



SECRETARÍA ACADÉMICA  
COORDINACIÓN DE POSGRADO  
MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

*Algebrática: un ambiente instruccional de aprendizaje orientado  
a la comprensión y construcción de los conceptos fundamentales  
del álgebra en la educación secundaria*

Tesis que para obtener el grado de  
**Maestro en Desarrollo Educativo**

presenta

**Gustavo Maldonado Ortega**

Director de Tesis:  
Mtro. William José Gallardo

México, D.F.

Diciembre de 2012

## *Lectores del Proyecto:*

- Δ Dra. Cristianne Butto Zarzar*
- Δ Dr. Rodrigo Cambray Núñez*
- Δ Dr. Sergio López Vázquez*
- Δ Mtro. Leobardo Rendón García*

## *Agradecimientos:*

*Quiero agradecer profundamente a todos mis lectores y director de tesis por sus sugerencias y comentarios durante el desarrollo de este proyecto de investigación, al igual quiero expresar mi agradecimiento a mi familia y a mi esposa Kary, por todo su apoyo incondicional durante estos años de estudio de la Maestría en Desarrollo Educativo en la Universidad Pedagógica Nacional.*

*Un reconocimiento más al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, por haberme otorgado la beca CVU: 379945 del Programa Nacional de Posgrados de Calidad, PNPC, que me permitió realizar y concluir mis estudios de maestría dentro del ciclo 2010-2012.*

## Resumen

*La presente investigación educativa tiene como objetivo principal contribuir de forma significativa al aprendizaje de álgebra en alumnos de educación secundaria por medio de un ambiente instruccional en línea llamado Algebrática. Este proyecto de investigación parte desde el diseño y programación de este ambiente de aprendizaje bajo los principios fundamentales de instrucción de Merrill (2002), y otros modelos teóricos y pedagógicos que pueden contribuir a la comprensión del álgebra como el modelo 3UV de Ursini (2008), el aprendizaje significativo de Ausubel (1983), la matemática realista de Freudenthal (1983) y aprendizaje colaborativo de Johnson y Johnson (1991).*

*Se compararon dos modelos de enseñanza y aprendizaje del álgebra a nivel secundaria: el modelo tradicional donde solo se promueve la trasmisión de información, y el modelo representado por el ambiente instruccional en línea Algebrática regido por los principios antes mencionados.*

*En el modelo tradicional, el profesor expone el tema frente a sus alumnos que tienen una actitud pasiva, memorizando fórmulas y procedimientos sin razonar lo que hacen, ejecutando mecánicamente todos sus algoritmos, según los mencionan Peñaloza y Castañeda (2008). Se ha visto que estas técnicas solo dan resultados pobres y superficiales a la hora de evaluar el aprendizaje como lo afirman en sus investigaciones. Mientras que el modelo representado por Algebrática promueve aprendizajes significativos, activos y constructivos, mediante el uso de un ambiente instruccional de aprendizaje en línea, brindando una serie de recursos multimedia de alta interactividad, e incentivando la construcción de conocimientos en los alumnos. Estos modelos se evaluaron durante las clases de matemáticas de tercer grado en la Escuela Secundaria Diurna No. 307 durante el ciclo escolar 2011-2012, en San Miguel, Cuauhtépec Barrio Alto, México D.F.*

*En la primera fase del estudio se aplicó la evaluación de conocimientos previos del álgebra Pre-Test, tanto al grupo experimental como al de control. Luego los alumnos del grupo experimental trabajaron directamente realizando las actividades propuestas en los módulos de Algebrática por un periodo de ocho semanas, mientras que los alumnos del grupo de control continuaron con su forma tradicional de enseñanza durante este mismo periodo. Al final se aplicó misma la evaluación de conocimientos del álgebra en un Post-Test a ambos grupos.*

*Los resultados indicaron que al interactuar el grupo experimental con este ambiente de aprendizaje instruccional en línea, los estudiantes lograron aprendizajes significativamente superiores al modelo tradicional de enseñanza según la descripción y análisis de las actividades realizadas con Algebrática y las comparaciones estadísticas calculadas con Chi-cuadrada ( $X^2$ ) entre Pre-Test y Pos-Test de los grupos experimental y de control.*

<i>Índice de contenido</i>	<i>Pág.</i>
<b>Resumen</b>	<i>iii</i>
<b>Introducción</b>	<i>1</i>
<b>Capítulo 1, Sobre el Problema de Investigación</b>	<i>5</i>
1.1. Problemática: dificultades en el aprendizaje del álgebra	<i>6</i>
1.2. Justificación del proyecto	<i>8</i>
1.3. Objetivos de la investigación	<i>9</i>
1.4. Pregunta de investigación	<i>10</i>
<b>Capítulo 2, Sobre los Antecedentes</b>	<i>11</i>
2.1. Introducción a la investigación del álgebra y matemáticas	<i>12</i>
2.1.1. Modelo 3UV, tres diferentes usos de variables algebraicas.	<i>14</i>
2.1.2. Modelos Teóricos Locales (MTL) y Sistemas Matemáticos de Signos	<i>19</i>
2.1.3. Modelo EMAT: Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología	<i>22</i>
2.1.4. Proyecto Descartes: matemáticas interactivas	<i>29</i>
2.1.5. Didáctica Cuevas – Pluvinage: aprendizaje de conceptos matemáticos en escenarios virtuales de aprendizaje.	<i>34</i>
2.1.6. Educación Matemática Realista (RME) y el Aprendizaje del Álgebra en un Sistema Computacional Algebraico (CAS).	<i>36</i>
2.2. Planes y Programas de Estudio SEP 2011, Matemáticas. Educación Básica Secundaria	<i>45</i>
2.2.1. Propósitos del Estudio de las Matemáticas para Educación Básica	<i>45</i>
2.2.2. Los Estándares Curriculares de Matemáticas para Secundaria	<i>46</i>
2.2.3. El Enfoque Didáctico para el estudio de las Matemáticas	<i>48</i>
2.2.4. Competencias Matemáticas	<i>49</i>

2.2.5. Organización de los Aprendizajes	50
2.2.6. Orientaciones Pedagógicas y Didácticas para la Educación Básica	52
2.2.6.1. Consideraciones Didácticas	52
2.2.6.2. Planificación de la Práctica Docente	53
2.2.6.3. Diseño de Actividades	56
2.2.6.4. Ambientes de Aprendizaje	57
2.2.6.4.1. Organización de Ambientes de Aprendizaje	58
2.2.6.4.2. Ambientes Virtuales de Aprendizaje	59
2.2.6.5. Los Proyectos	59
2.2.6.6. Secuencias Didácticas	60
2.2.6.7. Trabajo Colaborativo	60
2.2.7. Recursos Educativos	60
2.2.7.1 Las TIC como Recursos de Aprendizaje	61
2.2.7.2. Habilidades Digitales para Todos (HDT)	62
2.2.8. La Evaluación	63
2.2.9. Actitud hacia las Matemáticas y Orientaciones Pedagógicas	64
<b>Capítulo 3, Sobre Algebrática</b>	66
3.1. ¿Qué es Algebrática?	67
3.2 Diseño, Programación y Fundamentos Teóricos de Algebrática	68
3.2.1. Aspectos Técnicos de la programación y desarrollo de Algebrática	68
3.2.1.1. Descripción de los módulos y Mapa de Navegación	68
3.2.1.2. Lenguajes de programación y bases de datos utilizados	75
3.2.1.3. Descripción de la Plataforma Cliente-Servidor de Algebrática	77
3.2.2. Principios Teóricos considerados en la integración de Algebrática	78

3.2.2.1. <i>Algebrática y los Principios Fundamentales de Instrucción</i>	80
3.2.2.2. <i>Algebrática bajo los constructos del Aprendizaje Significativo</i>	86
3.2.2.3. <i>Algebrática y los diferentes usos de variables</i>	88
3.2.2.4. <i>Algebrática como un ambiente virtual de aprendizaje</i>	91
3.2.2.5. <i>Algebrática y el Aprendizaje Colaborativo</i>	92
3.3. <i>Algebrática en las Redes Sociales</i>	93
3.3.1. <i>Canal de Algebrática en Youtube</i>	94
3.3.2. <i>@Algebrática en Twitter</i>	95
3.3.3. <i>Página de Algebrática en Facebook</i>	96
3.4. <i>Algebrática para dispositivos móviles</i>	97
<b>Capítulo 4, Sobre la Metodología y Desarrollo de la Investigación</b>	98
4.1. <i>Descripción de la investigación</i>	99
4.2. <i>Pregunta de investigación</i>	99
4.3. <i>Objetivos específicos del estudio</i>	100
4.4. <i>Contexto escolar de la investigación</i>	100
4.5. <i>Diseño de la investigación</i>	101
4.6. <i>Roles en la investigación</i>	101
4.7. <i>Fases y Cronograma</i>	102
4.8. <i>Definición de la población</i>	103
4.9. <i>Diseño y aplicación de los instrumentos</i>	103
4.10. <i>Análisis de Datos</i>	104
4.10.1. <i>Análisis de Datos I, Pre-Test (Experimental vs. Control)</i>	104

4.10.2. <i>Análisis de Datos II, Pos-Test (Experimental vs. Control)</i>	108
4.10.3. <i>Análisis de Datos III, Grupo Experimental (Pre-Test vs. Pos-Test)</i>	112
4.10.4. <i>Análisis de Datos IV, Grupo Control (Pre-Test vs. Pos-Test)</i>	116
<b>Conclusiones y consideraciones finales de la investigación</b>	120
<i>Conclusiones del Estudio</i>	121
<i>Conclusiones referentes al objetivo general de la investigación</i>	121
<i>Conclusiones referentes a los objetivos específicos de la investigación</i>	122
<i>Conclusión referente a la pregunta de investigación del proyecto</i>	126
<i>Limitantes de la Investigación</i>	127
<i>Consideraciones Finales</i>	128
<b>Anexos</b>	129
<i>Anexo 1: Evaluación Diagnóstica de Conocimientos Previos (Pre-Test)</i>	130
<i>Anexo 2: Tabla de resultados del Pre-Test con ambos grupos</i>	135
<i>Anexo 3: Evaluación Final de Conocimientos (Pos-Test)</i>	136
<i>Anexo 4: Tabla de resultados del Pos-Test con ambos grupos</i>	141
<i>Anexo 5: Entrevista al docente frente a grupo</i>	142
<i>Anexo 6: Comentarios de alumnos al final de cada sesión con Algebra</i>	165
<b>Referencias Bibliográficas</b>	167

## Introducción

Vivimos una época en la que uso de las tecnologías de información no puede ignorarse, hoy tenemos la necesidad de emplearlas en casi todas nuestras actividades diarias. Hemos pasado de la era de hardware de computadoras de escritorio a la era de conexión de banda ancha y dispositivos móviles con pantallas táctiles, donde recibimos y enviamos información en tiempo real a cada paso que damos. Todo esto nos habla de la gran importancia que tienen las *TIC* hoy en día.

Los jóvenes se han apropiado de estas nuevas tecnologías, incluso se les llama *nativos digitales*, porque nacieron con ellas; intuitivamente las entienden y dominan, expresándose y socializando fácilmente a través de las redes sociales; según las investigaciones de Crovi (2009) en estudiantes universitarios, existe un alto nivel de apropiación funcional de las TIC, que depende de la utilidad práctica que cada uno de los estudiantes le otorga. Desafortunadamente, la mayoría de las veces solo lo hacen con fines de diversión y esparcimiento, sin comprender el enorme potencial y utilidad que estas pueden tener en su desarrollo personal y profesional.

Muchas tecnologías de información utilizadas en el ámbito educativo no tienen un sustento pedagógico ni didáctico que permitan al estudiante integrar y estructurar sus nuevos conocimientos con los que ya posee, y así poder dar solución a los problemas de su vida real.

Más aún, si las tecnologías de información se aplican bajo las condiciones del *modelo tradicional de enseñanza*, donde el profesor es el centro de atención de todo lo que ocurre en el aula y el único transmisor del conocimiento (*Pedagogía de la Transmisión según Silva, 2005*), seguirán existiendo los problemas de aprendizaje. Sin ningún intercambio de ideas significativo, ni la comprensión clara de los conceptos; los estudiantes no estarán identificados o motivados por los temas vistos en clase, y no podrán encontrar ninguna utilidad ni sentido práctico de estos temas en su vida.



Si nos enfocamos en la enseñanza de las matemáticas con tecnologías, Rojano *et al.* (2006), considera que se pueden concebir a las tecnologías como verdaderas herramientas que logran mediar el aprendizaje y la enseñanza, si están en función de un modelo pedagógico que de resultados positivos durante la práctica en el salón de clases.

