

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
SECRETARÍA ADÉMICA

**LA ARTICULACIÓN DE LA EXPERIENCIA
CON MATERIALES CONCRETOS Y VIRTUALES:**

**El caso de la noción de ángulo
en alumnos de sexto grado de
educación primaria.**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRA EN DESARROLLO
EDUCATIVO EN LA LÍNEA
DE ESPECIALIZACIÓN EDUCACION
MATEMÁTICA.**

PRESENTA

JUANA YOLANDA ORTEGA QUINTANAR

DIRECTORA DE TESIS: DRA VERONICA HOYOS AGUILAR

México D. F., Marzo de 2006

INDICE

Introducción

Capítulo I

- 1.1 Antecedentes de la investigación propuesta
- 1.2 Planteamiento del problema
- 1.3 Propósitos generales de la investigación.
- 1.4 Propósitos específicos.
- 1.5 Interrogantes de la investigación.
- 1.6 Metodología.
 - 1.6.1 Sujetos de la investigación
 - 1.6.2 Técnicas.
- 1.7 Cronograma de las diferentes fases de la investigación.
 - 1.7.1 Las actividades específicas.
- 1.8 Justificación educativa de la investigación.

Capítulo II

Marco Teórico de la investigación propuesta

- 2.1 La utilización de computadoras en la clase de matemáticas.
- 2.2 Acerca del uso de materiales concretos para el aprendizaje de la geometría
- 2.3 El uso de materiales virtuales específicos.
 - 2.3.1. El programa Logo
 - 2.3.2 El programa Cabri-Géometre II.
- 2.4 Enseñanza y aprendizaje de la geometría.
- 2.5 Sobre la concepción de la noción de ángulo.
- 2.6 Acerca de la resolución de problemas.

Capítulo III

Análisis de los resultados del cuestionario diagnóstico

- 3.1 Localización de ángulos
- 3.2 Trazo de ángulos.
- 3.3 Grados y dirección de giros
- 3.4 Medidas de ángulos.
- 3.5 Medidas perdidas en triángulo recto y cuadrilátero.
- 3.6 Medidas perdidas en el paralelogramo
- 3.7 Problemas
 - 3.7.1 Problema de "E l barco"
 - 3.7.2 La parte que le falta al marco
- 3.9 Comparación de ángulos,

Capítulo IV

Análisis de las ejecuciones de los estudiantes al resolver las primeras secuencias con el Software Logo

- 4.1 Una introducción al programa Logo Quest
- 4.2 Actividades de dibujo de figuras: Enseñando a la tortuga
- 4.3 Actividades de medición de distancias y ángulos

Capítulo V

Análisis del uso de otros materiales concretos

- 5.1 Actividades usando reloj de manecillas, transportador, lápiz y papel
(Comparación de la medida de los ángulos con materiales concretos)

Capítulo VI

Análisis de las ejecuciones de los estudiantes en torno de la medición de ángulos con el Software CABRIII

6.1 Actividades de Medición de ángulos con el software Cabri-Géometrell

Capítulo VII

Análisis de los resultados en torno de la solución de problemas

7.1 Última actividad de resolución de problemas usando Logo

Conclusiones

Bibliografía

Anexo 1 Secuencias de trabajo. Ejemplos de las respuestas de los Alumnos.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo de tesis se presenta un estudio exploratorio que se llevó a cabo en una escuela primaria pública con alumnos de sexto grado (11 años de edad), en torno al aprendizaje de las nociones de ángulo y giro. En particular se da cuenta de las dificultades que encontraron los alumnos de este nivel educativo en su identificación y medición, y de cómo, a través de sugerencias didácticas específicas, éstas se rebasaron.

Se hace énfasis en los resultados de la instrumentación de secuencias de trabajo con los estudiantes, en donde se enfocó a la utilización de diversos materiales concretos, algunos clásicos como lápiz, regla, transportador, otros que fueron concebidos para rebasar dificultades específicas, como la utilización de un reloj de cartoncillo con la manecilla de los minutos movibles y la otra fija, y dos medios ambientes informáticos de aprendizaje, Logo y Cabri-Géometre II.

Específicamente, las actividades con los materiales se basaron en la manipulación, exploración y medición guiadas por hojas de trabajo que los estudiantes completaban, tan pronto como resolvían las tareas que ahí se les planteaban. En este contexto, una de las principales observaciones que se obtuvieron fue que los estudiantes rebasaron dificultades relacionadas con la determinación de la dirección de los giros y la medición de ángulos mayores que 180° .

Estas dificultades aparecieron durante la resolución de algunos problemas de geometría que son de carácter práctico, en donde importó la medición de los ángulos y la determinación de los giros para llegar a una solución adecuada a las situaciones planteadas.

Este trabajo de tesis se encuentra estructurado en ocho capítulos además

de las referencias bibliográficas y un anexo donde se presentan algunos ejemplos de las respuestas de los alumnos a las secuencias que aquí se instrumentaron.

En el capítulo I se presentan algunas investigaciones en torno del aprendizaje de los ángulos y giros, las cuales son antecedentes de la presente exploración. Se revisan algunas de las contribuciones que al respecto han hecho investigadores que son notables en el campo de la educación matemática. También se plantean el problema que se aborda en esta tesis, los propósitos generales y específicos, y las interrogantes de la presente exploración. Aquí también se expone, de manera breve, la metodología que se siguió en este trabajo. En particular, se describe quienes fueron los sujetos participantes, se muestra el cronograma de las diferentes fases de la investigación, y se muestran las hojas de trabajo que guiaron la actividad de los estudiantes. Este capítulo se cierra con una sección en donde se tratan de enmarcar las posibles aportaciones educativas de este trabajo.

El capítulo II aborda el marco teórico que subyace en la indagación didáctica que aquí se realizó. Comienza enfocando a la utilización de las computadoras en la clase de matemáticas ya su relación con el uso de materiales concretos para el aprendizaje de la geometría. Específicamente interesó la utilización de los medios ambientes informáticos de aprendizaje Logo y Cabri-Géometre II

De manera sintética se puede decir que en este trabajo se emplearon una diversidad de materiales con el objeto de ir rebasando las dificultades que los estudiantes mostraron a medida que avanzaban en la resolución de problemas en torno de los ángulos y giros.

En el capítulo III se presenta el análisis de los resultados de la aplicación de un cuestionario diagnóstico que se basó en el reconocimiento, la medición y la resolución de problemas sobre las nociones de nuestro interés. El cuestionario se

aplicó a todos los estudiantes de sexto grado de la escuela primaria donde se efectuó el trabajo de campo. de esta indagación, y sus resultados fueron la base para instrumentar toda una serie de actividades de exploración que comenzó con la utilización del medio ambiente de geometría dinámico (SGD) llamado Logo.

En el capítulo IV se describen las secuencias de trabajo que se elaboraron para los estudiantes, a partir de la exploración y manipulación del software Logo. Tales secuencias constituyeron una introducción al uso del software Logo, en particular para hacer dibujos de figuras simples, lo que, aparte de que resultó ser una experiencia que agradó a los alumnos, mostró que las actividades de dibujo simple se convierten en actividades matemáticas complejas para los alumnos de este nivel educativo (sexto grado), pues sucede que para llevarlas a cabo en Logo, los alumnos tienen que darle instrucciones a una "tortuga" o guía del trazado, la cual aparece en el centro de la pantalla de la computadora.

En otras palabras, en Logo los estudiantes no hacen los dibujos directamente sobre la pantalla, como sucede, por ejemplo, con el software Paintbrush de Microsoft; sino que en Logo los dibujos tienen que realizarse a través de indicaciones que se le dan a la tortuga para que proceda, ya sea avanzando, retrocediendo o girando, y dejando la huella de lo que va realizando.

En el capítulo V se exponen los resultados del análisis del uso de otros materiales concretos, unos clásicos, como son el transportador, lápiz y papel; y otros que no lo son tanto, como un reloj de manecillas de cartón con una de las manecillas fija, materiales que en particular sirvieron para que los estudiantes avanzaran en la medición y comparación de medidas de distintos tipos de ángulos.

En el capítulo VI se presentan los resultados del análisis de las ejecuciones de los estudiantes en torno de la secuencia sobre medición de ángulos con el software Cabri-Géometre. La idea de utilizar adicionalmente este otro SGD, además del Logo, surgió ante las necesidades que mostraron los estudiantes no

obstante que ya habían pasado por las experiencias de manipulación y de exploración que se describen en los capítulos IV y V -de rebasar dificultades todavía relacionadas con la determinación de la dirección de los giros y la medición de ángulos mayores que 180° . Aquí entró en juego la hipótesis de que Cabri-11 probablemente serviría como una herramienta complementaria de indagación sobre el aprendizaje de la noción de ángulo.

En el capítulo VII se aborda el análisis de lo que los estudiantes hicieron nuevamente en torno a la solución de los problemas de geometría del cuestionario diagnóstico, pero ahora en el contexto de utilización del SGD, Logo.

En el capítulo VIII se presentan las conclusiones del estudio realizado, así como una discusión de los logros del orden propuesto en la secuenciación del trabajo con los estudiantes.

Las últimas páginas de esta tesis se dedican al listado de referencias bibliográficas ya un anexo, en donde se incluyen ejemplos de las resoluciones que dieron los alumnos que participaron en esta exploración a las diferentes hojas de trabajo que se les plantearon.

CAPITULO I

1.1 Antecedentes de la investigación

Clements y Battista junto con Sarama (2001) llevaron a cabo un proyecto de investigación de grandes dimensiones en torno del uso de LOGO para el aprendizaje de la geometría propuesta en los grados escolares K-6. Según estos autores, " los niños...no pueden alterar el procedimiento del dibujo de ninguna manera sustantiva (Karmiloff-Smith, 1990), mucho menos conscientemente reflexionar sobre él. Sin embargo, en la creación de un procedimiento para dibujar una figura en Logo, los estudiantes deben analizar los aspectos visuales de la figura y sus movimientos para dibujarlo, lo que les demanda reflexionar en cómo poner juntas las componentes [del dibujo]." (Clements, Battista & Sarama, 2001, pp.142)¹

Esta observación de los autores es de importancia en el diseño de tareas matemáticas que son significativas para los alumnos del nivel educativo de nuestro interés (sexto año de primaria). Se puede observar que de hecho, las tareas de dibujos simples, como la de dibujar un pino o una casita, se vuelven tareas matemáticas complejas para el niño a la hora en que, para lograr una reproducción de un dibujo, él tiene que dar una descripción aun tercero acerca de todos los movimientos a realizar, incorporando los aspectos visuales sustantivos de la figura, como son las medidas de los ángulos y los sentidos de los giros.

