u></p> <p>4.    10.5 11.0 11.5 12.0 <u>12.5</u> <u>13.0</u></p> <p>5.    3 9 27 <u>81</u> <u>243</u></p> <p>6.    2 4 8 <u>16</u> 32 <u>64</u></p> <p>II. Observa las siguientes figuras y dibuja las faltantes para completar la secuencia</p>
--	---

3.- ¿Qué opina respecto a los resultados observados?

## Tablas

**Tabla 1** Descripción del cuestionario inicial sobre procesos de generalización

Número de pregunta	Contenido matemático	Solicitud de la pregunta
1	Secuencia aritmética	Se solicita al estudiante completar secuencias aritméticas crecientes. Decreciente con números negativos. Creciente. Creciente con decimales. Geométrica. Geométrica.
2	Secuencia aritmética, secuencia geométrica en figuras.	Se solicita al estudiante completar secuencias con figuras. Se solicita al estudiante completar secuencia aritmética con figuras. Se solicita al estudiante completar secuencias aritméticas y geométricas con figuras.
3	Secuencia aritmética para lugar "n"	Se da una sucesión de números y se solicita al estudiante encontrar el lugar diez, el treinta y cuatro de la sucesión. Se solicita expresar cómo los encontró.
4 y 5	Variación conjunta	Se solicita al estudiante completar una secuencia de cuadrados y triangulares. Calcular cuántos puntos hay en la figura cuatro y cinco. Cómo se encontró el número de puntos para figura cuatro y cinco. Llenar una tabla con el número de figura, número de puntos por lado y número de puntos en la figura. Calcular el número de puntos para la figura diez. Explicar cómo se llegaría al resultado conociendo un lado.
6	Número específico	Se solicita al estudiante completar una tabla con el número de escaleras, cantidad de palillos y cantidad de cuadrados. Se pide la cantidad de palillos para la escalera 9 y para la escalera "n". Encontrar una regla para calcular la cantidad de palillos
7	Variable como número específico plantear y resolver funciones lineal	Establecer y resolver $x+x/3=1200$ . Establecer y resolver la ecuación $x + 5/2*x + 5/4*x = 114$ .

**Tabla 2** Descripción de las actividades y los recursos utilizados en la plataforma

Sesión	Recurso	Actividad	Producto	Propósito
1	<p>Texto: <i>Procesos de Generalización con Estudiantes de 1º y 2º de Secundaria de una Escuela pública del Distrito Federal: una Propuesta de Enseñanza.</i></p>	<p>Foro</p> <p>¿Qué son los procesos de generalización y como nos pueden apoyar para la clase de matemáticas?</p> <p>¿Es pertinente trabajar con los procesos de generalización dentro de los planes y programas de estudio actuales?</p> <p>¿Cuáles son las principales ventajas o impedimentos para trabajar con los procesos de generalización en el salón de clases?</p>	Transcripción de la discusión	Explorar sobre las percepciones de los profesores respecto a los procesos de generalización, su pertinencia con los planes y programas de estudio y las ventajas o impedimentos para poderlos trabajar en el salón de clases.
2	<p>Texto: respuestas al cuestionario sobre procesos de generalización</p> <p>Video: sobre las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución del cuestionario</p>	<p>Wiki</p> <p>Estrategias utilizadas por los alumnos para resolver el cuestionario.</p> <p>Dificultades que tienen los alumnos con este tipo de ejercicios.</p> <p>¿Cómo resolvería estas dificultades?</p>	Documento o colaborativo	Analizar las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución del cuestionario así como identificar sus principales problemas y proponer una forma de enfrentarlos.
3	Dos actividades en Excel	Tarea Realizar una secuencia didáctica, basándose en dos actividades en Excel.	Tarea enviada por medio de la plataforma al administrador.	Diseñar dos secuencias didácticas en base a las dos actividades anteriores utilizando Excel.

**Tabla 3** *Relación de actividades y recursos utilizados*

<b>Actividad</b>	<b>Recurso</b>
Foro	Texto en PDF sobre procesos de generalización
Wiki	Respuestas del cuestionario en formato PDF y video sobre las respuestas
Diseño de un plan de clase	Archivos en Excel

## Figuras



**Figura 1** Resolución a pregunta 1 del cuestionario sobre procesos de generalización.

VI.- Juan forma escaleras con palillos arreglados en cuadrados. Encuentra el número de palillos que utiliza y crea una tabla para mostrar tus resultados.

Escalera 1      Escalera 2      Escalera 3      Escalera 4

1. completa la siguiente tabla

Escalera	1	2	3	4	5	6
# palillos	4	10	15	20	25	30
# cuadrados	1	3	6	10	15	21

2. ¿Cuántos palillos hay en la escalera 9?