En el mismo sentido, Filloy (Rojano *et al.*, 2006) argumenta que sólo es posible utilizar de manera efectiva los sistemas de calculadores algebraicos (CAS), si se tiene un buen conocimiento de las reglas, técnicas y métodos; ya que sin ellos, los alumnos sólo aprenderán a apretar teclas, sin conferirle el sentido necesario para resolver las situaciones problemáticas que se les plantean.

Para Kieran (2003), las tecnologías computacionales logran que los estudiantes se involucren a un nivel global de actividad matemática, sin tener que generar o transformar una expresión algebraica por ellos mismos. Pero aun así, *tienen que aprender* como calcular las expresiones, incluso si la tecnología les facilita realización de los cálculos manuales.

Como vemos, las tecnologías de información pueden llegar a ser poderosas herramientas o ambientes de aprendizaje, sobre todo si tienen un sustento pedagógico, didáctico o instruccional adecuado que le permitan al estudiante integrar, organizar y estructurar sus conocimientos de forma dinámica y significativa.

Los nuevos ambientes de aprendizaje virtual que han surgido con el desarrollo de internet, son diseñados específicamente para aplicaciones educativas y están basados en un determinado paradigma instruccional de aprendizaje vía la Web; tienen como sustento diversos modelos pedagógicos instruccionales (*descriptivos, prescriptivos o ambos, Kodali, 1998*), que hacen uso de las tecnologías de colaboración síncronas / asincrónicas (*chats, foros, blogs, redes sociales, etc.*) y de sus recursos multimedia, permitiendo la apropiación de la tecnología como un elemento de aprendizaje significativo para los estudiantes (*Burgos y Lozano, 2012, McGreal, 1999*).

El objetivo principal de este proyecto de investigación educativa, es contribuir con el proceso de aprendizaje del álgebra a nivel secundaria a través de un nuevo ambiente virtual de aprendizaje llamado “*Algebrática*” que emplea las características y potencialidades de las nuevas tecnologías de información y comunicación.

*Algebrática* se apoya en los cinco principios fundamentales de instrucción de Merrill (2002), que se centran en la solución de un problema, con activación de los conocimientos previos y la demostración de las habilidades necesarias para resolverlo, junto con la aplicación e integración de los nuevos conocimientos adquiridos.

Este proyecto consta de dos fases, en la primera se desarrolla *Algebrática* siguiendo los principios fundamentales de instrucción de *Merrill (2002)*<sup>1</sup>, y usando los lenguajes de programación *HTML, ActionScript en Flash, PHP y MySql*.

En la segunda fase del proyecto, se evalúa *Algebrática* con un diseño experimental de Pre-Test / Pos-Test, donde se trabaja un grupo de control bajo el modelo tradicional de enseñanza y un grupo experimental que trabaja con el ambiente virtual de aprendizaje *Algebrática* bajo los principios fundamentales de instrucción. Se realizan comparativas estadísticas (*Chi-cuadrada*) entre ambos grupos para determinar si existe o no una relación directa con el método aplicado a cada uno y los resultados en los instrumentos de medición (Pre-Test / Pos-Test).

*Algebrática* como un ambiente virtual de aprendizaje le da importancia a las tecnologías síncronas y asíncronas de las redes sociales de mayor penetración en la actualidad (*Facebook, Twitter, Youtube*), como una forma de interacción y e interactividad social (*Vygotsky*) para lograr una comunicación e intercambio de ideas y conocimientos de quienes participan dentro de este nuevo ambiente virtual de aprendizaje, generando así una serie de interpretaciones, asimilaciones y experiencias que pueden traducirse en conocimientos y nuevos aprendizajes.

---

<sup>1</sup> <https://www.indiana.edu/~tedfrick/aect2002/firstprinciplesbymerrill.pdf> consultado: 23/05/11

Este libro se divide en cinco capítulos y los anexos, en el capítulo uno, se describe el problema y las preguntas de investigación, los objetivos generales del proyecto, y su justificación.

En el capítulo dos, se discuten los antecedentes del proyecto, las investigaciones y modelos que se han realizado referentes a la enseñanza y aprendizaje del álgebra y la matemática, los Modelos Teóricos Locales para la observación experimental de la matemática educativa; los Modelos EFIT y EMAT de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula; el Modelo 3UV de los tres diferentes usos de las variables; el Modelo Cuevas-Pluvinage que retoma los principios de la escuela activa, y la Investigación del Aprendizaje del Álgebra dentro de un Ambiente Computacional Algebraico. Y también se hace una revisión general de los *Planes y Programas de Estudio de Matemáticas de la SEP (2011) para la Educación Secundaria*.

El capítulo tres, describe la propuesta educativa *Algebrática*, su origen y significado, los principios fundamentales de instrucción en los que se basa, sus tecnologías de desarrollo y programación, y la relación que tiene con las redes sociales.

El capítulo cuatro, refiere a la metodología de la investigación, el tipo y diseño de la investigación, los objetivos particulares del estudio, las fases y el desarrollo del estudio, el contexto escolar, el diseño y aplicación de los instrumentos de medición, las hipótesis de investigación, la recolección y análisis de datos, junto con las estadísticas de prueba.

El capítulo cinco, incluye las conclusiones finales y resultados del estudio, se habla sobre las limitantes de la investigación y se hacen las consideraciones finales del uso y desarrollo futuro de *Algebrática*.

En los anexos se agregan las evaluaciones tanto diagnóstica como final, junto con sus análisis respectivos, además de la entrevista narrativa realizada al profesor titular de la materia de matemáticas.

# *Capítulo 1*

## *Sobre el Problema de Investigación*

---

## 1.1. Problemática: dificultades en el aprendizaje del álgebra

Muchos investigadores y especialistas de alto nivel han contribuido a través de años de experiencia con reflexiones, propuestas de innovación y actualización de los modelos de enseñanza y aprendizaje, identificando los problemas más comunes que se presentan al enseñar y aprender el álgebra en la escuela.

Ursini *et al.* (2008), Identifica una serie de errores y dificultades que los estudiantes tienen al aprender álgebra, como la dificultad para diferenciar entre los distintos usos de las variables, la dificultad para interpretar las variables acompañadas por coeficientes o exponentes, la incapacidad para aceptar una expresión abierta como respuesta válida, la tendencia a ignorar la letra que representa un parámetro, y la dificultad de reconocer la variación conjunta de dos variables relacionadas.

En su disertación doctoral Drijvers (2003) hace una descripción detallada de las principales dificultades que presentan los estudiantes a la hora de aprender álgebra, por ejemplo, la limitada comprensión del concepto de variable; la confusión en la manipulación de variables y constantes (objetos constantes o entidades); el excesivo énfasis en símbolos, desarrollos y reglas con el modelo tradicional de enseñanza del álgebra; la incapacidad para relacionar el carácter formal, algorítmico de los procedimientos algebraicos a los métodos informales y naturales que les son significativos; la falta de significación de los objetos matemáticos en el que los estudiantes no pueden relacionar los problemas planteados con las situaciones concretas de la vida real; la necesidad de realizar un seguimiento general de la resolución del problema, mientras se realiza el procedimiento elemental algebraico que forma parte de ello; la simplificación del lenguaje algebraico con sus específicas convenciones; y el carácter de objetos que tienen las fórmulas y expresiones algebraicas, donde los estudiantes frecuentemente las perciben como procesos o acciones acompañadas con respuestas sin referentes totalmente numéricos.

Para Macnab y Cummine (1992), los principales problemas en las clases del álgebra y matemáticas, se encuentran dentro de su clasificación de ocho áreas de dificultad: la naturaleza abstracta de los conceptos implicados, la complejidad de los conceptos algebraicos, la naturaleza jerarquizada de las matemáticas, la naturaleza lógica del álgebra y de las matemáticas, la notación formal algebraica, los algoritmos formales, el concepto y uso de variables, junto con los conceptos espaciales y el pensamiento geométrico; además consideran que el simbolismo, en particular en el álgebra, parece tener vida propia, ya que muchos estudiantes ven una expresión o ecuación algebraica como un ente misterioso divorciado de cualquier clase de realidad, y donde su manipulación resulta igualmente incomprensible.

Los métodos tradicionales de enseñanza de las matemáticas, según Freudenthal (1986), comienzan por los niveles superiores de abstracción hacia los niveles inferiores *concretos*, en lugar de ser al revés, esto lo expresa claramente cuando dice: *“al dictarle el sistema deductivo al alumno que es carente de todo sistema de reinención, este método puede ser nefasto, matando cualquier semilla psicológica de la aplicabilidad de las matemáticas”*, y agrega: *“al dictarle el sistema deductivo a un alumno, le privamos de un beneficio único, el de aprender a organizar matemáticamente una materia”*. Freudenthal, considera que el problema comienza desde que se enseña el álgebra a partir de un nivel de noción abstracto, siendo éste un dominio donde el estudiante no tiene ninguna experiencia, y por lo tanto es incapaz de captar el sentido de las definiciones formales del álgebra y de la matemática.

En la práctica cotidiana en el aula, y durante años de experiencia en la docencia del álgebra y matemáticas he observado una serie de situaciones que afectan directamente el aprendizaje; entre las que considero las más relevantes están: la concepción abstracta que se tiene del álgebra y de la matemática en general, la aplicación de los métodos tradicionales de enseñanza aun cuando se usen las nuevas tecnologías de información, la falta de relación entre los conceptos que se les enseñan a los estudiantes en la escuela y sus actividades de la vida diaria, la

carencia de una buena comunicación y retroalimentación entre profesor y estudiante dentro del proceso enseñanza-aprendizaje de los conceptos algebraicos, y el poco aprovechamiento del potencial que tienen las tecnologías de información y comunicación para acercar a los estudiantes al contexto real y producir aprendizajes significativos.

## *1.2. Justificación del Proyecto*

A continuación se exponen tres aspectos importantes que justifican la realización de este proyecto de investigación educativa:

1. A pesar de todas las investigaciones y estudios que se han realizado para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del álgebra, el problema continuo existiendo, por lo que se considera necesario seguir haciendo investigación dentro de esta área.
2. Aunque es posible proponer nuevos ambientes y modelos de aprendizaje del álgebra diseñados a lápiz y papel, el uso las tecnologías de información nos permiten llegar a más estudiantes, en menos tiempo y con un mínimo de recursos e incluso brindar asesorías las veinticuatro horas del día.
3. Si bien, muchas herramientas tecnológicas comerciales han sido de gran utilidad para proyectos de investigación educativa, no fueron explícitamente diseñadas con fines didácticos, por lo que carecen de un modelo pedagógico integral que satisfaga plenamente las condiciones y exigencias para un buen aprendizaje del álgebra.

### 1.3. *Objetivos de la investigación*

Objetivo General: Diseñar, desarrollar y evaluar un ambiente virtual de aprendizaje en línea que contribuya a la construcción de aprendizajes significativos de los *conceptos fundamentales del álgebra*<sup>2</sup> en alumnos de nivel secundaria.

Este proyecto de investigación educativa consta de dos fases, para la primera se plantean los siguientes objetivos específicos:

- *Programar el ambiente de aprendizaje virtual Algebraica con base en los principios fundamentales de instrucción (Merrill, 2002).*
- *Diseñar los instrumentos de medición Pre-Test / Pos-Test, de acuerdo al currículo matemáticas de los Planes y Programas de Estudio de la Escuela Básica Secundaria. (SEP).*

Para la segunda fase del Proyecto, los objetivos específicos planteados son:

- *Comprobar si el ambiente virtual de aprendizaje Algebraica, logra aprendizajes significativos de los elementos básicos y de las expresiones y operaciones del programa de estudios de álgebra en alumnos de secundaria.*
- *Probar si el ambiente virtual de aprendizaje Algebraica promueve aprendizajes diferentes a los de la enseñanza tradicional dentro del aula.*
- *Probar si Algebraica logra ser una aplicación matemática innovadora que proporcione nuevos y útiles elementos para el aprendizaje del álgebra a través de las tecnologías de información y comunicación.*

### 1.4. *Pregunta de investigación*

---

<sup>2</sup> Para este proyecto de investigación educativa se entiende por *conceptos fundamentales del álgebra*, los



Como consecuencia del desarrollo de las tecnologías de información, los ambientes de aprendizaje virtual han demostrado ser eficientes herramientas mediadoras del aprendizaje y la enseñanza, según el modelo pedagógico con el que se pongan en práctica (Rojano, 2006), y el paradigma instruccional que utilicen (McGreal, 1999). Lo que esta investigación educativa pretende es comprobar si el ambiente de aprendizaje virtual *Algebrática* diseñado bajo los principios fundamentales de instrucción de *Merrill (2002)* y apoyado por el Modelo 3UV de *Ursini (2008)* y el *Aprendizaje Significativo de Ausubel (1983)*, es capaz de contribuir de manera significativa en el aprendizaje del álgebra con alumnos de educación básica secundaria.