Precisamente, este cambio sustantivo en la tareas simples de dibujo se logra con la utilización del medio ambiente informático de aprendizaje llamado Logo. La elaboración de la misma tarea ahora en la pantalla de Logo, promueve la

¹ El texto original del párrafo que se cita, está en inglés: "children... cannot alter the drawing procedure in any substantive manner (Karmiloff-Smith, 1990), much less consciously reflect on it. In creating a logo procedure to draw the figure, however, students must analyze the visual aspects of the figure and their

reflexión de los pequeños en las propiedades geométricas de las figuras, los lleva a que fijen su percepción en algo más que las formas. Estas características de Logo son las que llevaron a su elección para la realización del trabajo de tesis que aquí se presenta.

Por otro lado, Clements y Burns (2000) realizaron un estudio con un grupo de estudiantes más pequeños de cuarto grado (10 años) que los que fueron identificados por los maestros en el salón de clases porque tenían mejores habilidades en matemáticas y por ser más participativos en el desarrollo de estrategias para resolver cuáles eran los giros y la medida de ángulos donde obtuvieron aprendizajes básicos de los giros.

Estos autores buscaron probar por el método de observación y microgenético sus hipótesis con respecto a las estrategias e la dirección correcta de giro ya su medición.

Ellos sintetizaron e integraron dos esquemas, giros con movimientos del cuerpo y giros con número. El análisis reveló que los estudiantes gradualmente reemplazan rotaciones de sus cuerpos con rotaciones más pequeñas de brazo, mano, o dedo. (Clements y Burns, 2000, p. 31).

También se encontró otro estudio llevado a cabo por Magina y Hoyles (1991) en el que describen el diseño de un plan de estudio específico para desarrollar un mapa para que los alumnos adquieran el concepto de ángulo en una variedad de situaciones y bajo condiciones diferentes (p.358).

El trabajo de Magina y Hoyles (1991) se basó en respuestas de niños de 6 a 15 años de edad de cuatro grupos.

movements in drawing it, thus requiring them to reflect on how the components are put together." (Clements, Battista & Sarama, 2001, pp.142).

Las autoras combinaron un acercamiento contextual con una posición constructivista en base a tres preguntas.

1.- Desde el punto de vista del desarrollo cognoscitivo ¿cómo adquieren los niños el concepto de ángulo?

2.- ¿Cómo se da cuenta un niño de la existencia de un ángulo dentro de escenarios diferentes?

3.- ¿Cómo entiende el niño el concepto de ángulo en los diferentes escenarios?

En este trabajo de tesis también se retoma este estudio de Magina y Hoyles (1991). En particular aquí interesó documentar el trabajo de los niños con los ángulos en tres escenarios distintos: usando Logo, materiales tradicionales (papel, lápiz y transportador), material de cartón manipulable, y otro software de geometría dinámico (SGD), Cabri-Géometre II.

La necesidad del trabajo de los niños en diferentes escenarios o contextos para su actividad, fue señalada por Piaget (1971), quien menciona que los objetos sólo pueden ser conocidos por una serie de aproximaciones sucesivas construidas a través de actividades.

En este trabajo de tesis también se retoma este estudio de Magina y Hoyles (1991) son la construcción de cinco juegos interrelacionados entre sí con escenarios llamados perspectivas, contextos, escenarios, arenas y actividades.

La perspectiva se refiere a las dos maneras en que se puede entender un ángulo, la estática y la dinámica.

Después de haber realizado su estudio, distinguieron tres momentos

diferentes de pensamiento acerca 'del ángulo que son: reconocimiento, acción y articulación.

En el reconocimiento se perciben similitudes y diferencias de figuras tomando en cuenta los ángulos.

Se llama acción ala construcción de una figura considerando los ángulos. Las acciones tienen dos aspectos muy importantes que son la construcción y la predicción.

1.2 Planteamiento del Problema

Numerosos estudios [Beaton et al, 1996, Carpintero, et al, 1980; Fey et al, 1984; Kouba et al del (et)., 1988; Stevenson, Abrigo y Stigler, 1986; Stigler, Abrigo, y Stevenson, (1990) informan sobre el "fracaso que tienen los estudiantes al aprender loS conceptos geométricos básicos", citado en Clements y Burns (2000) sobre todo en problemas de resolución geométrica.

Los mismos autores mencionan que esta ejecución pobre se debe, en parte, al plan de estudios elemental actualmente presente en la geometría escolar que no facilita a los estudiantes la progresión de intuiciones básicas y conceptos simples que les permita llegar aun nivel de la geometría más elevado con el fin de utilizarla para pensar.

En Estados Unidos se llevó a cabo un estudio de geometría con el poyo de Logo, con alumnos de kindergarden hasta sexto grado de primaria. El proyecto estuvo apoyado por la Fundación Nacional de la Ciencia con un financiamiento especial para desarrollar "Materiales para la instrucción de las Matemáticas escolares en la Escuela elemental", enfatizando el uso de tecnología.

Con base en ese estudio se inicia la presente investigación, ahora con alumnos de sexto grado de primaria en una escuela pública en la ciudad de México.

Es necesario que los alumnos construyan la noción de ángulo pues, de acuerdo con estos mismos autores "las nociones espaciales son necesarias para la interpretación, comprensión y la apreciación de nuestro mundo geométrico" (NCTM 1989, p. 48).

1.3 Propósitos generales de la investigación

- Detectar las dificultades de los estudiantes de sexto grado de primaria en la resolución de problemas relacionados con ángulos y giros.
- Realizar un estudio exploratorio acerca de la comprensión de la noción de ángulo que alcanzan los alumnos, de sexto grado de primaria, al participar en una serie de actividades que involucran el uso de materiales concretos y materiales virtuales.
- Ver de qué manera influye en el aprendizaje de los alumnos la manipulación de nuevas tecnologías en particular el uso del software Logo y Cabri- Géometre II, combinadas con el uso de materiales concretos.
- Conocer que tanto se les facilita la resolución de problemas que involucran a la noción de ángulo después de haber trabajado con estos materiales.
- Hacer más interesante y formativo el aprendizaje de la noción de ángulo, para los alumnos de sexto de primaria incorporando la manipulación de materiales concretos y materiales virtuales.

1.4 Propósitos específicos.

Saber que tanto conocen los alumnos de sexto grado de primaria sobre la noción de ángulo, cuando inicia al ciclo escolar y después de haber cursado el quinto grado.

Explorar la factibilidad del uso de nuevas tecnologías y de materiales concretos, en el aprendizaje de la noción de ángulo. Implementar una serie de actividades que posibiliten la resolución de problemas que contengan la noción de ángulo.

1.5 Interrogantes de la investigación

¿Qué saben y que no saben los alumnos de sexto grado de educación primaria acerca del ángulo?

¿Qué tanto puede apoyar el uso de materiales concretos y virtuales el aprendizaje de la noción de ángulo?

¿Qué bondades y limitaciones encuentran los alumnos en los software de Logo y Cabri -Géometre II al utilizarlos en la enseñanza de ángulos?

Después de realizar una serie de actividades con los alumnos en torno de la exploración y el uso de materiales concretos y virtuales, ¿que tan capacitados estarán para resolver problemas que involucran a estas nociones?

1.6 Metodología

La investigación que sustenta a esta tesis se realizó en una escuela primaria del Distrito Federal. Se recabaron datos con base en técnicas derivadas de la psicología y la antropología, como son los cuestionarios y la realización de

una serie de actividades en la computadora. Participaron los alumnos de sexto grado, en el aula de medios y en la biblioteca, y se trabajó con materiales concretos como son: papel (cuestionario), lápiz, transportador y un reloj de manecillas movibles.

1.6.1 Sujetos de la investigación

La población en esta investigación estuvo constituida por 70 alumnos de sexto grado de una escuela primaria diurna matutina ubicada al sur de la ciudad de México.

En la exploración que se realizó se abarcó la materia de matemáticas, en específico la Geometría, en la que en particular se trabajó el conocimiento de los ángulos.

Las técnicas de recolección de datos se organizaron en ocho fases a partir de las cuales se pudo recabar información específica la cual se recolectó y analizó principalmente en base a las técnicas que a continuación se indican.

1.6.2 Técnicas

La primera técnica que se utilizó es la de aplicar un cuestionario diagnóstico con nueve reactivos a los alumnos de sexto grado de primaria que se utilizó en Estados Unidos por un grupo de investigadores.

La segunda técnica se constituyó por la aplicación de seis cuestionarios a resolver relacionados todos y cada uno de ellos con el tema del ángulo en específico trabajado justamente con materiales concretos, como un reloj, un transportador, lápiz y goma.

También se trabajó con materiales virtuales utilizando las computadoras de

la sala de medios informáticos de la escuela primaria "Cuicuilco" específicamente los software de Logo y Cabri-Géometre II.

Se seleccionaron a ocho alumnos, cuatro de sexto "A" y 4 del sexto "8" tomando en cuenta el trabajo de las primeras cuatro fases. En particular se trabajó con dos niñas y dos niños de cada grupo.

Para las cuatro fases siguientes, el análisis se apoyó en el trabajo escrito realizado por los alumnos con base en la manipulación de materiales concretos y la exploración de materiales virtuales instalados en las computadoras en el aula de medios de la escuela primaria.

La propuesta específica de trabajo se llevó a cabo en las primeras cuatro fases con dos grupos completos de quinto y de sexto grado. Una vez analizados los trabajos se procedió a elegir una muestra de ocho alumnos de sexto grado, la cual nos permitió obtener información acerca de la importancia de trabajar en las aulas con el apoyo de materiales concretos y reafirmar los aprendizajes con materiales virtuales, ya que los alumnos llegaron a obtener mejores resultados en cuanto al aprendizaje de los ángulos, y sobre todo es de señalar el interés que se despertó en ellos con la utilización de los materiales virtuales.

La presente investigación se encuentra en el marco de la investigación cualitativa en el sentido de que responde a las siguientes características abordadas por Flick Uwe (2002) en que se establece:

- Comunicación con el campo y con sus miembros. .Análisis de los datos concretos en su localidad y temporalidad.
- Con los datos obtenidos se puede establecer un panorama para elegir los elementos apropiados para recabar los datos siguientes, de manera que sea fiel a las preguntas de investigación.

La elaboración de las técnicas estuvo basada en el estado de la teoría que se desarrolló con base en el análisis de los datos, en la medida en que ésta respondía o no a las preguntas de la investigación. Esto es el análisis de los datos obtenidos en cada fase fue constituyendo la base para el siguiente muestreo o recolección.