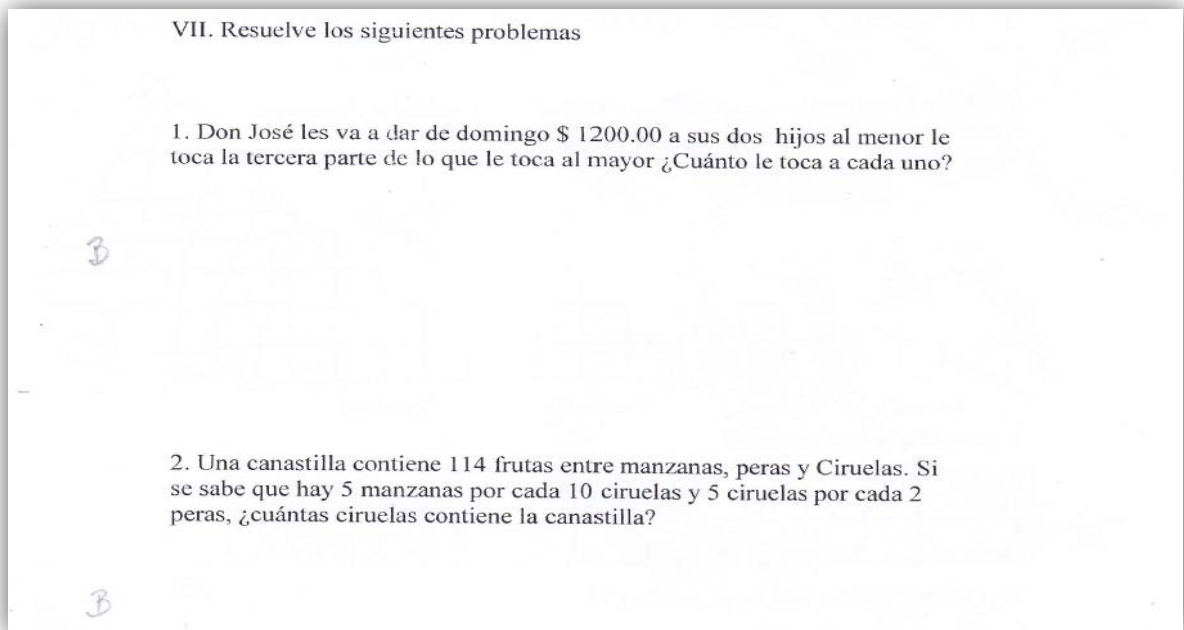
3. ¿Cuántos palillos hay en la escalera n?

*M*  $n$  palillos  
 $n-2$

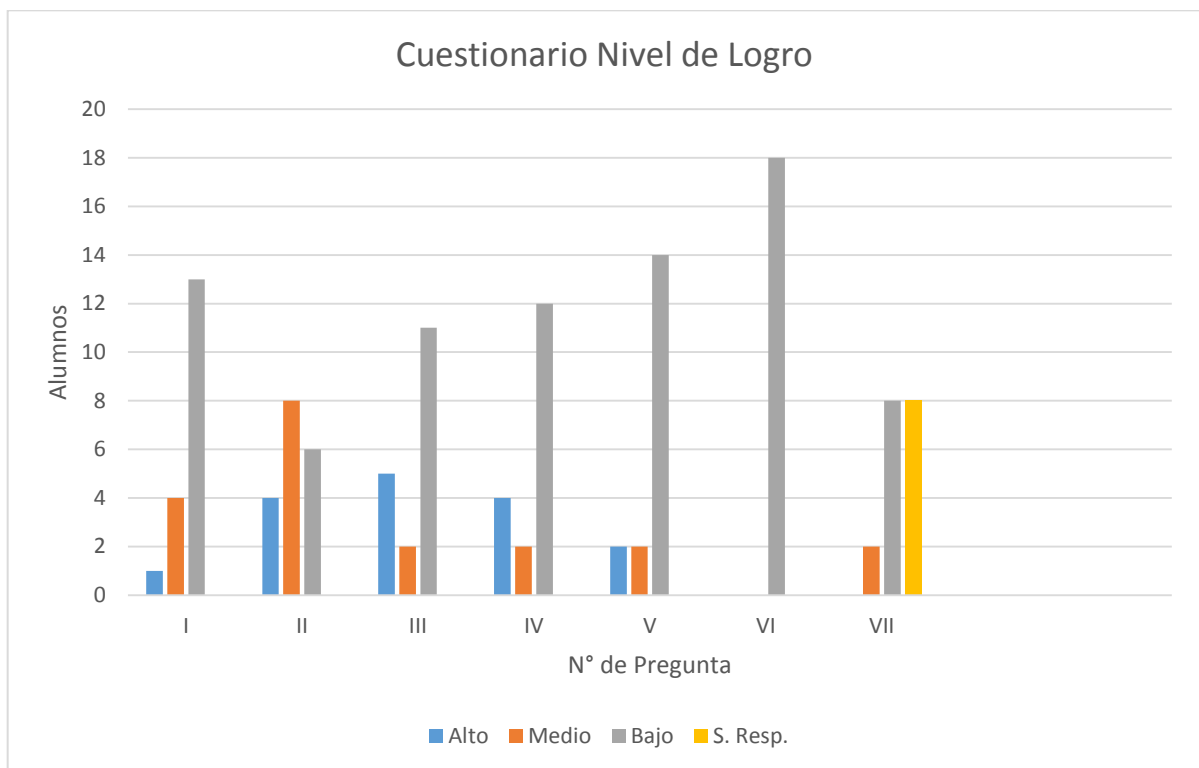
4. Escribe una regla o fórmula que te ayude a encontrar el número de palillos