La pregunta de investigación que guía este trabajo es la siguiente:

*¿Qué diferencias existen al emplear Algebrática como un ambiente instruccional de aprendizaje orientado a la comprensión de los conceptos fundamentales del álgebra (variable, constante, coeficiente y exponente), en comparación con el método tradicional de enseñanza que se imparte en las Escuelas de Educación Básica Secundaria? ¿Estas diferencias llegan a ser significativas?*

La Hipótesis que se comprobará con esta investigación es la siguiente:

*El uso de Algebrática mejora considerablemente la comprensión de los conceptos fundamentales del álgebra al presentar diferencias significativas en las evaluaciones Pre-test y Pos-Test, con respecto al método tradicional de enseñanza que se imparte en las Escuelas de Educación Básica Secundaria.*

## *Capítulo 2*

### *Sobre los Antecedentes*

---

## 2.1. Introducción a la investigación del álgebra y matemáticas

En la primera parte de este capítulo abordaremos a varios autores de gran interés para este proyecto, que han realizado investigaciones de punta en el área de la enseñanza y aprendizaje del álgebra, algunos de ellos relacionados directamente con las tecnologías de información y los ambientes computacionales algebraicos. Al final de este capítulo se hace una revisión del currículo de matemáticas dentro de los planes y programas de estudio SEP 2011 de las escuelas secundarias y las tecnologías que están involucradas.

La investigación del aprendizaje y la enseñanza del álgebra no es nueva, según Kieran (en Gutiérrez y Boero, 2006) son más de treinta años de investigación dentro del campo de la *Psicología de Educación Matemática (PME)*, que pueden dividirse en tres grandes periodos de tiempo: el primer periodo (1977-2006) se caracteriza por la transición del aritmética al álgebra, el estudio de las variables e incógnitas, y la solución de ecuaciones y problemas textuales del álgebra; el segundo periodo (1980 a 2006), se relaciona con el uso de nuevas herramientas tecnológicas y un enfoque sobre múltiples representaciones y generalizaciones; el tercer periodo (1990 a 2006), cubre el pensamiento algebraico en estudiantes de educación básica, el enfoque sobre la enseñanza del álgebra y el maestro, y el modelado dinámico de situaciones físicas y otros ambientes algebraicos dinámicos.

Dentro de la investigación de la enseñanza del álgebra, Filloy (1999) ha realizado múltiples estudios en las áreas de la didáctica del álgebra y la geometría, la teoría local y sistemas matemáticos de signos; en la historia de las ideas algebraicas y geométricas, así como en el desarrollo curricular y uso de las nuevas tecnologías de la información en la enseñanza. En su libro de “Aspectos teóricos del álgebra educativa” (Filloy, 1999), explica su teoría de los *Modelos Teóricos Locales (MTL)*, como un marco teórico y metodológico para la observación experimental en materia educativa.

Rojano (2006), utiliza la perspectiva del *análisis histórico-epistemológico*<sup>3</sup>, para el estudio de los procesos de transición del pensamiento aritmético al algebraico en los individuos, sugiriendo que hay competencias algebraicas como la operación de las incógnitas y el dominio del método cartesiano de resolución de problemas, trabajando con entornos tecnológicos del aprendizaje de las matemáticas como la modelación con hojas de cálculo para explorar fenómenos del mundo físico.

Con su Modelo 3UV, Ursini (2008) investiga la comprensión del concepto de variable como un aspecto fundamental para el buen aprendizaje y uso del álgebra; desde una perspectiva Vygostkiana explora la posibilidad de crear un potencial en alumnos pre-algebraicos para trabajar distintos usos de la variable, considerando el impacto de los medios computacionales en el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

Kieran (2003), se especializa en la investigación de la enseñanza y aprendizaje del álgebra, con un énfasis especial en el uso de tecnología, trabaja un modelo para conceptualizar el álgebra escolar, resaltando tres tipos importantes de actividad: generacional, transformacional, y meta nivel global. Analiza el papel que juegan los entornos tecnológicos en el tránsito de la aritmética al álgebra.

En la investigación del aprendizaje del álgebra dentro de entornos computacionales algebraicos, Drijvers (2002) se centra en el concepto de parámetro y del pensamiento algebraico desde perspectiva del enfoque instrumental, retomando principalmente la corriente de Hans Freudenthal de la Educación Matemática Realista (RME).

Cuevas y Pluinage (2010) crearon un modelo didáctico para aprender conceptos matemáticos, basado en tres principios de la *Escuela Activa*<sup>4</sup>, el primero consiste en la acción mental o física que puede desarrollar el estudiante, el segundo hace

---

<sup>3</sup> Éste es un tipo de análisis toma elementos de la génesis histórica y de la epistemología, a través de la historia de las ideas, para el provecho de la didáctica de las matemáticas (Filloy, 1999).

<sup>4</sup> Donde se resalta la importancia que tiene para el aprendizaje que el individuo efectúe las acciones concretas; precursores de la Escuela Activa: Lay, Dewey, Claparede, Decroly, Kerschentainer en (González, 2010).

la consideración de la resolución un problema dentro de un contexto de interés para el educando, y el tercero es la validación de los resultados del problema planteado al alumno.

En las secciones siguientes se verán con más detalle de los modelos creados por estos autores.

### *2.1.1. Modelo 3UV, tres diferentes usos de variables algebraicas*

Ursini (2008) considera que el concepto de variable que se enseña a los estudiantes tiene diversas acepciones, como *incógnita específica*, como *número generalizado* y como una *relación funcional*.

Por ejemplo, cuando la variable se usa como una *incógnita específica*, es necesario reconocer en la expresión algebraica un valor susceptible de determinarse, interpretarla como una entidad que puede tener valores específicos, sustituir el o los valores para mantener la ecuación como verdadera y finalmente llevar a cabo las operaciones algebraicas o aritméticas necesarias. En el caso donde la variable es usada como un *número generalizado*, se vuelve imprescindible reconocer patrones y reglas en secuencias, para así interpretar a la variable como una entidad que puede asumir cualquier valor, pero que puede operarse como un ente indeterminado; y finalmente cuando la variable es usada dentro de una *relación funcional*, se presenta una correspondencia de variación conjunta con otras variables, es decir, uno valor estático y otro dinámico, donde se entiende como aspecto estático, el énfasis que se pone en la correspondencia estática entre dos cantidades y por un aspecto dinámico cuando se consideran las dos cantidades como entidades en movimiento y se percibe su comportamiento global de manera relacionable.

En cada uno de estos usos, se esperaría que los estudiantes fueran capaces de interpretar, manipular, simbolizar y coordinar los diferentes usos de la variable, para lo cual Ursini (2008) propone una serie de capacidades básicas a desarrollar en los alumnos de secundaria:

- *Realizar cálculos sencillos operando con las variables*
- *Comprender por qué es posible operar con las variables y por qué estas operaciones permiten llegar a un resultado, sea éste numérico o no.*
- *Darse cuenta de la importancia que tiene lograr la capacidad de usar las variables para modelar matemáticamente situaciones de distinto tipo.*
- *Distinguir entre los distintos usos que se les da a las variables en álgebra.*
- *Pasar con flexibilidad entre los distintos usos de las variables.*
- *Integrar los diversos usos para verlos desde diferentes perspectivas de un mismo objeto matemático, que se revelan dependiendo de la situación particular.*

### Aspectos de Modelo 3UV

Se presenta aquí una síntesis de los aspectos más importantes que caracterizan a cada uno de los tres usos de variable, según del Modelo 3UV, Ursini (2008).

La variable como incógnita específica (I):

Para trabajar con problemas que involucran la *incógnita*<sup>5</sup>, es indispensable:

*I1.- Reconocer e identificar, en una situación problemática, la presencia de algo desconocido que puede ser determinado considerando las restricciones del problema.*

*I2.- Interpretar la variable simbólica que aparece en una ecuación, como la representación de valores específicos.*

*I3.- Sustituir la variable por el valor o valores que hacen de la ecuación un enunciado verdadero.*

---

<sup>5</sup> Esto se verá con más detalle en la sección 3.2.2.4 con el Módulo 4 Solución de ecuaciones lineales de *Algebrática*.

*14.- Determinar la cantidad desconocida que aparece en ecuaciones o problemas, realizando operaciones algebraicas, aritméticas o de ambos tipos.*

*15.- Simbolizar las cantidades desconocidas identificadas en una situación específica y utilizarlas para plantear ecuaciones.*

Para comprender el uso de variable como incógnita específica, el alumno debe ser capaz de reconocer que en cierto problema, puede estar involucrada una cantidad cuyo valor no es conocido, pero es posible determinar tomando en cuenta, todos los datos proporcionados. Teniendo además la capacidad para de representar simbólicamente tal cantidad desconocida relacionándola con los datos del problema, desarrollando una o varias expresiones algebraicas que reflejen esta relación. Llegando incluso a obtenerse una ecuación que represente matemáticamente el problema a partir de las expresiones algebraicas desarrolladas.

La variable como número general (G):

Para trabajar con problemas que involucran el *número general*<sup>6</sup>, se necesita:

*G1.- Reconocer patrones y percibir reglas y métodos, en secuencias y familias de problemas.*

*G2.- Interpretar la variable simbólica como la representación de un entidad general, indeterminada, que puede asumir cualquier valor.*

*G3.- Deducir las reglas y métodos generales, en secuencias y en familias de problemas.*

*G4.- Manipular (simplificar, desarrollar) la variable simbólica.*

*G5.- Simbolizar enunciados, reglas o métodos generales.*

Para comprender el uso de la variable como número general, es necesario desarrollar la capacidad en los alumnos para reconocer patrones, hallar reglas, deducir métodos generales y describirlos. Es necesario también, distinguir entre

---

<sup>6</sup> Esto se verá con más detalle en la sección 3.2.2.4. con el Módulos 3, 6, 7 y 8 de *Algebrática*.

los aspectos invariantes y los que varían en una multiplicidad de situaciones. Requiere que el alumno sea capaz de usar símbolos para representar una situación general, una regla o método, o relacionar expresiones generales entre sí. Y ante una expresión general dada o construida por el propio estudiante, éste tiene que interpretar los símbolos involucrados como números generales, los cuales representan cantidades indeterminadas que no se pueden, ni se necesita determinar.

Las variables en una relación funcional (F):

Para trabajar con problemas que involucran variables en una *relación funcional*<sup>7</sup> es indispensable:

*F1.- Reconocer la correspondencia entre variables relacionadas, independientemente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas).*

*F2.- Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la variable independiente.*

*F3.- Determinar los valores de la variable independiente, dados los valores de la variable dependiente.*

*F4.- Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas en una relación funcional, independientemente de la representación utilizada ()*

*F5.- Determinar los intervalos de variación de una de las variables, dado el intervalo de variación de la otra.*

*F6.- Simbolizar una relación funcional, con base en el análisis de los datos del problema.*

---

<sup>7</sup> Esto se verá con más detalle en la sección 3.2.2.4. con el Módulo 9 Graficador de ecuaciones algebraicas de *Algebrática*.



Para trabajar las variables en relación funcional, es necesario reconocer que en ciertos casos están involucradas cantidades cuyos valores se encuentran relacionados; y en tal condición, la variación de una cantidad afecta a la variación de la otra. Es importante que el alumno reconozca que existe correspondencia entre las dos variables y que varían de manera relacionada.

Asociado a su Modelo 3UV, Ursini (2008) propone un tipo de “enseñanza en espiral”, donde el acercamiento a los distintos usos de la variable es gradual, siendo las situaciones que se exponen a los alumnos cada vez más complejas; abordando de esa forma los diferentes temas del álgebra. Cada espiral de este tipo de enseñanza está constituida por dos fases, en la primera se trabaja con actividades que emplean únicamente alguno de los tres usos de la variable, con el objetivo de fortalecer la comprensión de los aspectos que caracterizan a cada uso; en la segunda fase se trabajan actividades que requieren los tres usos de la variable, con el propósito de desarrollar la capacidad de transitar de manera flexible entre estos los distintos tipos de uso. En cada giro de la espiral se incrementa el grado de complejidad, repitiéndose el mismo patrón de actividades al diferenciar e integrar los distintos usos de la variable.

### 2.1.2. Modelos Teóricos Locales (MTL) y los Sistemas Matemáticos de Signos.

Filloy (1999) desarrolla el concepto metodológico de Modelos Teóricos Locales (MTL) en su libro “Aspectos teóricos del álgebra educativa”, en respuesta a la falta de marcos teóricos que permitan observar e interpretar los hechos que acontecen en el aula durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos concretos. Filloy menciona: *“debemos contar con un marco teórico que permita interpretar tales hechos y proponer nuevas observaciones que desentrañen las relaciones entre las diversas componentes que entran en juego”*.