Las acciones generales se muestran en el siguiente cronograma, y las actividades específicas en la tabla 11 la cual aparecerá enseguida.

1.7 Cronograma De las diferentes fases de la investigación

Periodo de tiempo

Actividad	Junio 2003 a Enero 2004	Febrero 2004 a Mayo 2004	Junio 2004 a Agosto 2004	Agosto 2004 a Diciembre 2004	Enero 2005 a Febrero 2005
Búsqueda del escenario para la investigación y programa Logo	X				
Planeación y elaboración de las secuencias de trabajo.		X			
Revisión y aprovechamiento de las secuencias de trabajo			X		
Instalación de los Software Logo y CEBRI y aplicación de las ocho fases de investigación				X	
Análisis de los datos obtenidos y redacción de informe de la investigación					X

1.7.1 Las actividades específicas

Tabla 1. Las diferentes fases de la exploración

Actividades de detección, observación y análisis	Periodo
Fase 1: Aplicación de cuestionario	
Cuestionario 1: de diagnóstico	Del 23 al 27 de agosto de 2004
Fase 2: Uso de Logo	
Secuencia 1: El programa Logo	Del 13 al 24 de septiembre de 2004
Secuencia 2: Enseñando a la tortuga	Del 04 al 15 de octubre del 2004
Secuencia 3: Las distancias y los ángulos	Del 1 al 29 de octubre del 2004
Fase 3: Primer análisis de resultados	
Análisis de resultados previos y selección de alumnos	Del 03 al 12 de noviembre del 2004
Fase 4: Uso de materiales concretos	
Secuencia 4: Comparación de la medida de los ángulos con materiales concretos	Del 15 al 19 de noviembre de 2004
Secuencia 5: Las manecillas del reloj con materiales concretos	Del 22 al 26 de noviembre de 2004
Fase 5: Uso de Cabri-Géometre II	
Secuencia 6: Medición DE ángulos con el software Cabri-Géometre II	Del 02 al 05 de diciembre de 2004
Fase 6: Uso de Logo y Cabri-Géometre II	Del 08 al 10 de diciembre de 2004

1.8 Justificación de la investigación propuesta.

El propósito central del Plan y Programas de estudio 1993 de la Secretaría de Educación Pública es estimular las habilidades que son necesarias para el aprendizaje permanente, por lo que se procura que la adquisición de conocimientos esté asociada con el ejercicio de habilidades intelectuales y de reflexión.

La situación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

Su enseñanza se da en torno a seis líneas temáticas que son:

1. Los números, sus relaciones y operaciones,
2. Medición,
3. La geometría;
4. Los procesos de cambio, poniendo énfasis en las nociones de razón y proporción;
5. El tratamiento de la información; y
6. El trabajo sobre predicción y azar.

De acuerdo al enfoque del Plan y Programas de estudio 1993 "las matemáticas son un producto del quehacer humano y su proceso de construcción está sustentado en abstracciones sucesivas, en la que los alumnos parten de experiencias concretas" (p 49), por lo que el aprendizaje de esta disciplina, depende básicamente del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas y en la interacción con los otros.

Específicamente en geometría se proponen actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de formas diversas. A través de la formalización de

relaciones que el niño percibe en el medio, se pretende que estructure y enriquezca su manejo e interpretación del espacio y de las formas.

En sexto grado se ve la clasificación de figuras geométricas utilizando el número de lados y la medida de sus ángulos agudos, rectos y obtusos.

Según Fuenlabrada (1996) la práctica de la enseñanza de la geometría se ha convertido en un espacio curricular carente de sentido por la falta de organización de secuencias didácticas por parte de los profesores, las que sean razonablemente realizables en el aula.

Con el trabajo de tesis que aquí se está presentando se pretende realizar una aportación útil al trabajo práctico del docente en el aula, en el sentido de que se propone, y trata de validar, una cierta organización de secuencias didácticas para abordar las nociones geométricas de ángulo y de giro en sexto año de primaria.

Los resultados de su aplicación en el salón de clases de una primaria pública equipada para el efecto, los cuales se exponen a lo largo de los capítulos III a VII de esta tesis, muestran la posibilidad de coordinar la utilización de nuevas tecnologías en la clase de matemáticas (software educativo para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría) de este nivel educativo, con el uso de otros materiales, tradicionales y de manipulación real.

CAPÍTULO II

MARCO TEORICO DE LA INVESTIGACION PROPUESTA

2.1 La utilización de computadoras en la clase de matemáticas

En la mayoría de los países se utiliza tecnología de vanguardia en lo referente a la información y comunicación aplicadas a la educación. Este fenómeno es parte de la segunda revolución industrial, o era de la información, que está afectando a casi todas las actividades humanas.

A pesar de que existen tecnologías más recientes que la computadora, como el uso del telefax, la video casetera, la televisión por cable y por satélite, la computadora se puede considerar como parte de las tecnologías que han sido más útiles en la educación.

En la actualidad estamos viviendo un paradigma tecnológico fuerte, la computadora y las redes informáticas se han convertido en una parte muy importante del trabajo cotidiano de la humanidad en empresas y en escuelas tanto particulares como oficiales.

En la última década se instalaron computadoras en algunas escuelas del O. F. para que los alumnos de nivel básico aprendan a utilizarlas, construyan y desarrollen representaciones mentales y resuelvan problemas así como situaciones geométricas que les ayuden a comprender el porqué de las cosas con toda la gama de posibilidades que nos brinda la tecnología.

Los autores Gavilán y Barroso (1999) consideran fundamental incorporar las herramientas informáticas y la utilización del ordenador en la enseñanza de las matemáticas, no sólo como un material didáctico, sino para "hacer" matemáticas y para dar significado a las reglas y hechos matemáticos.

En el ámbito educativo intervienen factores para que se pueda llevar a cabo la enseñanza y el aprendizaje formal en las escuelas primarias. Estos factores son los maestros, los alumnos, la tecnología, los materiales didácticos, los espacios, la motivación y la evaluación.

Una de las características más importantes de los materiales didácticos es la exploración libre y amplia, la que puede contribuir al fin educativo al ser factor de promoción de un razonamiento basado en la imaginación y la manipulación.

Moses (1996) dice que la visualización es una forma de pensar y no solamente una estrategia para resolver problemas, por lo que es necesario que los profesores conozcan la importancia que tienen las nuevas tecnologías y los materiales concretos para el aprendizaje de los alumnos y como les puede ayudar para que el conocimiento adquirido por los alumnos sea significativo.

La utilización de forma regular del ordenador en las clases de matemáticas trae consigo un cambio en las tareas a realizar por parte de los alumnos en todos los niveles. El ordenador plantea cuestiones distintas a las tradicionales, y estos también se pueden contemplar desde otro punto de vista. (Izquierdo y Barroso, 1999, p. 98).

Dubinsky (1996) plantea como uno de los motivos más importantes para usar el ordenador en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas el dar existencia a los conceptos matemáticos ya sus representaciones de forma que sean manejables y útiles. (citado en Izquierdo y Barroso, 1999, p 98).

Según Zsendrei (1996, p.432), los ordenadores abrieron una nueva fase en el uso de las herramientas en la educación matemática, así como los programas computacionales.

Especialmente el uso de software interactivo, pues puede abrir perspectivas

que antes no se habían contemplado.

En conclusión para el trabajo en el aula con los alumnos, actualmente es necesario que se utilicen computadoras la clase de matemáticas, para la comprensión de conceptos básicos como el ángulo ya que el conocimiento como dice Piaget se da con la interacción entre sujeto y objeto. Una de las hipótesis del presente trabajo de tesis es que al utilizar materiales virtuales como el software de geometría dinámico (9GD), se facilita la construcción de conceptos geométricos por lo que al utilizar materiales virtuales se facilita la construcción de conceptos geométricos.

2.2 Acerca del uso de materiales concretos para el aprendizaje de la geometría

Douglas A. Grows (1996) señala que desde una perspectiva teórica la acción mental es muy importante para aprender la geometría.

Piaget e Inhelder sostienen que los niños construyen representaciones del espacio no en una lectura perceptiva alejada de su ambiente espacial, sino como el resultado de la manipulación activa anterior de ese ambiente. Según Clements y Battista (1996), se verifica que el uso de manipulativos en la mayoría de los estudios facilita la construcción de las representaciones de los conceptos geométricos.

Por otro lado la exposición a una mayor variedad de estímulos afecta positivamente el logro en la geometría (Greambel, 1978).

El uso de materiales y de manipulativos permite a los estudiantes que prueben sus ideas, que las examinen y modifiquen además de que mantienen su interés para crear definiciones y nuevas conjeturas (p. 448).

Szendrei (1996), menciona entre otros aspectos que el rol de los manipulativos en el salón de clases es básicamente ayudar a desarrollar y entender los conceptos, procedimientos y otros aspectos de las matemáticas para comprender asunto que no se entenderían fuera del aula. No es fácil planear un proceso que junte el uso de materiales concretos con los conceptos matemáticos abstractos. El rol del profesor en este trabajo es crucial.

Los materiales concretos en el salón de clase requieren de una organización y un buen diseño de actividades.

Szendrei (1996), clasifica a las herramientas y artefactos comunes como los utilizados en la vida cotidiana ya los materiales artificiales o manipulativos, concebidos con propósitos meramente educativos.

La presencia de manipulativos provee la oportunidad de conducir al objetivo en el proceso de aprendizaje.

Los materiales concretos tienen una larga historia en la clase de matemáticas a pesar de que no siempre se acepten o usen apropiadamente. Por ejemplo Comenio y Pestalozzi junto con Montessori crearon materiales y argumentos nuevos para su uso como herramientas de la vida diaria.

Hoy en día se pueden encontrar cientos de materiales concretos manipulables que se deben considerar que no son drogas maravillosas sino que su uso productivo requiere de planeación y previsión. (Zsendrei, 1996).

Finalmente en acuerdo con Verillon & Rabardel (1995), es posible que el uso de herramientas tecnológicas distintas permita que se aborden dificultades de aprendizaje específicas, relacionadas con las funcionalidades de los artefactos en juego: "si la cognición se desarrolla, pues la epistemología gen ética ha demostrado, que con la interacción con el ambiente, después él puede esperar, en

el curso de su génesis, tener que acomodar a las características funcionales y estructurales específicas particulares las cuáles caracterizan los artefactos. Esto tiene que hacer un efecto en el desarrollo cognoscitivo, ala construcción del conocimiento y procesar, en la naturaleza del mismo el conocimiento generado?...”(pp. 77).?...”