*M*  $n-2$

**Figura 2** Solución a pregunta 6 del cuestionario sobre procesos de generalización.

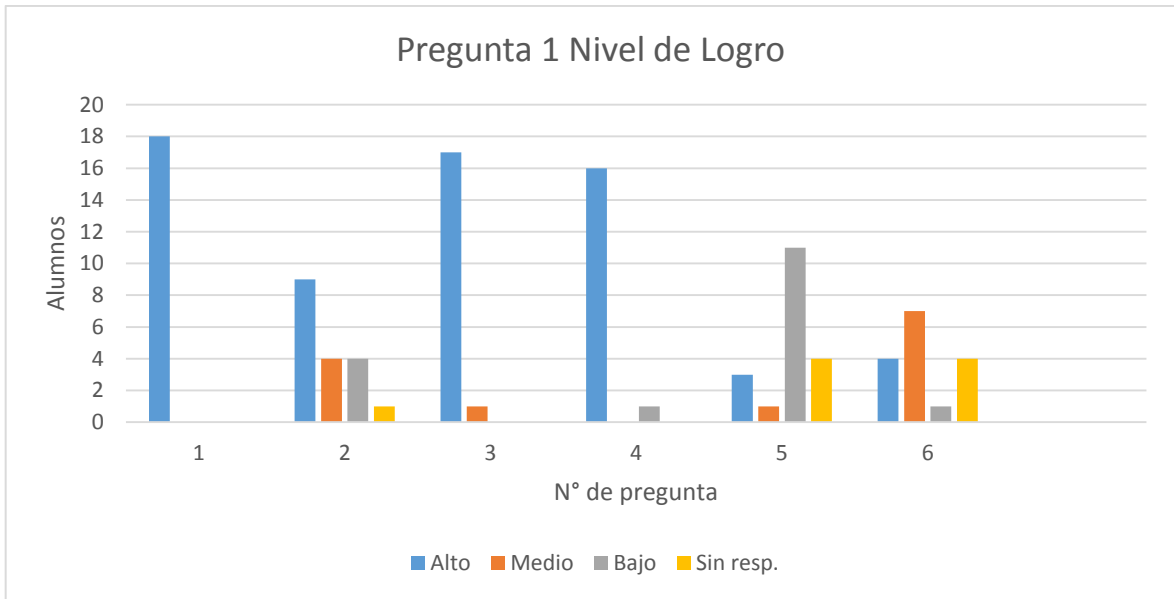


**Figura 3** Solución a pregunta 7 del cuestionario sobre procesos de generalización.

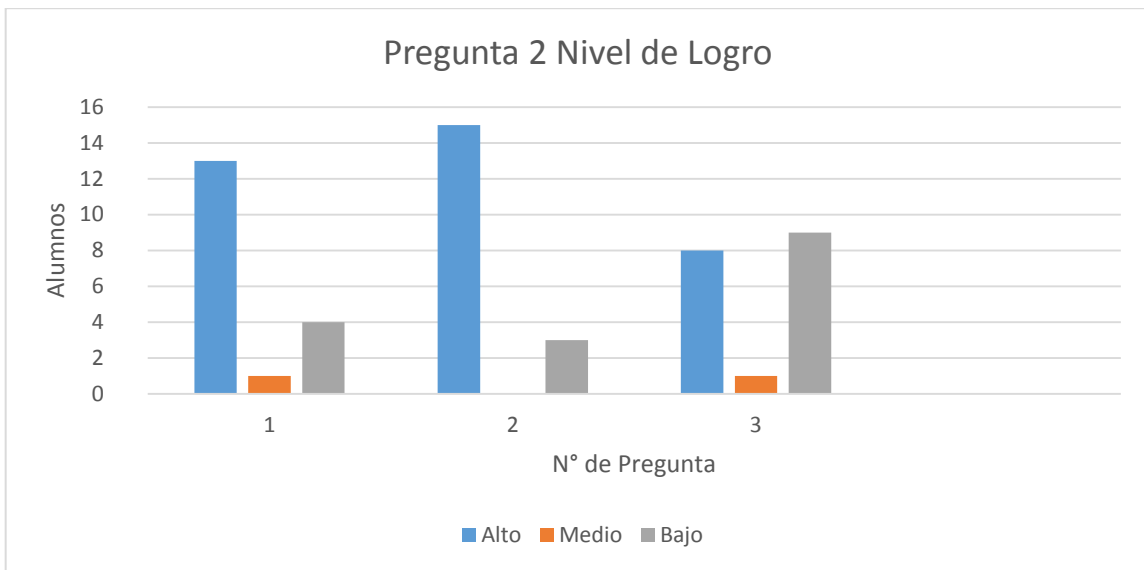