Es importante considerar que el modelo teórico local tiene carácter descriptivo, explicativo y predictivo<sup>8</sup>; y su naturaleza local se debe al hecho de que se elabora exclusivamente para explicar los fenómenos observados en el aula. Butto (2005) agrega a la definición del modelo teórico local: *“es recursivo, pues se orienta al significado dado por el uso, desde el cual se mira el problema original con una nueva perspectiva: se parte de la problemática, se plantea el MTL que se va a desarrollar en la experimentación, y los resultados de la misma inciden sobre la manera como se va a observar la problemática y a replantear el MTL”*.

Filloy introduce un término fundamental a este modelo, el Sistema Matemático de Signos (SMS), que es una herramienta de análisis de los *“textos creados”*<sup>9</sup> por los estudiantes cuando se les enseña matemáticas, siendo resultado de sus procesos de producción de sentido. Los SMS son producto de un proceso de abstracción progresiva, parten de un nivel básico (o concreto) y evolucionan hacia un nivel más abstracto de comprensión matemática. El estudiante va rectificando el uso de los SMS desde un nivel intermedio de modo tal que al final del proceso de enseñanza, llegue a ser competente en el SMS deseado, que es la meta de cualquier modelo de enseñanza.

---

<sup>8</sup> Espinoza, E (2011) en Análisis del entrecruzamiento de los sentidos de uso de la variable y del número negativo en el trabajo algebraico con estudiantes de secundaria. CINVESTAV-DME.

<sup>9</sup> Pueden considerarse como “nuevos aprendizajes”.

El Modelo Teórico Local está constituido por cuatro componentes interrelacionadas:

- *La componente de enseñanza*, está conformada por una secuencia de textos matemáticos<sup>10</sup> cuya elaboración y descodificación por el estudiante le permite interpretar todos estos textos en un SMS más abstracto socialmente establecido y propuesto por los sistemas educativos curriculares. Para Butto (2005), “Esta componente sirve para estudiar cómo se diseñan los modelos de enseñanza y las dificultades enfrentadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje”.
- *La Componente de procesos cognitivos*, examina las tendencias cognitivas y las diferentes maneras de codificar y descodificar mensajes<sup>11</sup> matemáticos, que presentan los alumnos en una situación de enseñanza cuando se está tratando de pasar de un estrato de lenguaje SMS concreto a uno más abstracto. Dentro de la *fenomenología didáctica*<sup>12</sup>, los SMS se tratan como “procesos cognitivos”, situados dentro del sistema educativo como materia de enseñanza, y siendo aprendidos por los alumnos.
- *Componente de competencia formal*, explica y predice la conducta del sujeto ideal que conoce el conjunto de las matemáticas socialmente establecidas en un momento histórico determinado. En palabras de Filloy (1999): “el modelo formal es aquel con el que el sujeto epistémico descodificaría las situaciones observadas; esto es, la descodificación de alguien que tuviera todas las competencias creadas a lo largo del proceso histórico de construcción de conocimiento matemático”.
- *Componente de comunicación*, analiza el intercambio de mensajes de sujetos que poseen distintos grados de competencia en el uso de SMS de diferente

---

<sup>10</sup> Se denominan textos matemáticos a los producidos por una concatenación mezclada de signos que proceden de distintos sistemas de códigos, incluido el lenguaje natural y los sistemas de signos personales de cada estudiante que desaparecerán cuando realicen procesos de abstracción que los conduzcan a un SMS socialmente establecido. Espinoza (2011).

<sup>11</sup> Hace referencia a los diferentes tipos de procesos de pensamiento de cada individuo, Filloy (1999).

<sup>12</sup> La fenomenología didáctica considera en su análisis las acciones o fenómenos que están presentes en el mundo en el que viven los alumnos a los que se pretende enseñar en los sistemas escolares. Freudenthal (1983).

grado de cognición y abstracción, para Puig (2003) dicho intercambio se produce gracias a la lectura / transformación de una secuencia de textos que la llama “Modelo de enseñanza”; como consecuencia de esa lectura / transformación se producen conceptos nuevos a través de la producción de nuevos sentidos y el establecimiento de nuevos significados para el SMS, en el que se describe y se produce lo enseñando, llevando incluso la elaboración de nuevos SMS más abstractos.

Un ejemplo de aplicabilidad de este modelo se ve en el estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas<sup>13</sup> que hacen Filloy, Puig, y Rojano (2008), donde analizan las interrelaciones que existen entre el lenguaje algebraico con el lenguaje natural y con el de la aritmética, desde una perspectiva que los concibe como sistemas de signos. Este acercamiento teórico de los modelos locales al estudio de la adquisición del lenguaje algebraico incorpora el elemento semiótico de los sistemas matemáticos de signos (SMS), lo cual permite el análisis de las relaciones entre los sistemas y las producciones propias de los estudiantes.

El problema que se plantean estos investigadores se da al observar que los estudiantes tienen gran dificultad en la lectura y escritura de las expresiones algebraicas, la cual se manifiesta en una tensión entre el uso de los sistemas de signos de la aritmética ( $SMS_{ar}$ ) y del lenguaje natural, además de la necesidad de darle significado a las oraciones y signos algebraicos. En las respuestas espontáneas que dan los estudiantes durante la investigación, predominan los significados coloquiales lo que inhibe la traducción al sistema matemático de signos del álgebra ( $SMS_{al}$ ), y siendo imposible su comprensión formal. Para solucionar este problema, los investigadores consideraron avanzar en las *tácticas intermedias*<sup>14</sup> inmersas en los usos de los estratos de los SMS intermedios que se estén utilizando, mediante la implementación de la teoría de los modelos teóricos locales, que propone analizar de manera localizada y específica los principales

---

<sup>13</sup> Más en específico la lecto-escritora algebraica

<sup>14</sup> Se entiende por tácticas intermedias a las estrategias que se desarrollan entre los SMS abstractos y los SMS concretos.

aspectos de los fenómenos observados<sup>15</sup> a través de las componentes de competencia formal, de enseñanza, de procesos cognitivos y de comunicación en este modelo.

### 2.1.3. Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT)

El Modelo EMAT<sup>16</sup>: Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología es un modelo de innovación educativa, cuyo soporte principal es el uso de entornos tecnológicos de aprendizaje que permiten a los estudiantes experimentar nuevas formas de apropiación del conocimiento, abriendo espacios de comunicación e interacción social y promoviendo conversaciones significativas de temas relacionados con matemáticas en el aula (Rojano, 2006).

Este modelo contempla el uso de una variedad de piezas de tecnología (software especializado y calculadoras gráficas), cada una relacionada con las didácticas específicas de la geometría, el álgebra, la aritmética, la resolución de problemas y la modelación. En la mayoría de los casos, la construcción y uso de estas piezas de tecnología cuentan con un sustento teórico y/o empírico, que respaldan su valor como herramientas mediadoras del aprendizaje, en lo cognitivo y en lo epistemológico<sup>17</sup>.

EMAT es un modelo específico para la enseñanza de las matemáticas con tecnología, que se rige bajo los siguientes principios: *Principio Didáctico*, *Principio de Especialización*, *Principio Cognitivo*, *Principio Empírico* y *Principio de Equidad*.

A continuación se hace una breve descripción de cada uno de estos principios:

---

<sup>15</sup> Refiriéndose al análisis fenomenológico a priori.

<sup>16</sup> En 1997 la Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la SEP en México, en colaboración con el Instituto latinoamericano de Comunicación Educativa (ILCE), tomaron la iniciativa de poner en marcha los proyectos de innovación y desarrollo educativo EMAT y EFIT. Rojano (2006).

<sup>17</sup> Referente a la teoría del conocimiento, al estudio crítico de los principios, de las hipótesis y de los resultados de las diversas ciencias. Hajar (2010).

- a) *Principio Didáctico*, mediante el cual se diseñan actividades para el aula, siguiendo un tratamiento fenomenológico<sup>18</sup> de los conceptos que se enseñan.
- b) *Principio de Especialización*, por el que se seleccionan herramientas y piezas de software de contenido. Los criterios de selección se derivan de las didácticas específicas acordes con cada materia (Matemáticas).
- c) *Principio Cognitivo*, a través del cual se seleccionan herramientas que permiten la manipulación directa de objetos matemáticos y modelos de fenómenos, mediante representaciones ejecutables.
- d) *Principio Empírico*, bajo el cual se seleccionan herramientas que han sido probadas en algún sistema educativo.
- e) *Principio Pedagógico*, por medio del cual se diseñan las actividades de uso de las TIC para que promuevan el aprendizaje colaborativo y la interacción entre alumnos, así como entre profesores y alumnos.
- f) *Principio de Equidad*, con el que se seleccionan herramientas que permitan a los alumnos de secundaria el acceso temprano a ideas novedosas en ciencias y matemáticas.

#### Propósitos del Proyecto EMAT:

A través de un modelo pedagógico que usa la tecnología, el Proyecto EMAT permite la creación de ambientes de aprendizaje que propician la creación de ideas matemáticas, la formulación de hipótesis y el empleo de conceptos matemáticos para la exploración de situaciones, que enriquecen y facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en secundaria.

---

<sup>18</sup> Este tratamiento considera que los conceptos matemáticos se construyen como medios de organización de los fenómenos que se presentan en los objetos del mundo. Freudenthal (1983).

El uso de herramientas computacionales en este modelo permite:

- Dar un tratamiento fenomenológico a los conceptos matemáticos, ofreciendo así a los alumnos la posibilidad de considerarlos como un medio para describir y analizar fenómenos.
- Expresar las ideas matemáticas, manipularlas y ejecutarlas. Esto involucra al alumno en un proceso de formulación, prueba y reformulación de hipótesis expresadas matemáticamente.
- Acercarse a áreas específicas de las matemáticas que se trabajan en la escuela secundaria, relacionadas con el pensamiento numérico, el pensamiento algebraico, las figuras geométricas y sus propiedades. La presentación, interpretación y tratamiento de la información y la modelación matemática.

EMAT considera también:

- Un aprendizaje básico del manejo de la tecnología, al ir desarrollando el trabajo tanto profesores como alumnos de las principales ideas matemáticas a través de uno o más programas computacionales.
- La puesta en práctica de un modelo cooperativo, que propone el trabajo en equipo, usando una computadora por pareja o terna con el fin de proponer la discusión y el intercambio de ideas matemáticas.
- La puesta en práctica de un modelo pedagógico en el que el profesor se vuelve un guía que ayuda a los alumnos en la comprensión y formulación de ideas matemáticas, y a la vez es un mediador entre los alumnos, la herramienta computacional y los conceptos matemáticos.

Aula EMAT

El aula EMAT se compone de 16 computadoras, suficientes para un grupo de 30 alumnos trabajando en pareja, una computadora es exclusiva del profesor que

atiende al grupo. Es aconsejable que las computadoras estén conectadas en red local y con acceso a internet, aunque no es indispensable. El complemento del equipo es un juego de 16 calculadoras TI-92, un View-Screen, un proyector de acetatos y una impresora.

Dentro del aula EMAT, el docente guía a los estudiantes en su trabajo con el ambiente computacional y con las hojas de trabajo<sup>19</sup>; interviene en esta práctica para garantizar que los alumnos alcancen cada vez mayores niveles de conceptualización; organiza discusiones colectivas y es el responsable de garantizar que la institucionalización del saber se dé.

En general en el aula EMAT, el maestro insta a los alumnos a:

- Explorar
- Formular y validar hipótesis
- Expresar y debatir sus ideas
- Aprender a partir del análisis de sus propios errores

Las actividades en el aula se organizan a partir de hojas de trabajo, a través de las cuales los alumnos reflexionan y experimentan sobre lo que han realizado en la computadora, sintetizándolo para comunicarlo. Estas hojas de trabajo guían la actividad de los estudiantes, convirtiéndolos en sujetos activos que pueden construir sus conceptos y desarrollar nuevas habilidades matemáticas.

Las hojas de trabajo ya completadas proporcionan información al maestro acerca de la comprensión que tienen los alumnos de los conceptos matemáticos involucrados en la tarea. Con base en esta información, el maestro puede tomar decisiones sobre repaso y reforzamiento de temas, así como sobre nuevos diseños de actividades. Estas hojas de trabajo pueden ser utilizadas por el maestro también como parte de la evaluación del aprovechamiento de los alumnos.

---

<sup>19</sup> Las hojas de trabajo son una herramienta fundamental para realizar las actividades del proyecto EMAT. Rojano (2006).