2.3 El uso de materiales virtual es específicos

2.3.1. El programa Logo

Logo es un lenguaje de programación para computadoras, específicamente diseñado para apoyar la educación, fue diseñado hace más de dos décadas por Papert con el propósito específico de ofrecer al usuario un medio ambiente dinámico en matemáticas y facilitar el aprendizaje al escribir procedimientos.

Con la creación del lenguaje de programación Logo, al inicio de los setentas, se construyó un puente específico entre la geometría y el fenómeno gráfico que obliga a operar a través de un lenguaje simbólico lo cual da cuenta de su complejidad. Logo está completamente definido por un conjunto de acciones primitivas y objetos (i, e., números y listas de instrucciones), y la sintaxis que define permite las combinaciones de acción y manipulación. (Papert 1980 citado en Balacheff y Kaput p. 476).

Algunas investigaciones indican que la actividad con Logo puede ser benéfica para desarrollar en los estudiantes el concepto de rotación y medida (Clements y Battista, 1989; Kieran, 1986; Olive, Lankenau and Scally, 1986. (Citado en Douglas y Burns 2000).

Esto es posible porque los niños usan personalmente un significado dinámico de la tortuga y una perspectiva de corroborar al introducir un programa o

procedimiento de elaboración del dibujo por medio del cual se introducen los giros que se basan en la imagen que se tenga del dibujo en una posición normal. (Clements and Battista, 1990; Kieran, 1986; Nooss, 1987).

Laborde (1996) y Magina and Hoyles (1997) seleccionaron una nueva versión de logo porque éste incluía aspectos de geometría dinámica (movimiento para cambiar los ángulos), en sus estudios requirieron que los estudiantes introdujeran predicciones numéricas de un ángulo y medidas del giro. (Citado en Douglas y Barbara 2000 p. 32).

Según Murray- Lasso (1997), en la década de los setentas entre los software que se generaron para la educación podemos encontrar, primero, para la Apple II, el Commodore 64, y el Atari; y luego, para la PC de IBM, el lenguaje logo para las computadoras grandes. Después éste se logró compactar para que cupiera en las microcomputadoras; El logo se desarrolló entre la empresa Bolt, Beranek y Newman y el laboratorio de Inteligencia Artificial del MIT (Instituto Tecnológico de Massachussets).

La filosofía detrás de este lenguaje está basada en investigaciones del científico suizo J. Piaget.

El principal promotor de Logo ha sido el profesor del Massachussets Institute of Technology (M. I. T.), Seymour Papert, quien opuesto a las ideas de Skinner , sugiere que en lugar de que las computadoras programen al estudiante, éste sea quien programe a la computadora y propone el lenguaje de programación Logo para dicho propósito.

La idea es programar a la computadora para indicarle con todo detalle y sin ambigüedad lo que se quiere que haga. Por eso es que tal vez en efecto funcione la necesidad de dar las indicaciones para realizar algo, para finalmente aprehenderlo. Esta tesis del funcionamiento de Logo fue fundamental en la

elección de este programa como parte de los materiales que los estudiantes de nuestra explicación tenían que explorar y manipular.

Como parte de la filosofía Logo, Papert propone el aprendizaje por exploración en un formato muy libre. Introdujo lo que se llaman micromundos, que son ambientes de aprendizaje en los cuales se manipulan objetos que se encuentran sujetos a ciertas leyes.

El más popular de estos objetos es la tortuga la que originalmente fue un robot construido con motores y que obedecía a una serie de mandos de avanzar, retroceder, girar hacia la derecha e izquierda, levantar y bajar una pluma y varios otros.

Eventualmente en Logo se sustituyó el robot por un icono en la pantalla en forma de tortuga o triángulo que realiza los dibujos en la pantalla del monitor de la computadora.

Según Clements (2001), las rotaciones juegan un papel fundamental en la formación de figuras geométricas y en la geometría de la tortuga o trabajando Logo se facilita el desarrollo de los conceptos geométricos de ángulo y medidas de ángulo.

De acuerdo con Segarra y Gayan (1985) Logo adopta de la pedagogía operatoria tres elementos fundamentales que son:

- 1.- La importancia de la actividad en los procesos de adquisición de conocimientos.

- 2.- El papel del error

- 3.- El papel del Profesor

En la pedagogía operatoria, el primer elemento importante es que para que un concepto sea operativo tiene que ser utilizable y aplicable en la solución de situaciones de la vida cotidiana, y precisamente Logo permite que el usuario pueda definir un ámbito personal de actuación e investigación para seguir avanzando.

El segundo elemento importante en esta pedagogía es que el error no se considera un fracaso, sino un paso o etapa casi natural en el proceso de aprendizaje ya que el error dinamiza la construcción del pensamiento por lo que es muy importante que el profesor sea capaz de seguir el proceso de conflicto.

El tercer elemento importante en esta pedagogía es el papel que tiene que asumir el profesor en el aula con Logo, aquí principalmente tiene que ser el organizador de las áreas del conocimiento, dinamizador de ideas, animador de la investigación, facilitador del descubrimiento y observador de los errores. En realidad estos principios operatorios son lo que regulan el desarrollo de las secuencias de trabajo que irán instrumentadas en la investigación que aquí se presenta.

En resumen el programa Logo se perfila como un medio virtual propicio para desarrollar actividades que ofrezcan a los alumnos la oportunidad de explorar activamente temas geométricos para avanzar en la significación de estos como una experiencia de aprendizaje.

2.3.2 El programa Cabri-Géometre II

En la década de los ochentas surge el programa informático de construcción geométrica Cabri- Géometre II, un programa para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría.

Según Wolfgang Fritzler (1997) Cabri-Géometre II fue diseñado como un

apoyo Didáctico. Este programa es interactivo que se basa en un menú de 5 opciones con sus respectivos submenús con los que se pueden realizar construcciones geométricas de manera fácil y rápida.

Una de las características principales de este programa Cabri -Géometre II , es el " modo de arrastre". Esto quiere decir que el usuario puede seleccionar un punto, de una figura que se ha construido, con el "mouse", para cambiar la posición continuamente, manteniendo todas las relaciones matemáticas correctamente establecidas entre los objetos básicos de la figura.

Así se observan propiedades invariantes en la figura que cambia dinámicamente, lo que facilita el descubrimiento de nuevos aprendizajes. Esta forma de trabajo cambia la visualización estática de una construcción en el papel por una visión funcional y dinámica de las figuras geométricas, ahora materializada en la pantalla de la computadora.

Con este programa informático de geometría dinámica encontramos un ambiente en el que se pueden definir puntos, líneas, segmentos, dibujo de perpendicular, paralelo en línea, etc. También se pueden hacer macroconstrucciones.

Los dibujos producidos en la superficie de la pantalla pueden ser manipulados desde un punto con libertad. Es una actividad de aprendizaje en donde prevalece la manipulación y la visualización. (Laborde C.1993; Balacheff y Kaput p.476).

Permite realizar construcciones geométricas que van más allá de los dibujos simples realizados con lápiz y papel. En las construcciones se conservan invariantes las propiedades geométricas cuando se manipulan los objetos que aparecen en las mismas (Izquierdo y Barroso, 1999, p. 96).

Este software juega un papel muy importante en el terreno del aprendizaje de los conceptos geométricos y desde el mismo punto de vista en las posibilidades de establecer conexiones entre la geometría y el álgebra.

Según Hoyos (2005), el programa Cabri-Géometre II es un software que sirve de ayuda para la promoción del conocimiento matemático.

En particular se eligió el micro mundo Cabri -Géometre II como parte de los materiales a utilizar en esta exploración por ver posibilidades para incitar a los niños a dar su opinión sobre las características invariantes geométricas que percibieron.

De hecho, la computadora se concibe (Nooss y Hoyles, 1996. Citado en Hoyos 2003) como que integra un sistema de ayuda en donde participan el conocimiento, el estudiante, el profesor, y el niño que aprende. La idea de la construcción de un significado bajo este sistema hace necesaria la presencia de una estructura en la cual los estudiantes puedan construir y reconstruir, por medio de ayuda (verdadera y virtual) de maneras tales que sean apropiadas a su esfuerzo por discernir el significado de las matemáticas.

Por otro lado Clements y Battista (1992b), señalan que los estudiantes tienen ideas acerca de las formas y no son pasivos.

Las ideas acerca de formas que desarrollan los estudiantes con el cuerpo, ojos y mente, actúan recíprocamente con el ambiente. Además, los niños necesitan explorar las formas visualmente. Finalmente los niños tienen que explorar las componentes y los atributos de las formas. Todas estas consideraciones apoyan una iniciativa de utilización de este SGD en el aula.

La idea de que los estudiantes construyen activamente su conocimiento, y de que reflexionen en unas acciones está basada en los trabajos de Piaget acerca

del desarrollo del conocimiento. (Piaget e Inhelder, 1967).

En conclusión Cabri-Géometre II, es un material virtual (un SGD) que apoya el aprendizaje de la geometría, con el cual el estudiante puede tener una exploración libre y dinámica de los objetos y construcciones geométricas para su aprendizaje.

2.4 Enseñanza y aprendizaje de la geometría

La geometría ofrece desarrollos recientes e interesantes basados en el nuevo acceso a la manipulación directa de los dibujos geométricos que ofrecen los medios ambientes informáticos de aprendizaje, con Logo y Cabri-Géometre II.

Los autores de estos nuevos materiales, también llamados software de geometría dinámica (SGD), ven la conceptualización de la geometría como el estudio de las propiedades invariables de los dibujos.

Freudenthal (1973) menciona que si la geometría se ve como el acto de apropiarse del espacio en el que los niños viven, respiran y se mueven (citado en Magina y Hoyles, 1991 p.358), es razonable entonces suponer que los niños entiendan los conceptos geométricos, por la experiencia obtenida a través de la interacción con el medio ambiente.

Magina y Hoyles (1991) están de acuerdo con el punto de vista de Piaget que menciona que el conocimiento no es subjetivo ni objetivo, si no que más bien es la interacción entre los dos. Estas autoras resaltan que para Piaget, los objetos pueden ser conocidos sólo por una serie de aproximaciones sucesivas construidas por el trabajo a través de varias actividades (Piaget, 1971, citado en Magina y Hoyles 1991, p.358).