**Figura 4** Gráfica por nivel de logro para cada pregunta del cuestionario sobre procesos de generalización.

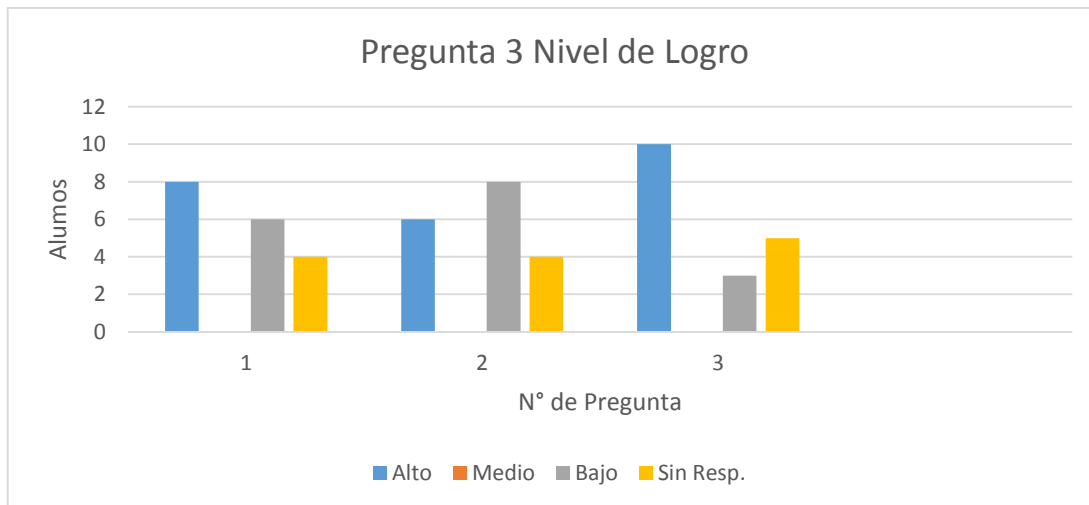




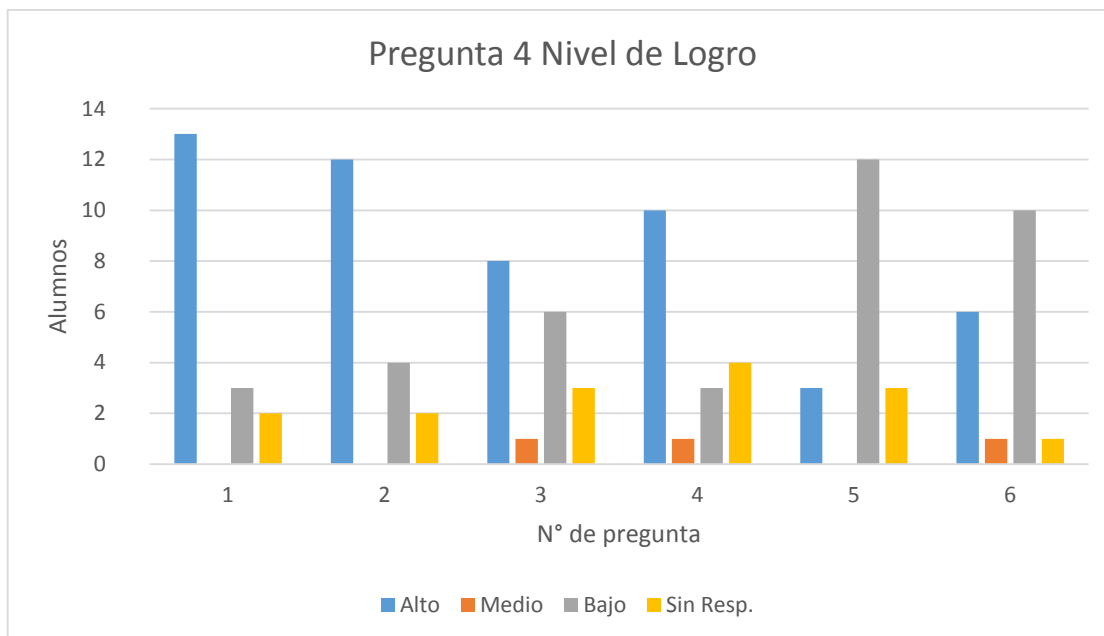
**Figura 5** Gráfica de la pregunta 1, clasificada por nivel de logro.