La propuesta didáctica del uso de estas herramientas fue diseñada por expertos tomando como base un modelo de aprendizaje colaborativo<sup>20</sup> y un tratamiento fenomenológico<sup>21</sup> de los conceptos.

### Herramientas del EMAT

En EMAT, se utiliza software abierto de contenido, donde el docente y el alumno deciden qué hacer con la herramienta, en lugar de que el programa de cómputo mismo guíe de manera directa el trabajo del usuario, como ocurre con los llamados programas tutoriales. Las herramientas utilizadas en el Proyecto EMAT son:

- *Cabri-Géomètre*: software que se rige por las reglas de la geometría euclidiana, permitiendo a los alumnos explorar y elaborar conjeturas.
- *Hoja Electrónica de Calculo*: se busca abordar dificultades en el aprendizaje del álgebra en la escuela secundaria, específicamente en las nociones fundamentales de función, variable, parámetro, fórmula, expresiones equivalentes y simbolización de patrones numéricos o geométricos.
- *Calculadora Gráfica TI-92*: es una herramienta de tecnología avanzada que contiene la mayoría de los paquetes de cómputo seleccionados para el modelo EMAT. Permite la manipulación numérica y algebraica; graficación de funciones; procesador geométrico, edición y manipulación de matrices.
- *SimCalc Math Worlds*: con apoyo de simulación, ofrece al estudiante la oportunidad de aprender matemáticas con un enfoque gráfico, permitiendo al alumno familiarizarse con la lectura e interpretación de las gráficas.
- *Stella*: es un paquete de cómputo que permite expresar y probar ideas acerca del funcionamiento de sistemas dinámicos reales a través de la construcción de modelos matemáticos. Stella proporciona una representación por medio de un diagrama y no con un tratamiento simbólico de ecuaciones matemáticas, lo cual favorece su uso didáctico, permitiendo

---

<sup>20</sup> El Aprendizaje colaborativo es un sistema de interacciones cuidadosamente diseñado que organiza e induce la influencia recíproca entre los integrantes de un equipo. Johnson y Johnson (1998).

<sup>21</sup> En este tipo de tratamiento se consideran los conceptos matemáticos como medios de organización para describir y analizar los fenómenos. Rojano (2006).

a los alumnos acercarse a ideas novedosas en matemáticas, a través de un ambiente de modelación.

### Organización del trabajo de los alumnos en EMAT

La discusión entre pares es un elemento muy importante para lograr el aprendizaje, por ello se recomendó que el trabajo en las aulas EMAT se realizara en equipos de dos o máximo tres integrantes, a fin de fomentar el intercambio y la confrontación de ideas y así motivar al estudiante a organizar, reflexionar, defender, y cuando sea necesario, modificar o transformar sus ideas. Al trabajar de este modo cada estudiante tiene la oportunidad de exponer su punto de vista, de manera individual, discutirlo y confrontarlo con lo demás compañeros. Este intercambio ayuda al alumno a organizar y comunicar sus propias ideas, escuchar y debatir los argumentos de los demás, reafirmando sus conocimientos matemáticos y adquiriendo nuevos conocimientos.

### El papel del profesor en EMAT

En este modelo pedagógico el rol del profesor cambia radicalmente. Su función ahora es observar con cuidado del trabajo de los equipos, contestar las preguntas o dudas que manifiestan los alumnos, hacer sugerencias y, cuando sea necesario, proponer posibles acercamientos que permitan resolver la tarea propuesta usando la tecnología. El profesor asume el rol de de mediador entre los alumnos y la herramienta computacional. Observar el trabajo de los equipos le permite interactuar con los ellos.

### Talleres para profesores en EMAT

El éxito del proyecto EMAT, dependía de la disposición y capacidad de los profesores para cambiar su práctica docente. Para ayudar a los profesores en esta tarea se procedió de manera gradual, se impartieron una serie de talleres con el propósito de que los profesores aprendieran a usar la calculadora TI-92 y uno de los paquetes computaciones, además fue necesario discutir con ellos las

implicaciones didácticas y pedagógicas de la propuesta de uso de tecnología que presenta EMAT.

### Evaluación en el Aula EMAT

La evaluación es una tarea cotidiana en el proyecto EMAT; durante el desarrollo de las actividades en el salón de clase, el profesor puede apreciar los avances y las dificultades de los alumnos al observar el trabajo que realizan los distintos equipos de alumno, viendo quienes participan y se involucran con la tarea y quienes no lo hacen. A través del tipo de preguntas que formulan, o la ayuda que solicitan, el profesor va conociendo cómo progresan los estudiantes. Es importante que se lleve un registro diario de la actuación de cada alumno y no se deje llevar solo por las ideas preconcebidas.

### EMAT en la actualidad<sup>22</sup>

Al finalizar el año 2002, el proyecto EMAT se había extendido a 731 escuelas distribuidas en 17 estados de la república mexicana, 2238 profesores ya estaban trabajando con la tecnología computacional y el número de estudiantes era ya cercano a 200 mil. Debido a los resultados obtenidos durante la fase piloto, se decidió dar prioridad, al trabajo con la Hoja Electrónica de Cálculo y con Cabri-Géomètre, siendo estos dos paquetes computacionales con los que se trabajan más fácilmente los temas apegados al currículo.

EMAT estaba diseñado para llevarse a cabo con grupos era de 30 alumnos máximo, pero la realidad es que la mayoría de los grupos con los que trabajan los profesores son de 50 alumnos aproximadamente.

El proyecto EMAT ha sido un proyecto exitoso, ha sido bien aceptado por la mayoría de profesores, alumnos y padres de familia. Los profesores se han ido adaptando a los requerimientos de EMAT, pero también han modificado el enfoque original del proyecto, adaptándolo a sus conocimientos y experiencias pedagógicas y a las necesidades reales del aula.

---

<sup>22</sup> Referencias tomadas de Rojano (2006).

#### 2.1.4. Proyecto Descartes: matemáticas interactivas

El Proyecto Descartes<sup>23</sup> es un proyecto colaborativo del INTEF<sup>24</sup> cuyo principal objetivo es promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas integrando las TIC en el aula como herramienta didáctica. Surge en 1998 y durante los catorce años transcurridos ha fomentado la innovación entre el profesorado buscando el cambio metodológico en y desde el aula. El desarrollo del “*nippe*”<sup>25</sup> Descartes, ha permitido que los profesores elaboren recursos didácticos interactivos permitiendo a los alumnos mejorar la actitud y el rendimiento, estimulando su aprendizaje y permitiendo una atención más personal y diversa.

El principal objetivo de este proyecto es:

*Promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas integrando las TIC en el aula como herramienta didáctica.*

Para conseguir el objetivo marcado se desarrolló, y sigue mejorándose, esta herramienta o núcleo interactivo para programas educativos (*nippe*) de nombre *Descartes* que ha permitido la elaboración de materiales didácticos interactivos que son controlables por los profesores en un tiempo razonable y son fáciles de usar por los alumnos; cubren los contenidos del currículo de Secundaria y Bachillerato, son adaptables y admiten el uso de diferentes modelos y metodologías.

El potencial educativo de las escenas de *Descartes*, permite motivar, generar inquietudes, buscar respuestas, investigar y provocar un aprendizaje significativo. En definitiva conjugar “*enseñar a aprender*” con “*aprender a aprender*”, cerrando con el ciclo “*aprender a enseñar*”.

---

<sup>23</sup> Referencia tomada del artículo de El Proyecto Descartes: 10 años innovando con TIC de Galo y Madrigal (2009). XIV JAEM Girona. Madrid, España.

<sup>24</sup> Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado, Madrid / España.

<sup>25</sup> Núcleo Interactivo para Programas Educativos (*nippe*).

*Descartes* motiva *la necesidad de aprender*, pues permite plantear simulaciones y modelar situaciones que introducen inquietud y deseo de conocer, y se puede motivar el aprendizaje haciendo fáciles aspectos usualmente tediosos. *Descartes* disminuye las dificultades y permite el acceso a un nuevo entorno educativo.

*Descartes* motiva la necesidad de enseñar, de contar la experiencia adquirida al interactuar con las escenas. Y la combinación de medios y procedimientos puede potenciar la formación en competencias de los alumnos, por ejemplo el uso de su interfaz interactiva favorece la expresividad del alumno, su interés por comunicar y transmitir lo aprendido, a la vez que mejora la calidad de su aprendizaje. Al compartir la interacción con el compañero o compañera se producirá la necesidad de debatir, de colaborar y obtener conclusiones para una verdadera confrontación y difusión.

*Descartes* introduce la necesidad de *aprender investigando y descubriendo*. Esta es la idea básica y fundamental en la incorporación positiva de las TIC en el aula, una incorporación coordinada y relacionada con un cambio metodológico. Permitiendo que los alumnos jueguen, se diviertan y se motiven, para que ellos mismos descubran propiedades, y construyan su aprendizaje, acostumbrándose a la necesidad de reflexionar, analizar y construir sobre el mundo en el que vivimos.

*Descartes* transforma la labor del profesor, deja de ser el único transmisor en el aula y se convierte en orientador, moderador y supervisor del debate, promoviendo la crítica y la necesidad de profundización.

#### Objetivos específicos del Proyecto Descartes

- Elaborar una herramienta de desarrollo de programas o recursos educativos que fuera versátil y asequible para que los profesores pudieran desarrollar sus recursos o modificar los existentes.
- Establecer un sistema de publicación, difusión y distribución de recursos universal.
- Facilitar que los usuarios (alumnos y profesores) dispusieran de un sistema

de acceso, fácil de utilizar y barato.

### Diseño y Acciones del Proyecto Descartes

Para su diseño se tuvo en cuenta la experiencia acumulada y las conclusiones de otros proyectos realizados y se tomó como premisa fundamental la búsqueda de aceptación de los profesores, de forma que las decisiones que se han adoptado tienen ese referente. Se consideró que debían satisfacerse las siguientes condiciones, las cuales se cumplen en gran medida:

- Las herramientas para generar materiales didácticos deben ser multipropósito, es decir, que sirvan para tratar todos los temas de currículo de matemáticas.
- Los materiales didácticos producidos deben ser interactivos, basados en la visualización y en la interacción con los objetos matemáticos.
- La creación de nuevos materiales didácticos debe ser un proceso relativamente sencillo para cualquier profesor de matemáticas que tenga alguna experiencia con la computadora. Por ejemplo, haber usado algún paquete informático, un lenguaje de programación o similar.
- Los materiales didácticos que se obtengan con esas herramientas también deben ser editables, es decir, que ofrezca a cualquier profesor la posibilidad de organizar las actividades y adaptarlas a la metodología que le parezca más adecuada para los alumnos a los que van dirigidos.
- La adaptación de los materiales didácticos debe requerir poco tiempo al profesor, algo análogo al uso de un procesador de textos.
- La interfaz de los materiales didácticos debe ser muy intuitiva para los alumnos, muy sencilla de utilizar y que sea transparente en el aprendizaje de los contenidos matemáticos.
- Debe ofrecerse un conjunto numeroso de materiales didácticos que cubran la mayor parte del currículo de Matemáticas, con distintos enfoques y metodologías, para que el profesor siempre encuentre algún material que

pueda utilizar con sus alumnos.

- Debe aprovecharse el trabajo realizado por los docentes, de forma que puedan reutilizar los materiales y documentación generados por otros profesores.
- La difusión del proyecto y de los materiales generados debe hacerse de forma generalizada, que cualquiera pueda acceder a ellos con facilidad, sin coste económico y con un rápido acceso.
- Debe compensarse el esfuerzo que realiza el docente para incorporarse a esta nueva forma de trabajo con créditos de formación y/o innovación a través de cursos a distancia o presenciales.

### El *nippe Descartes*

La palabra *nippe* es el acrónimo de "*núcleo interactivo para programas educativos*". El *nippe Descartes* es un programa realizado en lenguaje Java que permite crear escenas interactivas, a modo de interfaces multimedia las cuales se pueden insertar en páginas web. Cada una de estas escenas es un pequeño programa que se denomina *applet*<sup>26</sup>. En Internet existen numerosos *applets*, algunos son interactivos, permiten al usuario modificar algún parámetro y observar el efecto que se produce en la pantalla, y esto es lo que caracteriza a *Descartes*, su *applet* configurable, donde los usuarios pueden "*programarlo*" para que aparezcan diferentes elementos y distintos tipos de interacción, y esa configuración se realiza también de manera interactiva. Este *nippe* es considerado una herramienta que permite generar aplicaciones educativas variadas y atractivas, siendo fácil de usar por los profesores.