En la conceptualización de las nociones geométricas como el estudio de las

propiedades invariables de los dibujos en los SGD es posible arrastrar los componentes del dibujo en el área de la pantalla. Por lo tanto el estudio de las propiedades de la geometría ahora llega a ser de descripciones de fenómenos geométricos accesibles a la observación en estos nuevos campos de la experimentación (p.475).

Es por ello que en este estudio exploratorio se pensó en introducir la exploración de Cabri-Géometre II en las secuencias de trabajo en los estudiantes, ante la persistencia de las dificultades observadas en la medición y en la determinación de giros.

El aprendizaje de la geometría es muy importante pero se necesita de un guía para enseñar y de un alumno para aprender, puesto que el aprendizaje se dará en la medida en que estos dos actores interactúen. (Como menciona Feuerstein (1978), el aprendizaje mediado es un constructo desarrollado para describir la interacción especial que se tiene que dar entre el alumno y el mediador quien hace posible el aprendizaje intencional y significativo.

La experiencia de aprendizaje mediado es una condición necesaria para .lograr el Desarrollo y el enriquecimiento cognitivo del sujeto.

De acuerdo con Feuerstein (1978), la mediación de los procesos de pensamiento es un aspecto fundamental para evaluar el nivel de competencia y el ritmo de aprendizaje del estudiante.

La mediación de los procesos de pensamiento o que pretenden ser promovidos en esta exploración se da a través de diferentes experiencias de manecillas con los diferentes escenarios de aprendizaje.

Los instrumentos que aquí se utilizaron fueron Logo, Cabri-Géometre II y papel, hojas.

De la misma manera Schwartz (1994) considera que la geometría puede ser enseñada y aprendida en entornos informáticos (Citado en Gavilán y Barroso, 1998, p.97)

Elas utilizan las definiciones de Close (1982) citado en Magina y Hoyles p (358): en la que por perspectiva estática el ángulo es entendido como la porción de un plano incluida entre dos líneas rectas unidos en un punto.

Mientras que en la perspectiva dinámica, el ángulo es la medida de la rotación necesaria para llevar a uno de los lados a otras posiciones sin perder el punto de partida.

Los contextos son las relaciones entre la arena y la escena.

La arena es el lugar en el cual físicamente se organizan las actividades en espacio y tiempo.

Los escenarios son actividades personalizadas que se pueden hacer en la arena.

Las actividades fueron diseñadas dentro de cada arena.

Como antes se ha mencionado en los antecedentes, (Magina y Hoyles,1991), después de realizar su estudio, distinguieron tres momentos diferentes de pensamiento acerca del ángulo que son: reconocimiento, acción y articulación. (Ver pág. 16 de tesis)

Finalmente Magina y Hoyles (1991) mencionan que según Freudenthal (1973) la geometría es concebida como un espacio en el que los niños viven, respiran y tienen movimiento por lo que los niños tienen que comprender el concepto del ángulo como parte de su experiencia propia y con la interacción con

el medio ambiente.

En conclusión los conceptos geométricos sólo se pueden comprender cuando se interactúa con el objeto de conocimiento a través de una serie de actividades.

En este trabajo se propone una exploración acerca de la evolución de las concepciones de los estudiantes cuando desarrollan una serie de actividades a partir de secuencias o guía de trabajo, planteada desde diferentes contextos de aprendizaje.

2.5 Sobre la concepción de la noción de ángulo

La definición dinámica de ángulo introduce el concepto de direccionalidad. Clements y Burns (2000) mencionan que los conceptos de ángulo y rotación son centrales en el desarrollo del conocimiento geométrico (Clements y Battista, 1992; Krainer, 1991; Mitchelmore, 1998). Sin embargo, los estudiantes a menudo tienen un concepto erróneo de estas nociones y se les dificulta el aprendizaje de conceptos y destrezas en estos dominios.

(Clements y Battista, 1989; Kieran, 1986; Magina y Hoyles 1977. Citado en Douglas y Burns 2000, p. 31)

El ángulo ha sido definido como la parte del plano incluida entre dos rayos que se intersecan en un punto [la definición estática], y como la cantidad de rotación necesaria para traer uno de los rayos al otro [rayo] sin moverse fuera del plano [definición dinámica] (Kieran 1986) citado en Douglas y Burns (2000 p.31).

Este ha sido uno de los contextos en el que se ha explorado si los estudiantes aprenden el concepto de direccionalidad.

Este contexto provee situaciones que incorporan una visualización dinámica del giro.

La perspectiva dinámica es entendida en dos diferentes contextos, navegación y rotación mientras que en la perspectiva estática se entiende en un contexto que es la comparación.

En la perspectiva dinámica se trabajó con la mini ciudad, el mapa, el reloj, los espirales y las flechas y en la estática, mapas, espirales, flechas y figuras abiertas con ángulos.

Los alumnos aprenden el concepto de ángulo al realizar diversas actividades secuenciales con materiales concretos y virtuales tomando en cuenta su propia experiencia obtenida a través de la interacción con los diferentes ambientes.

Finalmente el aspecto de la articulación se identifica por la clarificación de cuántos ángulos han sido tomados en cuenta en el diseño de las figuras. La articulación tiene dos aspectos que son la descripción y la explicación de las figuras. La articulación tiene dos aspectos que son la descripción y la explicación de la figura que hace el alumno con respecto a los ángulos que ésta involucra.

Como el lector podrá constatar más adelante, en las ejecuciones de los niños de sexto año que intervinieron en el trabajo empírico que aquí se presenta, se pudo constatar la importancia y la intervención de las tres categorías definidas por Magina y Hoyles (1991), las de reconocimiento, acción y articulación, conforme los niños avanzaban en la solución de las tareas que aquí se les plantearon.

En síntesis, en esta exploración principalmente se retomaron algunos de los resultados del análisis realizado por Clements y Battista acerca de las ventajas del

uso de LOGO para abordar la evolución de las concepciones de ángulo, medida de ángulo y de los giros, por parte de los niños de sexto grado.

En particular, se utilizaron (al igual que ellos, en pre y post test) los problemas que ellos plantearon para encontrar medidas de ángulos, por ejemplo: 2.12. A boat is sailing on a lake, heading toward its home. It goes forward 60 yards, turns right 80° , goes forward 152 yards, turns right 160° , and goes forward 173 yards. It is now back to its original position on the lake. How much does it have to turn to be facing toward its home again?" (Clements, Battista & Sarama, 2001, pp.59; Hoyos, 2005).

También se trató de rebasar dificultades asociadas con la medición de ángulos mayores que 180° , así como con la dirección de los giros. Estas dificultades aparecieron durante la resolución de los problemas de geometría que se les plantearon a los estudiantes, a saber, los mismos que aparecen en el texto de Clements y Battista (2001). Tales problemas son de carácter práctico, en ellos importa la medición de los ángulos y la determinación de los giros para llegar a una solución adecuada a las situaciones que se plantean.

En resumen, este trabajo de tesis sobre todo da cuenta de un ejercicio didáctico, en torno del aprendizaje y la enseñanza de las nociones de ángulo y de giro. Es una exploración de carácter empírico que resulta ser exitosa al constatar la mejora en las ejecuciones de los estudiantes a medida que ellos avanzaban en la realización de las tareas que se les propusieron.

Sin embargo también es cierto que influyeron intereses teóricos en su manufactura: en particular, interesó incorporar el uso de otro (SGD), Cabri-II, con la idea de potenciar o comparar los resultados de la manipulación de medios ambientes de aprendizaje distintos (cf. Vicent et al., 2002; Hoyos, 2002).

2.6 Acerca de la solución de problemas

Según Santos Trigo (1996) en los últimos veinticinco años la resolución de problemas ha sido identificada como una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas.

Un aspecto fundamental en las matemáticas es la consideración de la resolución de problemas como una forma de pensar, en donde los estudiantes desarrollan diversas habilidades y utilizan diferentes estrategias en el aprendizaje de las matemáticas.

El término problema se vincula no solo a situaciones específicas para encontrar soluciones, sino también para aprender algún concepto matemático. Es decir, tanto al resolver un problema o al aprender un contenido el estudiante tiene que discutir ideas alrededor del entendimiento de la situación o problema, usar representaciones, estrategias cognitivas y utilizar contra ejemplos ya sea para avanzar, resolver o entender.

Shoenfeld (1985) menciona que los objetivos del aprendizaje en la resolución de problemas son que:

- 1.- Los estudiantes lleguen a entender los propósitos y usos del conocimiento que están aprendiendo.
- 2.- Aprendan activamente utilizando el conocimiento.
- 3.- Aprendan cuánto puede ser utilizados los conocimientos o estrategias.
- 4.- Aprendan en contextos múltiples.
- 5.- Desarrollen la abstracción del conocimiento lagándolo a sus usos.

Según Izquierdo y Barroso (1999, p. 98) sólo a través del planteamiento de problemas y de la búsqueda de soluciones es posible la construcción del conocimiento.

En los resultados de Mariotti (2002), las computadoras transforman la

naturaleza de un problema: " Se puede vislumbrar que la presencia de nueva tecnología transforma la relación entre problemas y conocimiento y que este cambio ocurrirá en al menos dos aspectos: el tipo de problemas que pueden ser propuestos a los pupilos y los procesos de solución que pueden ser usados. Los recursos disponibles cambian, y consecuentemente los procesos usados para alcanzar un resultado también cambian " (Mariotti, 2002, p. 697. Citado en Hoyos, 2005).

Se puede decir que un problema le da la oportunidad a los alumnos de explorar las relaciones entre nociones conocidas y utilizarlas para descubrir y asimilar nuevos conocimientos, que le servirán para resolver nuevos problemas. (S. E. P, 1993).

Según Fritzler (1997) con el apoyo del programa Cabri-Géometre II es posible realizar modificaciones en el dibujo que está en la pantalla y observar sus efectos inmediatamente, lo que abre muchas posibilidades para la propia actividad del estudiante. La exploración libre y amplia de las propiedades de figuras y construcciones geométricas contribuye al fin educativo de alentar el razonamiento visualmente basándose en la imaginación dinámica.

Según Moses (1982), "La visualización es una forma de pensar y no solamente una estrategia para resolver problemas" (p.63).

En conclusión en la solución de problemas el alumno pone en juego todos sus conocimientos, habilidades y destrezas para dar respuesta a una interrogante. En este proceso las nuevas tecnologías juegan un papel muy importante para poder entender mejor los conceptos matemáticos, con la visualización y la manipulación pues facilitan una forma de pensar.

CAPÍTULO III

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL CUESTIONARIO

En este capítulo se analizan los resultados obtenidos en todas y cada una de las fases aplicadas durante la investigación.

Fase 1: Aplicación de cuestionario diagnóstico.