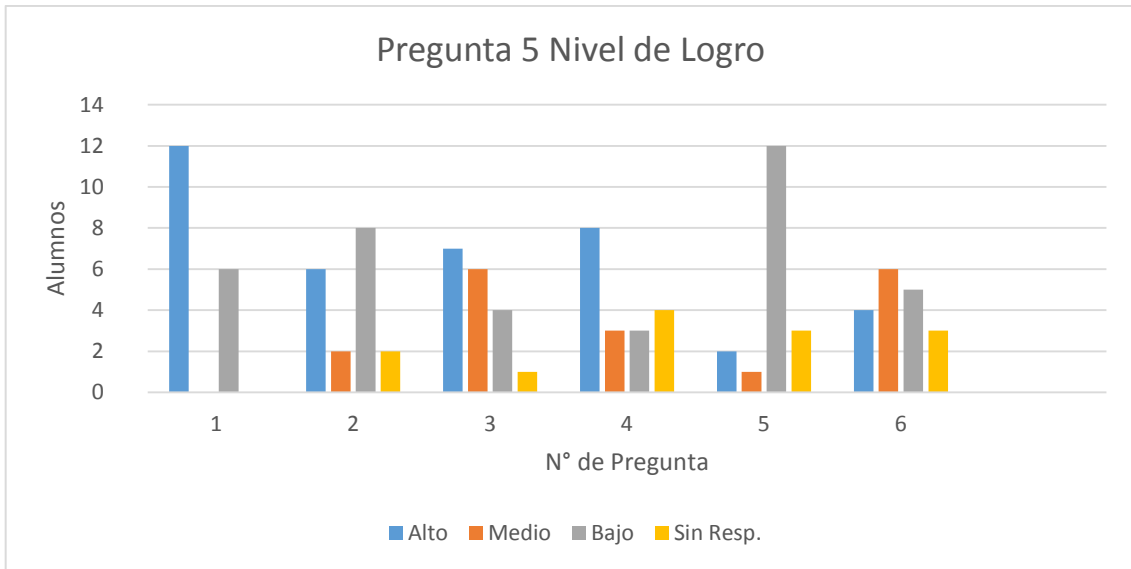
**Figura 6** Gráfica de la pregunta 2, clasificados por nivel de logro.



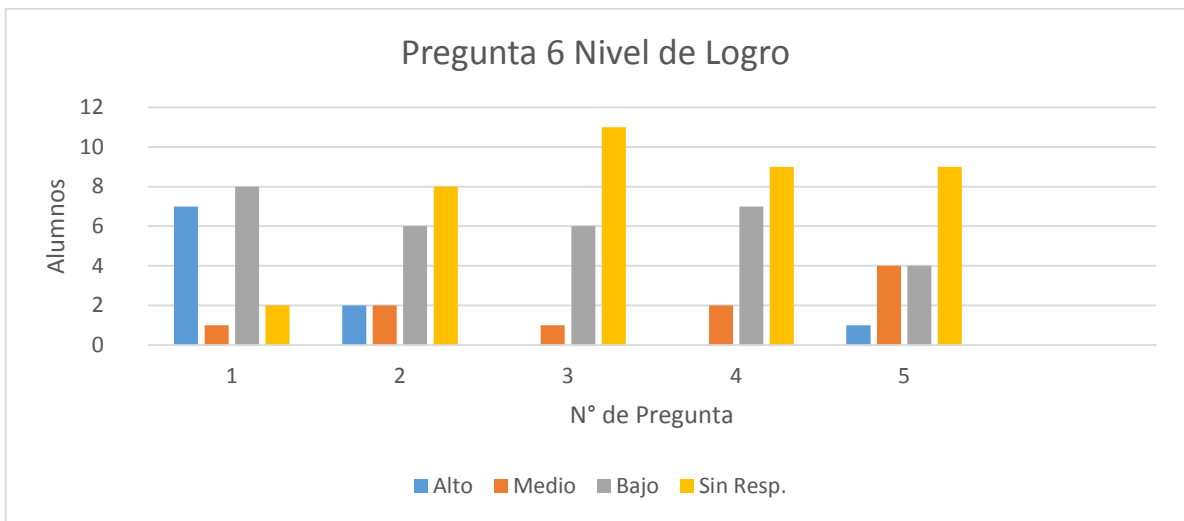
**Figura 7** Gráfica de la pregunta 3, clasificados por nivel de logro.



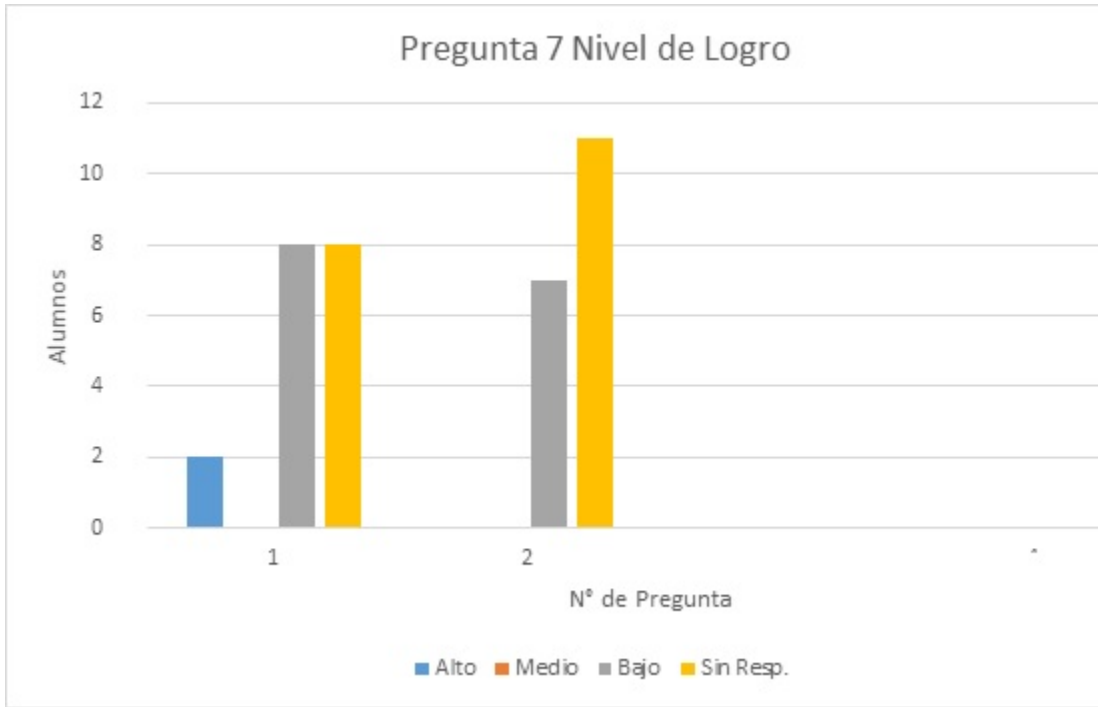
**Figura 8** Gráfica de la pregunta 4, clasificados por nivel de logro.