### *Recursos Educativos en el Proyecto Descartes*

Durante los catorce años transcurridos en el desarrollo del proyecto Descartes se han elaborado un amplio bloque de recursos educativos, de materiales didácticos,

---

<sup>26</sup> Un applet es un componente de una aplicación que se ejecuta en el contexto de otro programa, como un navegador web. Los *applets* son considerados programas "inteligentes" porque reaccionan ante las interacciones con los usuarios. Schildt (2005).

para el aprendizaje de las matemáticas tanto para la enseñanza secundaria obligatoria como para bachillerato. Estos materiales se caracterizan porque:

- Son controlables por el profesor en un tiempo razonable.
- Son fáciles de usar por los alumnos y alumnas, no tienen que emplear tiempo en su aprendizaje.
- Cubren los contenidos del currículo correspondiente al curso donde se vaya a usar.
- Son adaptables por cada profesor a la didáctica y metodología que crea más conveniente para el alumnado con el que va a trabajar.

Además, su utilización da la posibilidad de usar metodologías:

- *Activas*, el alumno es protagonista de su propio aprendizaje.
- *Creativas*, los alumnos toman decisiones durante el proceso de aprendizaje.
- *Cooperativas*, se trabajan los conceptos y procedimientos por parejas o en pequeños grupos.
- *Individualizadas*, cada alumno puede ir a su ritmo y tener atención personalizada; la atención a la diversidad se convierte en una realidad.

En este tipo de recursos interactivos los conceptos y cálculos matemáticos “*cobran vida*” a través de escenas configurables que permiten a los alumnos investigar propiedades, adquirir conceptos y relacionarlos, aventurar hipótesis y comprobar su validez, hacer deducciones, establecer propiedades y teoremas, plantear y resolver problemas, en general, realizar todas las actividades propias de las clases de matemáticas.

El proyecto *Descartes* ha marcado una pauta de trabajo en el proceso de innovación en el aprendizaje de las Matemáticas con TIC. Ya son catorce años en los que la elaboración de materiales educativos, la formación del profesorado, la



difusión y la acción en la necesidad de mejorar (*basándose en las posibilidades de las nuevas herramientas y mediante el cambio metodológico*), han proporcionado conocimiento y una línea de experimentación e investigación de éxito y optimismo en numerosos ámbitos.

### *2.1.5. Didáctica Cuevas – Pluvinage: aprendizaje de conceptos matemáticos en escenarios virtuales de aprendizaje.*

La investigación en educación matemática de Cuevas y Pluvinage (2009) se ha centrado en el aprendizaje del *Cálculo* y el desarrollo epistemológico de sus conceptos con la introducción de la tecnología. Sus objetivos han consistido en instrumentar programas didácticos, que conlleven la simulación de situaciones reales, relacionando los conceptos matemáticos y la actividad individual del educando mediante el empleo de escenarios virtuales de aprendizaje y la utilización de entornos tutoriales inteligentes como *CalcVisua*<sup>27</sup>.

Para lograr estos objetivos, Cuevas y Pluvinage plantearon un modelo didáctico que retoma tres principios de la *Escuela Activa*<sup>28</sup>:

- *El primer principio señala la importancia que tiene para la enseñanza y el aprendizaje la acción (física o mental) del alumno. Es el propio alumno quien mediante la resolución de problemas específicos gradualmente dosificados, construye el concepto deseado.*
- *El segundo principio retoma la aportación más importante de la enseñanza sensorio-empirista: Cada vez que se introduzca un concepto hay que intentar partir de un problema en cierto contexto de interés del educando.*
- *El tercer principio es que una vez resuelto el problema presentado, el estudiante debe validar sus resultados, verificando que tengan un sentido*

---

<sup>27</sup> *CalcVisual* es un sistema que promueve la adquisición de conceptos del cálculo; proponiendo a los estudiantes la construcción de gráficas de funciones polinómicas, a través de la necesidad de resolver el problema. Cuevas y Martínez (2008).

<sup>28</sup> La Escuela Activa resalta la importancia que tiene para el aprendizaje el que sea el individuo mismo quien efectúe las acciones concretas para la adquisición de los conceptos o nociones que se pretenden enseñar González (2010).

*lógico de acuerdo al problema planteado.*

A continuación se exponen los once puntos que definen la *Didáctica de Cuevas-Pluvinage* para el lograr la comprensión de los conceptos matemáticos mediante escenarios virtuales de aprendizaje:

*DCP\_1.- Es esencial que es el estudiante esté siempre desarrollando una acción.*

*DCP\_2.- Cada vez que se introduzca un concepto o noción matemática, hay que intentar partir de un problema<sup>29</sup> en cierto contexto de interés para el educando.*

*DCP\_3.- Una vez resuelto el problema presentado, el estudiante debe validar sus resultados, verificando que tenga sentido lógico, de acuerdo al problema planteado.*

*DCP\_4.- Cuando se trate de enseñar un determinado tema o concepto matemático complejo, es necesario descomponer o dividir este problema en sub-problemas que representen las operaciones parciales que lo constituyen, hasta llegar a integrar nuevamente la solución completa, por lo que un plan de acción que dosifique los ejercicios permitirá llegar a la solución de forma coherente y ordenada.*

*DCP\_5.- Intentar en lo posible, cada vez que se realicen operaciones directas asociadas a un concepto matemático, implementar ejercicios que nos lleven a la operación inversa asociada.*

*DCP\_6.- Cuando se proponga un método de resolución de un problema, se debe intentar de dar una forma de solución alternativa, si esto no es posible, no imponer una sola forma de solución.*

*DCP\_7.- Elaborar los problemas de acuerdo al principio de adecuación óptima; es decir, que la dificultad de los problemas sea gradual<sup>30</sup> de manera que requieren*

---

<sup>29</sup> Algebrática retoma este punto de la didáctica de *Cuevas & Pluvinage* bajo los principios fundamentales de instrucción en la sección 3.2.2.2.

<sup>30</sup> Aplica el concepto de Zona de desarrollo próximo (ZDP), donde se debe considerar el nivel de desarrollo real del estudiante y el nivel de desarrollo potencial que queremos que alcance al final de la práctica educativa.

*del esfuerzo del estudiante para fomentar su interés, pero no en exceso para no desanimarlo.*

*DCP\_8.- El principio de mínima ayuda<sup>31</sup>, no dar indicaciones demasiado directas que resuelvan el problema sino sólo elementos para que el alumno construya por sí mismo la solución del problema.*

*DCP\_9.- Cada vez que se propongan problemas o ejercicios que apoyen la enseñanza de un determinado concepto matemático, dentro de un determinado sistema, plantear actividades semejantes al mismo, en los diversos sistemas de representación que le sean propios, si que la actividad lo permite.*

*DCP\_10.- Si un concepto matemático se opera en más de un registro de representación, instrumentar operaciones directas e inversas que promuevan la articulación entre los diferentes registros.*

*DCP\_11.- Plantea la necesidad de establecer problemas en donde el concepto recién adquirido sea un tema de análisis para un tema más avanzado o complejo.*

Según los autores (Cuevas y Pluvillage), esta propuesta didáctica considera algunos elementos importantes de diversas teorías del aprendizaje, desde la *didáctica sensorio-empirista*<sup>32</sup> hasta elementos de las teorías de Duval y Piaget, con el fin de promover la comprensión y manejo de conceptos matemáticos.

### *2.1.6. Educación Matemática Realista (EMR) y el Aprendizaje del Álgebra en un Sistema Computacional Algebraico (CAS).*

La Educación Matemática Realista (EMR) más que una teoría, es considerada una *“filosofía de la educación matemática”*<sup>33</sup>, la cual afirma que para dar valor humano

---

<sup>31</sup> Relacionado con el concepto de andamiaje de Bruner, que explica la función tutorial de soporte o establecimiento de puentes cognitivos que cubre el docente con sus alumnos. Díaz-Barriga (2002).

<sup>32</sup> En esta didáctica se enseña al alumno repetir las imágenes del pizarrón, centrándose en la construcción de hábitos en los estudiantes y no en la interiorización de los conceptos. González (2010).

<sup>33</sup> Freudenthal (1991).

a las matemáticas, éstas deben conectarse con la realidad, permanecer cercanas a los alumnos y ser relevantes para la sociedad. Su creador *Hans Freudenthal* (1905-1990) matemático y educador alemán desarrolló su carrera académica y sus teorías pedagógicas en Holanda, como respuesta al movimiento de la matemática moderna de los años setentas. Las ideas centrales de la EMR son:

- *Pensar en la matemática como una actividad humana (matematización)*
- *Aceptar que el desarrollo de la comprensión de la matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante.*
- *Considerar que el desarrollo de la comprensión matemática requiere del uso de un sentido común más sistematizado y mejor organizado.*

Para Freudenthal, la mejor forma de aprender matemáticas es haciendo, buscando y resolviendo problemas para darle un valor humano, y de esta forma *matematizar*<sup>34</sup> la realidad.

El uso de *contextos realistas*<sup>35</sup> se convirtió en una de las características determinantes de este tipo de educación matemática, donde los estudiantes deben aprender desarrollando y aplicando conceptos y herramientas matemáticas en situaciones de la vida diaria que tengan sentido para ellos.

Las principales características de la Educación Matemática Realista (EMR) según lo menciona *Bressan et al. (2004)* son:

- a) *Los contextos y situaciones problemáticas realistas son generadores de toda actividad matematizadora*<sup>36</sup> *de los alumnos.*
- b) *Los modelos (materiales, esquemas, diagramas y símbolos) son usados como*

---

<sup>34</sup> Matematizar involucra la búsqueda de lo esencial a través de situaciones, problemas, procedimientos, algoritmos, formulaciones, y simbolizaciones. Freudenthal (1983).

<sup>35</sup> Se refiere a situaciones problemáticas de la vida diaria que sean significativas para los estudiantes. Ver sección 3.2.2.2. donde *Algebrática* plantean problemas orientados hacia contextos realistas.

<sup>36</sup> Esta actividad se refiere a la capacidad de los alumnos de abstraer la realidad de forma progresiva, por medio de estrategias y simbolizaciones para esquematizarla, simbolizarla y formalizarla. Freudenthal (1991).

*herramientas para simbolizar y organizar todo contexto o situación problemática realista.*

- c) *Las construcciones y producciones de los alumnos son elementos centrales en el proceso de enseñanza /aprendizaje.*
- d) *El docente es el guía indispensable.*
- e) *La interacción, tanto grupal como de toda la clase tiene una gran importancia.*
- f) *Los ejes curriculares de la matemática tienen una fuerte interrelación e integración.*

*Para Bressan et al. (2004), los principios bajo los que se rige la Educación Matemática Realista (EMR) son:*

**Principio de actividad:** la matemática es pensada como una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder, y es mejor aprendida haciéndola.

Para Freudenthal (1991), hacer matemática (matematizar) es más importante que aprenderla como producto terminado, el énfasis no está en aprender algoritmos, sino en el proceso de *algoritmización*, no en el álgebra sino en la actividad de *algebrizar*, no en las abstracciones sino en la *acción de abstraer*, no en la forma y la estructura sino en *formalizar y estructurar*.

**Principio de realidad:** la matemática surge como *matematización (organización)* de la realidad, y donde el aprendizaje matemático debe originarse dentro de esa misma realidad; esto no significa mantener esta disciplina conectada únicamente al mundo real o existente sino también a lo realizable, imaginable o razonable para los alumnos. De lo que se trata aquí es de presentar problemas a los alumnos de tal modo que puedan imaginar las situaciones en cuestión y utilicen su sentido común para buscar la solución, poniendo en juego los procedimientos de cálculo, las estrategias de resolución y los modelos matemáticos que mejor sirvan para organizarlas.

**Principio de reinención:** la educación matemática debe dar a los alumnos la oportunidad *guiada* por el maestro de reinventar la matemática, no creando ni descubriendo, sino reinventando modelos, conceptos, operaciones y estrategias

matemáticas con un proceso similar al que usan los matemáticos al inventarlas. Aquí el docente posee un papel bien definido como mediador entre los alumnos y las situaciones problemáticas en juego, entre las producciones informales de los alumnos y las herramientas formales, ya institucionalizadas, de la matemática como disciplina.

**Principio de niveles:** Freudenthal completa el proceso de reinención con la *matematización progresiva*<sup>37</sup>; donde los alumnos deben comenzar por matematizar un contenido o tema de la realidad para luego analizar su propia actividad matemática. Freudenthal retoma este proceso bajo dos formas: *La Matematización Horizontal, que convierte un problema contextual en un problema matemático, basándose en la intuición, el sentido común, la aproximación empírica, la observación y la experimentación inductiva; y la Matematización Vertical: que conlleva estrategias de reflexión, generalización, prueba, vigorización, simbolización esquematización con el objeto de lograr mayores niveles de formalización matemática.*

En la EMR los alumnos pasan por distintos niveles de comprensión, caracterizados por distintos tipos de actividades mentales y lingüísticas. Estos niveles son: *situacional, referencial, de generalización y de formalización*, y están ligados al uso de estrategias, modelos y lenguajes de distinta categoría cognitiva, no constituyendo una jerarquía estrictamente ordenada.