3.1. Localización de ángulos

1. Encierra en un círculo todos los ángulos que encuentres en la página, y si una figura tiene más de un ángulo, haz un círculo en cada uno.

Se observa en el cuadro una serie de 14 figuras, para poder procesar las respuestas dadas por los alumnos, haciéndose cuadros pro grado y grupo en el número de figura.

Las figuras 1, 2, 3, 6, 7 y 12 no contienen ángulos por lo que se marcan con (-), pero si los alumnos las marcaron con ángulos tiene (x). En las figuras 4, 5, 8, 9, 10, 11, 13 y 14, si la respuesta es correcta tiene (19, si es incorrecta tiene (x).

Los tres primeros reactivos son líneas rectas en las que no existe ningún ángulo, los alumnos del 6° "A" resolvieron correctamente, pero en e16° "8", 5° "A" y 5° "8" 26 alumnos en total tuvieron error.

El reactivo seis es una curva, y ahí no hay un ángulo específicamente definido; sin embargo 9 alumnos lo marcaron.

En el reactivo 11 de este cuestionario aparece una imagen que contiene dos líneas que se intersecan, que se tocan o que se continúan de tal manera que es posible distinguir dos ángulos agudos y dos obtusos. En general los alumnos

tuvieron dificultad para reconocer este tipo de ángulos.

Ellos tenían que haber encerrado cuatro ángulos, dos agudos y dos obtusos, dos parejas de ángulos opuestos por el vértice. Entre los alumnas de quinto grado dos alumnas (Karina Rodríguez y Nancy Guadalupe González) del 5° "A" fueron las que reconocieron los cuatro ángulos que ahí había, y solamente cuatro estudiantes de sexto grado, dos del "A" (Lucas Santiago y Ernesto Mejía) y dos del "8" (Susana Márquez y Fabián Alejandro

Hernández) se acercaron a dar una respuesta correcta, al reconocer los cuatro ángulos que ahí había.

Esto es, mientras el 67% (62 de 92 estudiantes) marcaron adecuadamente los ángulos agudos, sólo el 15% (14 de 92) reconocieron los ángulos obtusos implicados en esa figura.

En el reactivo doce la figura está formada por dos curvas que se intersecan en un punto y más del 50% de los estudiantes la marcó como una de las que

contenían un ángulo, siendo que en la escuela primaria sólo se estudia la noción de ángulo entre rectas y en esta figura está representado un ángulo entre curvas.

Sin embargo curricularmente, el ángulo entre curvas sólo se ve en la escuela al término del bachillerato o a nivel de licenciatura.

Podría pensarse que la noción de ángulo entre curvas es una noción espontánea o natural entre los niños.

3.2 Trazo de ángulos

2.- a) Dibuja un ángulo

b) Dibuja un ángulo más grande.

En estas dos preguntas los alumnos tuvieron que dibujar dos ángulos, para realizar el análisis de los datos obtenidos se puso (x) para los alumnos que tuvieron error, (1) para los que resolvieron correctamente y en algunos casos se especifica la medida de los ángulos que dibujaron, ya que en ocasiones el ángulo más grande mide menos en el ángulo menor, aunque su tamaño de las rectas sea mayor.

Análisis de los resultados de la pregunta núm. 2

Los datos obtenidos sugieren la siguiente interpretación. En la pregunta 2 (inciso a) en la que se pide que se dibuje un ángulo de los 50 alumnos de sexto, el 92% de ellos dibujaron el ángulo que se les pedía y los quinto el 82%. Sin embargo a la demanda de dibujar un ángulo más grande (pregunta 2b) el 56% de los estudiantes de sexto y el 40% de los estudiantes de quinto resolvieron adecuadamente, aunque todos la resolvieron algunos agregaron el tamaño de la figura y no agregaron la medida del ángulo.

3.3. Grados y dirección de giros.

En esta pregunta los alumnos manejaron el concepto de direccionalidad derecha, izquierda.

3. ¿Cuántos grados y en qué dirección (derecha o izquierda) debe girar el indicador de flecha para apuntarlo directamente al centro del blanco?

Análisis de los resultados de la pregunta núm. 3

La pregunta tres del cuestionario de diagnóstico contenía un ángulo recto de 90° , un agudo de 55° y un obtuso de 165° , los alumnos tenían que trazar las líneas para formar los ángulos y medirlos pero también se les preguntaba la dirección en la que iba la flecha, las respuestas que se obtuvieron por los estudiantes de quinto y sexto fue muy significativo ya que el ángulo recto de 92

alumnos en total lo pudieron medir 17 alumnos 18%, la dirección hacia la derecha 36 alumnos el 39%, el ángulo agudo sólo 3 alumnos.03% del sexto B lo resolvieron satisfactoriamente y la dirección hacia la izquierda 15, el 16%, y el ángulo obtuso lo pudieron medir correctamente sólo dos alumnos, uno del sexto B y uno del quinto B, la dirección a la derecha 16 alumnos, el 17%. Los alumnos no tienen bien definida la direccionalidad y les cuesta trabajo trazar líneas para medir ángulos.

3.4. Medidas de ángulos

En esta pregunta existen dos ángulos rectos de 90° , el primero presentado en la posición usual, y el último hacia arriba, con la posición los alumnos tuvieron confusión, el otro fue agudo de 45° , por último un obtuso de 120° .

Se presenta un cuadro en el que se analiza por alumno, en el que se coloca (1) a una respuesta correcta y (x) a aquel alumno que la tuvo correcta.

4. Estima la medida de cada ángulo. Tacha en el cuadrado la opción elegida.

Análisis de los resultados de la pregunta núm. 4

En esta pregunta existían dos ángulos rectos de 90° , el primero colocado de frente sin giro y el segundo viendo hacia arriba, un ángulo agudo de 45° y un obtuso de 120° , se puede ver claramente que los estudiantes reconocieron el ángulo recto de 90° y su presentación sin giro (74) el 80%, mientras que el que tienen otra posición (44), menos del 50% (47%) logra reconocerlo, el ángulo agudo de 45° , lo reconocieron 30 alumnos, el 32% y el ángulo obtuso de 120° 34 alumnos el 36%.

Los alumnos encontraron las medidas perdidas de un triángulo recto sabiendo que la suma de tres ángulos internos es de 180° y de un cuadrilátero en la que los

ángulos internos suman 360° .

3.5. Medidas perdidas en triángulo recto y cuadrilátero.

5. Encontrar las medidas perdidas de los ángulos.

Análisis de los resultados de la pregunta núm. 5

En la pregunta número 5 del cuestionario los alumnos tenían que encontrar las medidas perdidas de los ángulos de un triángulo recto de 30° y de un cuadrilátero de 110° , las respuestas obtenidas en el primer inciso en sexto año el (22) 23 % de los alumnos acertaron y en quinto el (119) 115 de los alumnos, en realidad no saben que la suma interna de los ángulos de una figura son 360° , en la respuesta del inciso 2 ningún alumno de 6° A y de 5° B respondió de manera correcta, en 6° B cuatro alumnos y en 5° A 3 alumnos encontraron la medida perdida correctamente, pero en general el 565 de los alumnos no han trabajado el contenido de la medida interna de los ángulos.

3.6 Medidas perdidas en el paralelogramo

En un paralelogramo se colocaron líneas para que los alumnos anotaran las medidas de los lados perdidas, y se les dio solo una medida de ángulo para que ellos pusieran las tres restantes.

6. Encontrar las medidas perdidas de los lados y ángulos

Análisis de los resultados de la pregunta 6.

En la pregunta 6 como en la 5 tenían que encontrar las medidas perdidas de los ángulos, pero aquí también de la medida de los lados, la figura tenía dos respuestas de lados y tres de ángulos (dos obtusos de 150°), (un agudo de 30°),

los alumnos en su mayoría no pudieron responder correctamente a las interrogantes, las dos primeras respuestas en las que tenían que poner la medida de los lados hubo (54) aciertos 29% de las preguntas fueron resueltas correctamente, y en la medida de los ángulos el 6°. A cero alumnos pudieron resolver las medidas de los ángulos obtusos de 150° , aunque 12 alumnos pudieron contestar el ángulo agudo de 30° , en los otros tres grupos tuvieron (54) aciertos que son el 33%.

3.7 Problemas

3.7.1 Problema de “El barco”

Se puede analizar un problema en el que se manejan los giros en grados, aquí los alumnos pueden trabajar los ángulos y analizar una respuesta.

7. Un barco navega en un lago, se dirige hacia su hogar. Avanza 60 metros, gira a la derecha 80° , avanza 152 metros, gira a la derecha 160° , y avanza 173 metros. Está ahora de regreso en su posición original en el lago. ¿Cuánto tiene que girar para estar mirando hacia su hogar otra vez?

3.7.2 La parte que le falta al marco.

8. Al observar tres dibujos se forman en cada uno un triángulo, y dan una medida de 140° , si la suma de los ángulos internos es de 180° , la respuesta correcta será 40° .

1. Un obrero construye la parte del marco que le falta.
2. Se muestra el alambre que se necesita doblar.
3. ¿Cuántos grados tiene que ser doblado el alambre para que encaje en la esquina exactamente?

Análisis de los resultados de la pregunta núm. 7 y 8.

Las preguntas 7 y 8 contenían problemas a resolver, en el primero después de seguir una serie de pasos tenían que saber cuántos grados tenía que girar el barco para ver nuevamente hacia su hogar y en el segundo decir cuantos grados se tenía que doblar el alambre de un marco para que encajara justo en la esquina. En general los alumnos de sexto grado aún no están capacitados para resolver problemas de ángulos dado que en 6° A y 5° A ningún alumno pudo resolver alguno de los dos problemas, en 6° B seis alumnos resolvieron el segundo problema mientras que en 5° B dos alumnos únicamente.

Los alumnos de 6° B que contestaron correctamente el problema 2, su explicación de cómo razonaron su respuesta fue porque es un ángulo agudo, porque es un ángulo obtuso de 40°, para llegar a los 180° le faltan 40°. En el 5°B el 11 lo razonó haciendo el triángulo, el 12, utilizando el transportador.

3.9 Comparación de ángulos.

En los pares de figuras que se presentaron, los alumnos tienen que localizar el ángulo más grande.