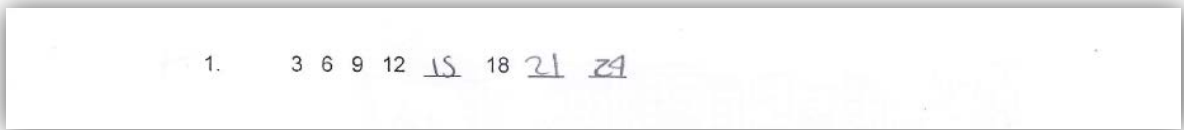
**Figura 9** Gráfica de la pregunta 5, clasificados por nivel de logro.



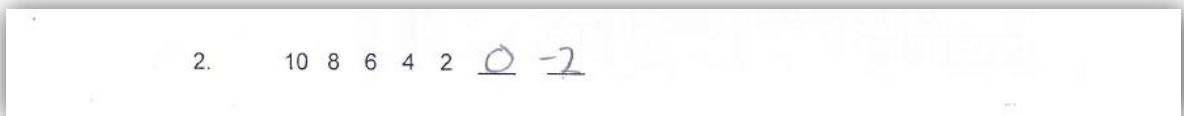
**Figura 10** Gráfica de la pregunta 6, clasificados por nivel de logro.



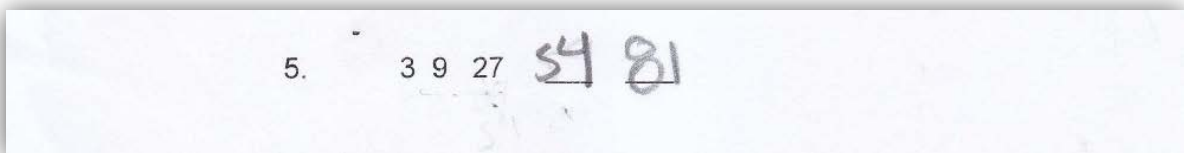
**Figura 11** Gráfica de la pregunta 7, clasificados por nivel de logro.



**Figura 12** Respuesta a la pregunta 1 del CPG.



**Figura 13** Respuesta a la pregunta 1.2 del CPG.



**Figura 14** Respuesta a la pregunta 1.5 del CPG.

6. 2 4 8 16 32 64

Figura 15 Respuesta a la pregunta 1.6 del CPG.

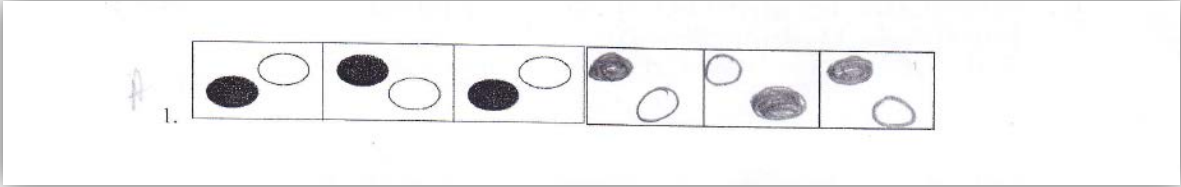


Figura 16 Respuesta a la pregunta 2.1 del CPG.

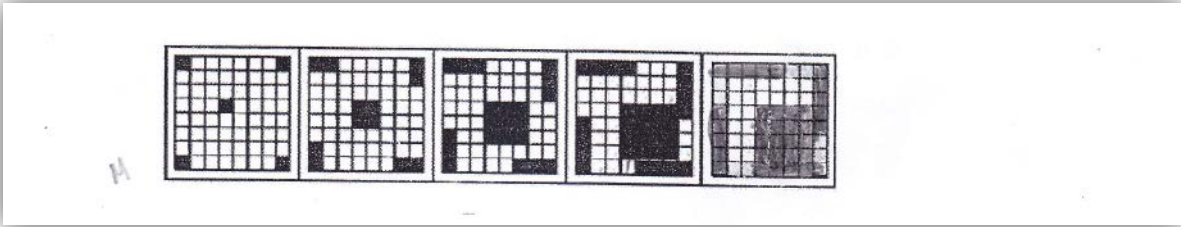


Figura 17 Respuesta a la pregunta 2.3 del CPG.