**Principio de interacción:** En la EMR el aprendizaje de la matemática está considerado como una actividad social, y donde la interacción entre los alumnos lleva a la reflexión y a la capacitación de los mismos, hasta llevarlos a niveles de comprensión más elevados.

**Principio de interconexión:** la resolución de situaciones problemáticas realistas a menudo exige establecer la conexión y aplicación de un amplio rango de comprensiones y herramientas matemáticas, lo cual da una mayor coherencia a la

---

<sup>37</sup> El aprendizaje es considerado un proceso discontinuo de matematización progresiva que involucra distintos niveles y donde los contextos y módulos son puentes para subir de nivel.

enseñanza y hace posibles distintos modos de matematizar las situaciones, bajo distintos modelos y lenguajes.

*Aprendizaje del Álgebra en un Sistema Computacional Algebraico (CAS).*

Drijvers (2002) investiga cómo el uso de sistemas computacionales algebraicos contribuye en la solución de las dificultades del aprendizaje del álgebra, utilizando la *Educación Matemática Realista (EMR)* como marco teórico, analiza si las demandas sintácticas de la calculadora algebraica (CAS) limitan las oportunidades de aprendizaje a través de la formalización progresiva de las estrategias informales que son propuestas por esta teoría.

El objetivo de su estudio es ayudar a los estudiantes en el desarrollo del significado de los objetos y operaciones algebraicas que no solo están relacionados con los contextos de la vida real, sino también integrados dentro marco significativo de relaciones matemáticas. En particular las formulas y las expresiones algebraicas son consideradas como objetos cuyo significado se deriva de este marco de relaciones algebraicas y no solo como procesos o prescripciones de cálculos numéricos.

*En su investigación Drijvers (2002) retoma los siguientes elementos clave de la Educación Matemática Realista:*

*a) Reinención guiada y matematización progresiva*

De acuerdo al principio de reinención, los estudiantes deben experimentar un proceso similar al que fue utilizado para crear un determinado concepto matemático. De allí que una ruta tiene que ser trazada de forma que permita a los estudiantes desarrollar sus propias ideas matemáticas. Sin embargo, este proceso necesita de la orientación del profesor para guiar al estudiante por direcciones sensatas y evitar los callejones sin salida, y así pueda llegar a la convergencia de los estándares comunes de la comunidad matemática.

Lo importante de este proceso son las estrategias informales que los estudiantes van desarrollando gradualmente hasta convertirse en métodos más

formales. El conocimiento matemático se desarrolla mediante una formalización progresiva de manera informal pero con estrategias significativas, a esto se le llama “matematización progresiva”. Lo característico de esta matematización progresiva es que los estudiantes pueden en cada fase referirse a un nivel concreto de la etapa anterior dentro del proceso de matematización e inferir el significado de eso.

#### *b) Fenomenología Didáctica*

La Fenomenología didáctica puede servir como una técnica para el diseño de actividades que motiven a los estudiantes a desarrollar sus propias estrategias. El principio de la fenomenología didáctica fue desarrollado por Freudenthal (1983), donde hace una distinción entre el objeto pensado (*concepto*) y el fenómeno (*característica o propiedad*), estudiando la relación que existe entre ambos desde la perspectiva de la enseñanza y el aprendizaje. En particular, se aborda la cuestión de cómo los objetos matemáticos pensados pueden ayudar en la organización y estructuración de los fenómenos en la realidad.

La palabra “realidad” puede ser interpretada de dos formas, puede referirse a un contexto de la vida real que ofrece oportunidades para la construcción de conceptos y modelos, aplicaciones y ejercicios; pero también puede referirse a situaciones matemáticas que los estudiantes experimentan como realistas. Por lo que al hablar de situaciones “*experiencialmente realistas*”, se pueden considerar ambas, tanto situaciones de la vida real como matemáticas.

Por ejemplo si los estudiantes han desarrollado una realidad matemática donde los conceptos creados son objetos significativos, esto se define como realístico. De allí que las actividades y conceptos involucrados son significativos y naturales a los estudiantes, sin importar si el significado se deriva de una situación de la vida real o de un planteamiento matemático o de otro tipo. Por lo que se puede concluir que la fenomenología didáctica, es el estudio de la forma en que los fenómenos pueden ser organizados por medio de actividades o conceptos matemáticos específicos.



### c) *Matematización Vertical y Horizontal*

Se considera a la matematización como la organización de un tipo de realidad con significados matemáticos. En cuanto a la matematización horizontal, involucra la organización, traducción y transformación de problemas realísticos en términos matemáticos, es decir, matematizar la realidad. La matematización vertical involucra la reflexión sobre la matematización horizontal desde una perspectiva matemática, es decir matematizar las actividades matemáticas y desarrollar un marco de relaciones matemáticas. Los instrumentos que pueden ser de útiles para la matematización vertical son los modelos, esquemas, símbolos y diagramas.

### d) *Modelado Emergente*

Gravemeijer (2000) propone una técnica de diseño instruccional llamada modelado emergente, según la cual un modelo puede jugar distintos roles durante los diferentes niveles de actividad.

Inicialmente los modelos depende de contextos específicos, es decir, cuando se tiene una situación problemática significativa que es “*experiencialmente real*” para el estudiante, es cuando se considera que existe un “*modelo de*” esa situación.

Luego, al ir trabajando con ese modelo, gradualmente adquiere un carácter más genérico y se convierte en un “*modelo para*” el razonamiento matemático; esto es posible debido al desarrollo de nuevos objetos matemáticos dentro de un marco más abstracto de relaciones matemáticas que el modelo comienza a utilizar.

La transición del “*modelo de*” hasta el “*modelo para*” fue elaborada por Gravemeijer (2000) dentro de una estructura de cuatro niveles actividad matemática que incluye los siguientes aspectos: *situacional, referencial, general y formal*.

Estos cuatro niveles son descritos como sigue:

- *Nivel 1: Actividad en el contexto específico.- en la cual las interpretaciones y soluciones dependen de la comprensión de cómo actuar en el entorno (a menudo fuera del contexto escolar).*
- *Nivel 2: Actividad referencial.- en la cual el “modelo de” hace referencia a la actividad en el entorno descrito en las actividades instruccionales o de enseñanza (hechas principalmente en la escuela).*
- *Nivel 3: Actividad General.- en la cual el “modelo para” hace posible un enfoque de las interpretaciones y soluciones independientemente de la situación específica imaginaria.*
- *Nivel 4: El Razonamiento con simbolizaciones convencionales, ya no depende del apoyo del “modelo para” de actividad matemática.*

### *El Álgebra y la Educación Matemática Realista*

El principio de la fenomenología didáctica cuestiona que fenómenos pueden organizarse por medio del álgebra.

- *En primer lugar, el enfoque funcional de álgebra permite la organización y la investigación de relaciones cuantitativas con fórmulas algebraicas.*
- *En segundo lugar, el enfoque de resolución de problemas ofrece ecuaciones algebraicas para solucionar eficazmente cuestiones relacionadas con valores desconocidos o incógnitas.*
- *En tercer lugar, las expresiones algebraicas se puede utilizar para describir y generalizar patrones, y los métodos de solución pueden ser generalizados mediante el uso de parámetros, como se sugiere en el enfoque de generalización.*

El Álgebra ofrece un lenguaje compacto y potentes métodos generales para hacer frente a estos fenómenos de manera eficiente. La fenomenología didáctica busca

situaciones problemáticas que naturalmente lleven a matematizaciones algebraicas.

El concepto de reinención guiada señala que los estudiantes tienen la oportunidad de desarrollar estrategias informales para la resolución de problemas con la ayuda y guía del profesor, esto es que durante todo el proceso de esquematización progresiva serán acompañados por el guía hasta que se logren métodos algebraicos convencionales y eficientes.

La noción de matematización horizontal y vertical, y la de modelado emergente contribuyen a la comprensión de la relación entre el trabajo con y sin contexto. Por ejemplo al traducir una situación problemática realista a modelos algebraicos, tales como fórmulas, ecuaciones y gráficas, se le llama matematización horizontal; mientras que la matematización vertical se refiere a la matematización de las actividades matemáticas en el contexto, traduciéndose en la construcción de un marco relacional con objetos algebraicos que actúan como vínculos que infieren su significado a partir de las propiedades y significados algebraicos.

El significado de los símbolos a menudo se relaciona con una situación problemática concreta por medio de la matematización horizontal. Sin embargo, con el fin de hacer frente a la traducción algebraica del problema es suficiente con inferir el significado de los símbolos y los procedimientos desde el mundo algebraico que resulta de matematización vertical.

Un modelo algebraico puede ser una fórmula, una expresión, o un conjunto de ecuaciones, que inicialmente hace referencia a una situación problemática concreta donde las estrategias informales se desarrollan. Luego entonces, los procedimientos rutinarios emergen como métodos que pueden ser aplicados a los diferentes tipos de situaciones, llevando esto a la generalización; que deja un lado el interés en el contexto y se enfoca en las relaciones matemáticas involucradas. De esta forma, dentro del marco de relaciones matemáticas que se construye, los modelos algebraicos ya no hacen referencia al contexto original, sino al mundo algebraico de relaciones, reglas y propiedades.

## 2.2. Planes y programas de estudio SEP 2011, Matemáticas Educación Básica Secundaria.

En esta sección se revisan los Planes y Programas de Estudio SEP 2011 vigentes de Matemáticas en la Educación Básica Secundaria; haciendo énfasis en las prácticas pedagógicas y en las tecnologías de información que se proponen para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas. Es importante hacer notar que estos planes y programas de estudios son el resultado de la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), y cuya intención es:

*“Centrarse en los procesos de aprendizaje de los alumnos, al atender sus necesidades específicas para mejorar las competencias que permitan su desarrollo personal, y el desenvolvimiento en una sociedad que demanda nuevos desempeños para relacionarse en un marco de pluralidad y democracia, y en un mundo global e independiente”, según SEP (2011).*

Se habla del desarrollo del currículo a través de las reformas curriculares, por medio de una propuesta formativa pertinente, significativa, congruente, y como se dijo con anterioridad, orientada al desarrollo de competencias y centrada en el aprendizaje de los estudiantes. Y donde la acción del docente es un factor clave, ya que son quienes generan ambientes propicios para el aprendizaje, plantean situaciones didácticas, buscando motivos diversos para despertar el interés de los alumnos e involucrarlos en las actividades que les permitan avanzar en el desarrollo de sus competencias.

Todo lo anterior coincide con muchos de los paradigmas educativos que se plantean en la actualidad; pero la pregunta aquí es: *¿por qué no funcionan? O acaso ¿no son aplicados correctamente?* No se pretende realizar ninguna investigación de los planes y programas de estudio, sino simplemente revisar y analizar sus planteamientos.

### *2.2.1. Propósitos del estudio de las matemáticas para la educación básica*

Al examinar los propósitos del estudio de las Matemáticas para la Educación Secundaria, se puede observar lo siguiente:

Se busca que mediante el estudio de las Matemáticas en la Educación Básica los adolescentes:

- *Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.*
- *Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.*
- *Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.*

### *2.2.2. Los Estándares Curriculares de Matemáticas en la Educación Secundaria*

Los Estándares curriculares son descriptores del logro que cada alumno demostrará al concluir un período escolar. Sintetizan los aprendizajes esperados, siendo equiparables a los estándares internacionales, sirven para conocer el avance de los estudiantes durante su tránsito por la educación básica, asumiendo la complejidad y gradualidad de los aprendizajes. En específico los estándares curriculares de matemáticas, comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática.

Estos estándares curriculares de matemáticas se organizan en los siguientes ejes temáticos:

- a) *Sentido numérico y pensamiento algebraico*

Hace referencia a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra, como la modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético o algebraico; la generalización de propiedades aritméticas mediante el uso del álgebra; las diferentes formas de representar y efectuar cálculos.

*b) Forma, espacio y medida*

Integra los tres aspectos esenciales en los cuales gira el estudio de la geometría y la medición: la exploración de características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos; la generación de condiciones para un trabajo con características deductivas; y la justificación de las fórmulas que se utilizan para el cálculo geométrico.