9. Encerrar el ángulo más grande en cada uno de los pares de ángulos que se presentan.

En esta pregunta, se les pidió a los alumnos que encerrarán el ángulo más grande a cada uno de los pares de ángulos que se les presentaron y al hacer el análisis se puede decir que los alumnos que están más capacitados para ubicar los ángulos con mayor medida es el grupo de 6° B y el grupo que no logra aún identificar un ángulo mayor es el 5° A.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE LAS EJECUCIONES DE LOS ESTUDIANTES AL RESOLVER LAS PRIMERAS SECUENCIAS CON EL SOTWARE LOGO

Fase 2. Uso de Logo

En esta segunda fase de trabajo, los alumnos exploraron con las computadores el programa Logo en la sala de medios, a través de tres secuencias de trabajo, con guías específicas que contenía una serie de instrucciones para la manipulación de software, tareas sencillas y preguntas.

Fase 3. Primer análisis de resultados

En la fase 3 se revisaron las ejecuciones de los estudiantes tanto de quinto como de sexto, en las fases 1 y 2, y, como resultado, se decidió elegir solamente ocho alumnos de sexto grado para trabajar las fases 4, 5 y 6. Básicamente el criterio de la selección fue el que los estudiantes tuviesen reportes completos (las guías de trabajo resueltas) en relación a las secuencias llevadas a cabo.

Según Clements (2001), las rotaciones juegan un papel fundamental en la formación de figuras geométricas y en la geometría de la tortuga se facilita el desarrollo de los conceptos de ángulo y medidas de ángulo.

CAPÍTULO V

ANÁLISIS DEL USO DE OTROS MATERIALES CONCRETOS

5.1 Actividades usando reloj de manecillas, transportador, lápiz y papel.(Comparación de la medida de los ángulos con materiales concretos)

Fase 4. Uso de materiales concretos.

EL día 06 de diciembre de 2004 ocho alumnos de sexto grado dos niños y dos niñas de cada grupo " A" y "8" respectivamente se sentaron en parejas del mismo sexo y del mismo grupo para realizar una serie de actividades utilizando material concreto, en particular se les proporcionó un reloj de cartoncillo, con manecilla movable, transportador para medir ángulos, una regla para medir distancias, lápiz y goma. Se pasó a la utilización de estos materiales como una estrategia pedagógica que permitiera rebasar las dificultades que tuvieron los alumnos al medir los ángulos (obtusos) y al decidir hacia dónde girar, todo ello con el fin de que la tortuga dibujara el pino (tarea que aparecía al final de la secuencia 3). Es de notar que con la utilización del reloj de manecillas se pretendía saber cómo entendían los estudiantes la dirección de los giros. En particular cómo relacionaban los giros hacia la derecha 0 hacia la izquierda en Logo, con los giros en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario a estas, respectivamente. Como resultado se observó que sólo una cuarta parte de los estudiantes reconocían adecuadamente los giros hacia la derecha cuando el ángulo recorrido era mayor que 180° .

Pregunta 1.

1. Se presentó u reloj (la manecilla pequeña no se puede mover) con la manecilla del segundero en distintas posiciones calcularían las medidas de

los ángulos de acuerdo a la posición que determina la manecilla grande. Se puede observar que en lo general los alumnos de 6° A no tomaron como referencia la manecilla de la hora que se movía para medir el ángulo A además no pudieron medir correctamente el ángulo obtuso, se ve claramente que son respecto al 6° B obtuvieron menos aciertos, dado que los cuatro alumnos del 6° grado B saben medir perfectamente bien los ángulos.

2. También se puede hacer girar las manecillas del reloj en sentido contrario moviéndolas manualmente.

Pregunta 2

- a) ¿Cuál es la medida del ángulo?
- b) ¿Cuál es la medida del ángulo?

En lo general los alumnos resolvieron satisfactoriamente la pregunta dos, alcanzaron a entender la dirección en que iban las manecillas y midieron los ángulos que se les pedían, uno de 210 y el otro de 120°. Sólo una alumna tuvo un error en esta pregunta.

Pregunta 3.

3. Relacionas la forma usual de girar de las manecillas del reloj con la instrucción de giro a la derecha (**rt**) que se usa en logo.

Relacionar la forma de girar de las manecillas en sentido contrario que se logra con el movimiento manual, con la instrucción de giro a la izquierda (**lt**) que se usa en el Logo.

A) Usar la instrucción en el logo (**rt**) o (**lt**) que corresponda a los giros y la medida de los ángulos que se indican en A y B.

4. ¿Cuánto mide el ángulo si la manecilla grande del reloj se movió hacia la derecha (**rt**)?
- a) ¿Cuál es la medida del ángulo?
¿Cuánto mide el ángulo si la manecilla (grande) del reloj se movió hacia la izquierda (**lt**)?
- b) ¿Cuál es la medida del ángulo?

Pregunta 5

5. ¿ Cuánto mide el ángulo si la manecilla grande se movió:
- a) Hacia la derecha **rt**
¿El ángulo mide?
- b) Hacia la izquierda **lt**
¿El ángulo mide?

Los alumnos de ambos grupos tenían en primer lugar que reconocer la dirección de los ángulos que se les pedían, en el 6° A el 50% resolvió correctamente pero en el 6° B se confundieron en la dirección de las respuestas A y B de la pregunta 4.

En la pregunta 5 los dos ángulos medían 180° y a pesar de esto el 25% de los alumnos tuvieron error.

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS DE LAS EJECUCIONES DE LOS ESTUDIANTES EN TORNO DE LA MEDICIÓN DE ÁNGULOS CON EL SOFTWARE CABRI-II

6.1 Actividades de Medición de ángulos con el software CABRI-II

Fase 5. Uso de Cabri-Géometre II

El 08 de diciembre de 2004 los ocho alumnos de sexto grado realizaron una práctica con un Software llamado CABRI II, como una estrategia didáctica que probablemente permitiera rebasar la dificultad que los estudiantes manifestaron en la fase 4 con respecto a la identificación de la dirección de los giros y con la medición de ángulos mayores que 180° .

Las actividades implementadas con Cabri-Géometre II consistieron en simular un reloj de manecillas similar al utilizado de manera concreta; poner en posiciones distintas las manecillas; y utilizar el comando de Medición de ángulos, disponible en el software, con el fin de determinar la medida de diferentes amplitudes, en particular, de aquellas mayores a 180° .

Vale la pena mencionar que el comando de Medición de Ángulos sólo da medidas menores o iguales a 180° , de tal manera que para obtener la medida de amplitudes mayores, es necesario que el alumno reflexione sobre el problema y decida una estrategia a seguir para resolverlo, como puede ser realizar ciertos cálculos al respecto.

La práctica con el Software Cabri -Géometre II estuvo relacionada con la medición de ángulos, se realizó en el aula de medios de la Escuela Primaria "Cuicuilco" y el instructor se apoyó con un cañón para explicar a los alumnos el funcionamiento del programa.

En parejas los alumnos dispusieron de una computadora y un cuestionario para ser resuelto, manipularon y conocieron el software Cabri-Géometre II, resolvieron el cuestionario de cuatro preguntas, cada una con cierto número de incisos (ver las hojas de trabajo que se presentan enseguida marcaron puntos, líneas rectas, circunferencias, construyeron un reloj con manecillas, pudieron medir y comparar los ángulos al mover la manecilla hacia la derecha o la izquierda.

Los alumnos vivieron la experiencia muy interesados con el apoyo de este material virtual con el cual reforzaron su conocimiento con respecto al tema de ángulo.

Al entrevistarlos y preguntarles con cuál de las herramientas les había gustado más trabajar, ellos respondieron que se les hizo más fácil trabajar con CABRI que con Logo porque este material contenía más herramientas. Se pueden hacer las cosas de manera más fácil, menciona Marcel de sexto B.

Una hipótesis de trabajo que aquí surgió es que se les hizo más fácil trabajar con Cabri-Géometre II porque ya tenían el trabajo anterior con Logo.

CAPÍTULO VII

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EN TORNO DE LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

7.1 Última actividad de resolución de problemas usando Logo.

Vamos a comenzar el análisis de los resultados revisando lo que los alumnos hicieron en la fase de solución de problemas (ver capítulo de metodología fase 8).

En la pregunta 1 del cuestionario se obtuvieron los datos como a continuación se presentan.

Pregunta 1

Con la ayuda del transportador mide los ángulos del pino, después escribe en Logo las instrucciones para que realices en la pantalla de la computadora tu pino.

A ocho alumnos de sexto grado se les aplicó el día 10 de diciembre de dos mil cuatro un cuestionario con tres problemas cada uno. En el primer problema tenían que hacer un pino en la computadora con el Programa Logo en el cual en las pantallas les salió por ensayo y error, pero en las instrucciones que dieron en las hojas, no es correcto el resultado ya que sale otra cosa menos el pino.

En el sexto año grupo B una alumna lo intentó pero sólo puso cuatro Instrucciones.

Aunque las descripciones (listado de instrucciones) no fueron del todo acertadas y la solución gráfica que 10\$ estudiantes lograron en la pantalla de Logo fue incompleta, esta práctica del dibujo del pino muestra que en efecto en el trabajo con este software educativo intervienen los tres elementos fundamentales

de la pedagogía operatoria. Resalta en particular el papel importante que aquí juega la posibilidad de corregir el error en conjunción con las posibilidades de actuación del profesor o instructor: la marca gráfica que deja " la tortuga" en la pantalla cuando se realizan conexiones hace posible seguir el proceso de conflicto de los estudiantes y sugerir formas de que lo rebasen.

Pregunta 2

En el problema dos cuyo enunciado fue el siguiente:

7.- Un barco navega en un lago. se dirige hacia su hogar. Avanza 60 metros, gira a la derecha 80°, avanza 152 metros, gira a la derecha 160°, y avanza 173 metros. Está ahora de regreso en su posición original en el lago. ¿Cuánto tiene que girar para estar mirando hacia su hogar otra vez?

¿Cuáles son las instrucciones en Logo? 1

Este problema los ocho alumnos lo resolvieron satisfactoriamente dando una respuesta de 120° a la derecha, explicando que siguieron las instrucciones correctamente.

Pregunta 3

1. Un obrero construye la parte del marco que le falta a esta pieza.
2. Aquí está el alambre que necesita doblar
3. ¿Cuántos grados tiene que ser doblado el alambre para que encaje en la esquina exactamente?

La primer pareja usó el transportador para medir y contestaron 40° hacia la derecha. La segunda pareja, usando el transportador y verificándolo en la computadora contestaron 45°.

La tercer pareja, contestaron 40° y añadieron porque si una recta mide 180 y ahí mide 140° se restan y dan 40° . Por último la cuarta pareja, calcularon el movimiento y respondieron que $1=90^\circ, 2=40^\circ$.