III. Observa la siguiente sucesión: 4, 9, 14, 19, 24... 29 34 39 44 49 54 59  
64 69 74 79 84 89 94 99 104 109 114 119 124  
129 134 139 144 149 154 159 164 169

¿Qué número ocupa el lugar 10 de la sucesión? 49

¿Qué número ocupa el lugar 34 de la sucesión? 169

Figura 18 Respuesta a la pregunta 3 del CPG.

IV. Completa las sucesiones de figuras, anota el número de puntos hay en cada figura

Fig.1      fig.2      fig.3      fig.4      fig.5

¿Cuántos puntos hay en la cuarta figura? 16      Fig.6.

¿Cómo encontraste el número de puntos para la figura 4 y 5?

A Por los lados

Ahora completa la siguiente tabla

Figura 19 Respuesta a la pregunta 4 del CPG.

V. Completa las sucesiones de figuras, anota el número de puntos hay en cada figura

Fig.1    fig.2    fig.3    fig.4    fig.5    fig.6

¿Cuántos puntos hay en la cuarta y sexta figura?

M 4-9    6-21

¿Cómo encontraste el número de puntos para la figura 6?

M por los lados

Figura 20 Respuesta a la pregunta 5 inciso 1, 2 y 3 del CPG.

VI.- Juan forma escaleras con palillos arreglados en cuadrados. Encuentra el número de palillos que utiliza y crea una tabla para mostrar tus resultados.

Escalera 1      Escalera 2      Escalera 3      Escalera 4

Figura 21 Respuesta a la pregunta 6 del CPG.

VII. Resuelve los siguientes problemas

1. Don José les va a dar de domingo \$ 1200.00 a sus dos hijos al menor le toca la tercera parte de lo que le toca al mayor ¿Cuánto le toca a cada uno?

$$3 \overline{)1200.00}$$
 Menor: 400  
 Mayor: 800

2. Una canastilla contiene 114 frutas entre manzanas, peras y Ciruelas. Si se sabe que hay 5 manzanas por cada 10 ciruelas y 5 ciruelas por cada 2 peras, ¿cuántas ciruelas contiene la canastilla?

$$5m = 10c \rightarrow 2119$$

$$5c = 2p \rightarrow 7$$

Figura 22 Respuesta a la pregunta 7 del CPG.

profesorluna.milaulas.com

Estudia Online con Beca

Beca hasta 60%. En tu tiempo libre, en cualquier lugar. Qué esperas?

NAVEGACIÓN

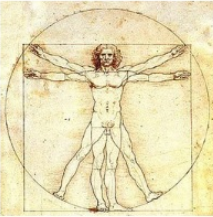
- Página Principal
- ▶ Páginas del sitio
- ▶ Cursos

Escuelas De Psicología

Estudia la licenciatura en psicología, contáctanos e inscribete

Alojado en milaulas.com

La historia es la única rama del conocimiento que nos puede decir qué fuimos en el pasado, qué somos en el presente y qué seremos en el futuro.



Cursos disponibles

- HISTORIA DE MÉXICO**  
El programa de Historia II abarca de las culturas prehispánicas al México de nuestros días.
- DESARROLLO PROFESIONAL. SECUNDARIA 230**  
En este sitio encontraras los materiales que ayudaran a facilitar tu labor docente, durante el ciclo 2012-2013
- ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN**  
SE PRETENDE MOSTRAR AL PROFESOR DE SECUNDARIA COMO LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN SON UNA RUTA DE ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO.

En este momento está usando el acceso para invitados (Entrar)

moodle

Figura 23 Página de inicio del sitio <http://profesorluna.milaulas.com>

**ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN**

Página Principal > Cursos > ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO > 25 de agosto - 31 de agosto > Foro sobre: Procesos de Generalización

**Plataforma Moodle**  
Diseño e implementación de cursos Plataforma Moodle, ¡Empieza Ya!

**Foro sobre: Procesos de Generalización**

Averiguar el grado de relación que tiene los profesores respecto de tomar los procesos de generalización como ruta de acceso al pensamiento algebraico.

Tema	Comenzado por	Rélicas
¿Cuáles son las principales ventajas o impedimentos para trabajar con los procesos de generalización en el salón de clases?	Juan Luis Luna Díaz	2
¿Es pertinente trabajar con los Procesos de generalización dentro de los planes y programas de estudio actuales?	Juan Luis Luna Díaz	2
¿Que son los Procesos de generalización y como nos pueden apoyar para la clase de matemáticas?	Juan Luis Luna Díaz	2

**NAVEGACIÓN**

- Página Principal
- Páginas del sitio
- Curso actual
  - ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO
    - Participantes
    - General
    - 11 de agosto - 17 de agosto
    - 18 de agosto - 24 de agosto
    - 25 de agosto - 31 de agosto
    - PROCESOS DE GENERALIZACIÓN CON ESTUDIANTES DE SECU...
    - Foro sobre: Procesos de Generalización
      - 1 de septiembre - 7 de septiembre
      - 8 de septiembre - 14 de septiembre
      - 15 de septiembre - 21 de septiembre
      - 22 de septiembre - 28 de septiembre
      - 29 de septiembre - 5 de octubre
      - 6 de octubre - 12 de octubre
      - 13 de octubre - 19 de octubre
      - 20 de octubre - 26 de octubre
      - 27 de octubre - 2 de noviembre
  - Cursos

Figura 24 Foro sobre procesos de generalización.

**ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN**

Página Principal > Cursos > ACCESO AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO > 22 de septiembre - 28 de septiembre > wiki sobre Estrategias de solución > Estrategias utilizadas por los alumnos > Ver

**Especialidad Psicología**  
Otnén las Mejores Prácticas con Reconocimiento y Valor Profesional

**wiki sobre Estrategias de solución**

¿Qué opinas de las estrategias utilizadas por los alumnos en la solución del cuestionario?

¿crees que están cerca de adquirir pensamientos algebraicos?

Ver Historia Mapa Ficheros

**Estrategias utilizadas por los alumnos**

¿Qué estrategias utilizan los alumnos para resolver el cuestionario?

Puede observar que la mayoría de los alumnos tuvieron problemas para determinar cuando se les preguntaba por el valor de un lugar  $n$  en la sucesión, cuando se trataba de buscar un valor pequeño, muchos recomieron a esquemas o dibujos para obtener la respuesta, otros lo aplicaban por lógica. Realmente muy pocos consideraban aplicar algún tipo de fórmula matemática para determinar el valor, algunos incluso se apoyaban en la calculadora para obtener sus resultados, cosa que sin embargo no fue de mucha ayuda porque algunas veces el uso de la calculadora les daba resultados erróneos.

¿Qué dificultades tienen los alumnos con este tipo de ejercicios?

Considero que la mayor dificultad es que les cuesta mucho trabajo generalizar, para ellos es más fácil encontrar valores pequeños porque lo imaginan o lo sacan por lógica, pero cuando se les pide encontrar un valor mayor es cuando tienen problemas, pues no logran establecer una fórmula para obtener los valores que buscan. Pude observar que muchos alumnos al hacer sus dibujos, luego un momento en que incluso ellos mismos empezaban a perderse entre la cantidad de elementos que usaban y el lugar del valor que se les está solicitando.

¿Cómo resolverías estas dificultades?

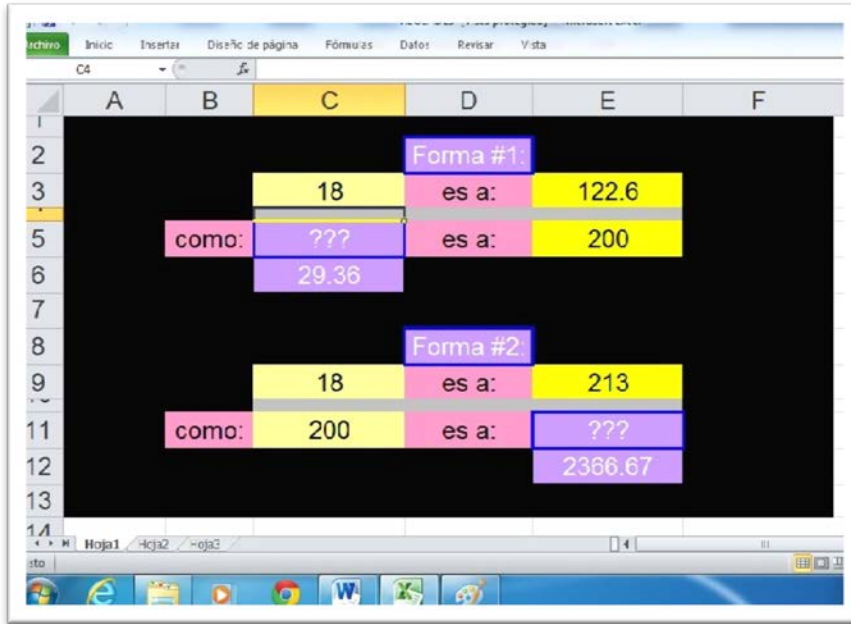
Creo que lo conveniente es mostrarles cómo generalizar en situaciones que se les facilite, algunos de los ejercicios del cuestionario permiten elaborar una fórmula sencilla para encontrar los valores que se solicitan. Sin embargo, considero que el proceso de generalización es difícil de aplicar para muchos de los alumnos, ya que en las matemáticas la mayoría de los alumnos se basa en un proceso técnico, no reflexionan sobre los resultados que han obtenido en ejercicios o problemas. Por ello, considero que la forma de resolverlo es fomentando en el alumno el pensamiento reflexivo respecto a los resultados obtenidos en ejercicios o problemas.

**Plataforma Moodle**  
Instalación, hosting y capacitación utiliza la plataforma Moodle YA

Marcas:

Figura 25 Actividad wiki sobre estrategias de solución.





**Figura 26** Actividad: regla de tres en EXCEL.

		Forma #2:		
		1	es a:	20
como:	8		es a:	???
				160.00

**Figura 27** Actividad: regla de tres en EXCEL propuesta por el profesor.