Vale la pena mencionar que la figura gráfica que aparece en este problema permitió la posibilidad de que Marcel y Fabián discutieran distintas soluciones que se podían dar de acuerdo con diferentes interpretaciones que ellos les daban al texto del problema.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un estudio exploratorio que se llevó a cabo con niños de sexto año (11 años de edad), en torno del aprendizaje de las nociones de ángulo y giro, así como de su medición.

Uno de los resultados interesantes de la aplicación del cuestionario diagnóstico que se aplicó fue que en la determinación de los ángulos que hay entre dos rectas que se intersectan (como se sabe, en esa situación quedan definidos dos ángulos agudos y dos obtusos), los alumnos tuvieron dificultad para reconocer los ángulos agudos, y los obtusos.

Esto es, mientras el 67% (62 de 92 estudiantes) marcaron adecuadamente los ángulos agudos, sólo el 15% (14 de 92) reconocieron los ángulos obtusos implicados en esa figura.

A la aplicación del cuestionario diagnóstico siguió la implementación de una serie de actividades de exploración del software Logo, así como también de manipulación de otros materiales concretos como el reloj (elaborado en cartulina con una de las manecillas movibles y la otra fija), y del software Cabri-Géometre II

"Los materiales concretos son herramientas significativas de la vida diaria en el salón de clase construidas específicamente para propósitos escolares "(Szendrei p.417).

Uno de los propósitos de esta tesis es de trabajar el concepto de ángulo con los alumnos de sexto grado. Se trata de ver si es de utilidad el proporcionarles materiales concretos, como papel (cuestionario), lápiz, transportador y un reloj con manecillas movibles con los que puedan comprobar sus respuestas.

Seymour Papert dice que el aprendizaje verdadero se da a través de la acción, la exploración y el descubrimiento por lo que el lenguaje de programación Logo propicia en los niños el surgimiento de procesos de exploración activa alrededor de temas significativos lo cual los llevará al descubrimiento de las ideas matemáticas. En particular, el lenguaje de programación Logo es un medio propicio para el desarrollo de actividades que ofrezcan a los niños la oportunidad de hacer una exploración activa en contextos significativos, además de ser un auxiliar muy importante para apoyar el aprendizaje de la geometría (Papert 1980) (citado en Ursini, S. 1997).

Las actividades basadas en la manipulación de todos estos materiales permitieron que los estudiantes rebasaran las dificultades relacionadas con la dirección de los giros y con la medición de ángulos mayores que 180° .

Destaca que con la aplicación del cuestionario diagnóstico se detectaron inicialmente dificultades de reconocimiento o identificación de los ángulos en figuras geométricas convencionales, y que la utilización de Logo con el fin de que los estudiantes rebasaran tales dificultades, permitió corroborar que el trabajo didáctico con Logo en el aula hace intervenir los tres elementos fundamentales de la pedagogía operatoria.

Específicamente, jugó un papel que fue muy importante la posibilidad de corregir los errores al usar Logo, pues esto se conjuga con las posibilidades que esto le abre a la actuación del profesor o instructor. Esto es la marca gráfica que deja "la tortuga" en la pantalla cuando los estudiantes realizan correcciones hace posible seguir el proceso de conflicto de los estudiantes y sugerir formas de que lo rebasen.

Otra de las dificultades importantes de los estudiantes que se detectaron con el cuestionario diagnóstico fue la de disociación entre girar y determinar un

ángulo que correspondiera al giro realizado.

Al utilizar Logo para rebasar esa dificultad, surgió otra: en Logo la tortuga puede avanzar básicamente en cualquier dirección pero lo hace linealmente, de tal manera que para los niños no resulta evidente el que se esté aplicando el mismo procedimiento para girar ya sea que se esté avanzando hacia delante o hacia atrás.

Esto es, para los niños no resultan equivalentes los siguientes esquemas de giro (Hoyos y Ortega 2005):

Nuevamente, a esta dificultad correspondió una nueva estrategia didáctica: el introducir la secuencia de trabajo con el reloj de manecillas, y la asociación de la regla matemática para girar con las correspondientes instrucciones de giro de "la tortuga" en Logo. El trabajo con estos materiales aportó características específicas y funcionales que hicieron posible el que los estudiantes dejaran atrás, rápidamente, dificultades como la que representaba la dirección de giro.

Se confirmó entonces que el uso de herramientas tecnológicas distintas permite que se aborden dificultades de aprendizaje específicas, relacionadas con las funcionalidades de los artefactos en juego (Verillon & Rabardel, 1995), y que se abra la posibilidad de rebasarlas mediante su uso.

En general, el uso del programa Logo fue muy útil, tanto para los estudiantes como para el profesor. A los estudiantes les permitía avanzar mediante la corrección de sus errores y al profesor sugerir una estrategia de enseñanza que tal vez resultaría conveniente.

Sin embargo, después de la incorporación de la regla matemática para girar que permitió la identificación de los giros en Logo, todavía persistieron algunas dificultades: se observó que sólo una cuarta parte de los estudiantes reconocían

adecuadamente los giros hacia la derecha, cuando el ángulo recorrido era mayor que 180° .

Por lo tanto, la idea de la utilización del software Cabri-Géometre II surgió como una nueva estrategia didáctica que probablemente permitiría rebasar las dificultades remanentes de los estudiantes.

Al respecto, no era posible la utilización directa de Cabri-Géometre II: el comando de Medición de Ángulos, disponible en Cabri-Géometre II sólo da medidas menores o iguales a 180° , de tal manera que para que los estudiantes obtuvieran la medida de amplitudes mayores, fue necesario que reflexionaran en torno de los resultados que les proporcionaba el usar Cabri Géometre II para medir los ángulos, y que tomaran decisiones acerca de cómo usarlo para resolver el problema de medir amplitudes mayores que 180° . Tal vez estas son las razones por las que finalmente se logró desembocar en la comprensión de los ángulos y los giros.

Finalmente, dado que en la última fase de resolución de problemas utilizando Logo todos los estudiantes resolvieron satisfactoriamente el problema "del barco" problema cuya solución involucra la creación de una representación mental del giro y su asociación con un ángulo, así como determinar la medida correspondiente, se concluye que en este estudio es probable que se haya efectuado una coordinación entre todas las herramientas utilizadas.

En particular, se trató de mostrar que todas las herramientas tecnológicas utilizadas cumplieron funciones específicas, distintas y complementarias, en cuanto al aprendizaje de las nociones y procedimientos en juego (medición de la amplitud de los ángulos y determinación de la dirección de los giros), de tal manera que su utilización permitió que los estudiantes rebasaran rápidamente las dificultades que se fueron detectando a lo largo de las distintas fases de la exploración, para que finalmente lograran resolver problemas que inicialmente se manifestaron como de imposible resolución.

BIBLIOGRAFÍA

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior
<http://www.anuies.mx>

Balacheff. N. & Kaput. (1997) Chapter 13: Computer-Based Learning Environments in Mathematics. IMAG, Grenoble, France and University of Massachusetts, U. S. A. P .470-476.

Bishop. A. et al .(Eds) (1996) Concrete Materials in the Classroom. International Handbook of Mathematics Education. Oordrecht (Netherlands): kluwer Academic Publishers. p.p. 411-434.

Clements, O., Battista, M. and Sarama, J. (2001). Logo and Geometry. Journal for Research in Mathematics Education, Monograph Number 10. Reston, Virginia: NCTM.

Fuenlabrada Irma. (1996) El conocimiento del espacio y el de la Geometría. ¿Qué y cómo se enseña? p.61-68.

Gavilán Izquierdo y Barroso C. (1998). Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Sevilla, España. Educación matemática. Vol. II No.2 Agosto pp. 95-103.

Grows Douglas A. (1992).Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Editor Machillan Publishing company New York 1992.p 420458.

Gutiérrez A; Jaime Adela (1990) Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes del magisterio. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia.

Hemeroteca Virtual ANUIES

<http://www.hemerodigital.unam.mx/> ANUIES

Fritzler, W Happach (1994). Triángulos y cuadriláteros inscritos en un círculo. Una aplicación del software educativo "Cabri-Géometre II" Educación matemática. Vol. 9 No.2 México.

Hoyos, V. (2002). "Coordinating mediation of activity in the learning of Geometrical transformations". Proceedings of PME- NA XXIV. Athens, Georgia: ERICI University of Georgia.

Hoyos, V. (2005). Todo. En M. Falcón y V. Hoyos (eds), Matemáticas e Instrumentos: Historia fundamentos y perspectivas educativas. México: UNAM-UPN.

Hoyos, V. (2006) Exploración sobre el aprendizaje de las transformaciones geométricas en el Bachillerato: Coordinación del uso de herramientas cognitivas en la escuela. Enseñanza de las Ciencias, marzo 2006.

Memorias del VIII Congreso Nacional de Investigación Educativa. México: Universidad de Sonora. Hoyos A. y Ortega J. (2005) Coordinación de herramientas tecnológicas en la Resolución de Problemas sobre medición de ángulos y giros. pp. 125.

<http://11www.edu.aytolacoruna.es/aula/programación/logoltransportador.htm>,1

Magina, S. & Hoyles, C. (1991). "Developing a map of children's conceptions of angle". Proceedings of XV PME, Vol. II. Assisi, Italia p.p 145.

Mariotti, A. (2002). "The Influence of Technological Advances on Students Mathematical Learning". In Lyn O. English (ed.) Handbook of International

Research in Mathematics Education. New Jersey: LEA, Pub.

Ocaña, E. (2003). Logo Quest (c). España: Neochucky Terra.

Santos, Luz M. (1996). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México. Grupo Editorial Iberoamericana, p. p. 207.

Segarra, M. y Gayan. (1985). Logo para maestros. El ordenador en la escuela: propuesta de uso Barcelona. p. p.12-30.

S.E.P. (1996-1997). Avance Programático. Sexto grado.

S.E.P. (1993). Plan y Programas de Estudio.

Software. (2004) Serie informática de Primaria. Centro de investigaciones de grupo educare. Sexto año de primaria.

Szendrei, J. (1996). Chapter 11: Concrete Materials in the Classroom. In Bishop et al. (Eds.). International Handbook of Mathematics Education, Dordrecht (Netherlands): Kluwer Academic Publishers, p.p. 411-434

Ursini, Sonia. (1977). El lenguaje Logo, los niños y las variables. Educación matemática. Vol. 9. No.2 .Agosto México. p. p. 30-41

Wenzelburger. E. Memorias del VII simposio Internacional en Educación Matemática. Editora. Asela Carlon Monroy. Grupo Editorial Iberoamérica.