*c) Manejo de información*

*Incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informadas, orientándose hacia: la búsqueda, la organización, el análisis y la presentación de información para responder preguntas; el uso eficiente de la herramienta aritmética o algebraica que se vincula de forma directa con el manejo de la información; y el conocimiento de los principios básicos de la aleatoriedad.*

*d) Actitud hacia el estudio de las matemáticas*

*Donde el alumno al término de la educación básica, desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos; aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares; desarrolla el hábito*

*del pensamiento racional y utilizará las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones; comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.*

El progreso de estos Estándares Curriculares de Matemáticas puede entenderse como la transición del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático<sup>38</sup> para explicar procedimientos y resultados, ampliando y profundizando los conocimientos de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas, y evolucionando desde resolver los problemas con ayuda hacia un trabajo totalmente autónomo.

### *2.2.3. El Enfoque Didáctico para el estudio de las Matemáticas*

Se propone como Metodología didáctica para el estudio de las matemáticas, utilizar secuencias de *situaciones problemáticas* que despierten el interés en los estudiantes y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Aquí se hace énfasis en el *medio*, entendido como las situaciones problemáticas que justifican el uso de herramientas matemáticas que se pretenden estudiar, y los procesos que realizan los alumnos para construir sus propios conocimientos.

Se habla también de las situaciones problemáticas que surgen en el proceso de aprendizaje, y de los que necesita para resolverlas:

- *El alumno debe usar sus conocimientos previos, para entrar en la situación, reestructurar algo que ya sabe, para ampliarlo, modificarlo o rechazarlo.*
- *El alumno deber usar más el razonamiento que la memorización, utilizando solo las reglas, formulas o algoritmos para construir la reconstruir la solución del problema.*
- *El docente debe proponer actividades de estudio sustentadas en situaciones problemáticas interesantes, debidamente articulados para los*

---

<sup>38</sup> Matematizar los fenómenos de la realidad, ir de lo informal a lo formal.

*alumnos avancen en el uso de sus técnicas y razonamientos cada vez más eficaces.*

- *El alumno debe pensar, comentar, discutir con interés y aprender, mientras el docente debe revalorar su trabajo*
- *El alumno debe trabajar de forma colaborativa, compartiendo sus ideas, llegando a acuerdos, y reflexionando con el temas que se quiere resolver.*
- *El docente debe ayudar a sus alumnos a analizar y socializar lo que produjeron, convirtiendo a la clase en un espacio social de construcción de conocimiento y de habilidades con sentido y significado, usando el lenguaje matemático para comunicar o interpretar ideas.*
- *Los alumnos deben averiguar si los procedimientos o resultados, propios y de otros son correctos o incorrectos, ya que los aprendizajes nunca se dan de manera espontanea.*

#### **2.2.4. Competencias Matemáticas**

La noción de competencia matemática está ligada a la resolución de tareas, retos, desafíos, y situaciones de manera autónoma. Implica que los estudiantes identifiquen, planteen y resuelvan diferentes tipos de problemas y situaciones.

Asimismo el Plan de Estudios describe una serie de competencias matemáticas importantes en la Educación Básica que involucran:

- a) *Resolver problemas de manera autónoma.- Implica que los alumno sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones.*
- b) *Comunicar información matemática.- Comprende la posibilidad que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o un fenómeno.*
- c) *Validar procedimientos y resultados.- Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su*



*alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y la demostración formal.*

*d) Manejar técnicas eficientemente.- Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin el apoyo de la calculadora.*

### 2.2.5. Organización de los Aprendizajes

Dentro del Plan de estudios, la asignatura de matemáticas se organiza para su estudio en tres niveles, por medio de *ejes, temas y contenidos*. Los *ejes* se refieren a direcciones o rumbos de acciones; *los temas* son grandes ideas matemáticas que se desglosan en contenidos, y *los contenidos* son aspectos concretos matemáticos.

Además se debe incluir a esta organización, *los aprendizajes esperados*, que señalan de manera sintética, los conocimientos y las habilidades que todos los alumnos deben alcanzar, definiéndose como los saberes que se construyen en los procesos estudio mencionados. Asimismo se menciona que: *“es importante estudiar todos los contenidos para que los alumnos encuentren sentido a lo que aprenden, y puedan emplear diferentes recursos, evitando así aplicar técnicas sin saber por qué lo hacen”*.

Los bloques de cada programa se organizaron para que los alumnos vayan accediendo a ideas y recursos matemáticos cada vez más complejos (*método inductivo*), que puedan *relacionar lo que ya saben con lo que están por aprender*<sup>39</sup>, buscando así, que los alumnos tengan una visión global de la matemática.

Los nuevos programas de estudio destacan la práctica docente, centrada en el aprendizaje de los alumnos, y que las guías para los docentes hacen énfasis en el diseño de ambientes de aprendizaje y la gestión del aula. Aquí es necesario mencionar que los ambientes de aprendizaje pueden ser diseñados empleando

---

<sup>39</sup> Claramente esta parte hace referencia al Aprendizaje significativo de Ausubel (2002), al considerar los conocimientos previos como estructuras importantes en el proceso de adquisición de nuevos conocimientos.

tecnologías de información y comunicación en educación, siendo llamados *“Ambientes Virtuales de Aprendizaje”*.

La evaluación contribuye a una mejora continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje atendiendo a criterios de inclusión y equidad.

El uso de las tecnologías de información es uno de los principales objetivos que se plantea la reforma (RIEB), para el desarrollo de portales educativos y la generación de procesos de alta especialización docente.

Estos planes y programas de estudio tienen un enfoque de competencias para la vida, donde hacen una propuesta de formación integral de los alumnos, cuya finalidad es generar condiciones necesarias para contribuir de manera significativa a que los jóvenes sean capaces de resolver situaciones problemáticas que les plantea la vida y su entorno, a partir de la interrelación de elementos conceptuales, factuales, procedimentales y actitudinales para la toma de decisiones sobre la elección y aplicación de estrategias de actuación oportunas y adecuadas, que atiendan la diversidad y los procesos de aprendizaje.

Según los planes y programas de estudio, el desarrollo de competencias para la vida demanda generar estrategias de intervención docente, de seguimiento y de evaluación de manera integrada y compartida al interior de la escuela y con los diferentes niveles de Educación Básica. En lo que concierne al grado de dominio de una competencia, es necesario que el docente observe el análisis que hace el alumno de una situación problemática, de los esquemas de actuación que elige y que representan la interrelación de actitudes que tiene; los procedimientos que domina y la serie de conocimientos que pone en juego para actuar de manera competente. Ante este reto, es necesario que el docente junto con sus estudiantes, desarrollen competencias que les permitan un cambio en la práctica profesional, donde la planificación, la evaluación y las estrategias didácticas estén de acuerdo a los nuevos enfoques de enseñanza propuestos en los Programas de Estudio 2011.

## 2.2.6. *Orientaciones Pedagógicas y Didácticas par la Educación Básica*

### 2.2.6.1. *Consideraciones Didácticas*

En una situación de aprendizaje, las interacciones son específicas del saber matemático en juego, es decir, los procesos de transmisión y construcción de conocimiento se condicionan por los usos y los significados del saber que demanda la situación del problema.

Los procesos de transmisión de conocimiento, vía la enseñanza, están regulados por el Plan de estudios, los ejes, los temas, los contenidos, las competencias y los estándares, que orientan hacia el cómo enseñar un saber matemático particular. Hablar de didáctica lleva a considerar como se caracteriza el proceso de construcción de los estudiantes, reconociendo las manifestaciones del aprendizaje de saberes matemáticos específicos.

De una situación problema a una situación de aprendizaje

Un diseño didáctico constituye una situación problema si plantea un conflicto para quien lo aborda, pero lo encamina en un proceso de pensamientos de resolución que permitan superar el conflicto y construir nuevos conocimientos. Hacer de ésta una situación de aprendizaje requiere de la intervención de quién busca la construcción del conocimiento (profesor) por parte de quien la enfrenta (alumno).

Una situación de aprendizaje puede caracterizarse como la articulación de una articulación de una situación problema y un contrato didáctico, es decir, exige la consideración de la interacción del sistema didáctico como una unidad indivisible, a la luz de las actividades que demande la situación problema.

La intervención del profesor esta presente para potenciar los aprendizajes que logren los estudiantes, y para tener control de la actividad didáctica y del conocimiento que se construye.

Dentro de la Planificación, la elección de la situación problema y la organización de su puesta en escena requieren de la planeación y la previsión de comportamientos de los estudiantes para hacer de la experiencia una situación de aprendizaje.

El uso de problemas prácticos (*“de la vida real”*), evoca un lenguaje cotidiano para expresar las interpretaciones personales y a partir de éstas, es que se reconoce el fondo de conocimientos, que también pueden incluir conocimientos matemáticos relacionados con el aprendizaje esperado.

Será la misma práctica la que denotará la necesidad de emplear un lenguaje matemático específico, para comunicar los resultados de una actividad, argumentar y defender sus ideas, o utilizarlo para resolver nuevas situaciones problema.

Una vez que se tenga cierto dominio del lenguaje y las herramientas matemáticas es necesario ponerlos en funcionamiento en distintos contextos, siendo recomendable considerar contextos en los que la herramienta matemática sea insuficiente para explicar y resolver el problema.

#### *2.2.6.2. Planificación de la Intervención y Práctica Docente*

Para cumplir con los principios pedagógicos del Plan de Estudios 2012, se necesita de los docentes una intervención que:

- *Se centre en el aprendizaje de los alumnos, reconociendo la forma en la que aprenden y considerándolo dentro del proceso de enseñanza.*
- *Genere condiciones para la inclusión de los alumnos, tomando en cuenta los diversos contextos familiares y culturales, así como las expresiones de*

*distintas formas de pensamiento, niveles de desempeño, estilos y ritmos de aprendizaje.*

- *Propicie esquemas de actuación docente, para favorecer el desarrollo de competencias en los alumnos a partir de condiciones que permitan la conjunción de saberes y su aplicación de manera estratégica en la resolución de problemas.*
- *Aplique estrategias diversificadas para atender de manera pertinente los requerimientos educativos que le demanden los distintos contextos de la población escolar.*
- *Promueva ambientes de aprendizaje que favorezcan el logro de los aprendizajes esperados, la vivencia de experiencias y la movilización de saberes.*

Observamos nuevamente que el énfasis de la práctica docente está centrado en el aprendizaje de los alumnos, en la inclusión de los alumno dentro de sus contextos familiares y culturales, y la promoción de las competencias que permitan de manera estrategia resolver problemas; además de la aplicación de estrategias que atiendan los requerimientos educativos de los diferentes contextos de la población escolar, y la promoción de los ambientes de aprendizaje para favorecer los aprendizajes, las experiencias y los saberes.

Toda planificación de la práctica docente debe considerar estos puntos, según el Plan de Estudios vigente:

- *Los aprendizajes esperados y los estándares curriculares son los referentes para llevarla a cabo.*
- *Las estrategias didácticas deben articularse con la evaluación del aprendizaje.*
- *Se deben generar ambientes de aprendizaje lúdicos y colaborativos que favorezcan el desarrollo de experiencias de aprendizaje significativas.*

- *Las estrategias didácticas deben propiciar la movilización de saberes y llevar al logro de los aprendizajes esperados de una manera continua e integrada.*
- *Los procesos o productos de la evaluación evidenciarán el logro de los aprendizajes esperados y brindarán información que permita al docente la toma de decisiones sobre la enseñanza, en función del aprendizaje de sus alumnos y de la atención a la diversidad.*
- *Los alumnos aprenden a lo largo de la vida y para favorecerlo es necesario involucrarlo en su proceso de aprendizaje.*

Es necesario considerar que estas son metas de una programación curricular de alcance nacional, y requieren de la experiencia del docente para hacerlas pertinentes y significativas en los diversos contextos y situaciones.

El eje de clase debe ser una actividad de aprendizaje que represente un desafío intelectual para el alumnado que genere interés por encontrar al menos una vía de solución. Las producciones de los alumnos deben ser analizadas detalladamente por ellos mismos, bajo su orientación, en un ejercicio de auto y coevaluación para que con base en ese análisis se desarrollen ideas claras y se promueva el aprendizaje continuo.

Los conocimientos previos de los estudiantes sirven como memoria de la clase para enfrentar nuevos desafíos y seguir aprendiendo, al tiempo que se corresponsabiliza al alumnado en su propio aprendizaje.

En el caso de que las expectativas de aprendizaje no se cumplan, será necesario revisar la actividad que planteo y hacerle ajustes para que resulte útil.

### 2.2.6.3. *Diseño de Actividades*

De acuerdo al Plan de Estudios *SEP (2011)*, diseñar actividades implica responder lo siguiente:

- *¿Qué situaciones resultarán interesantes y suficientemente desafiantes para que los alumnos indaguen, cuestionen, analicen, comprendan y reflexionen de manera integral sobre los aspectos involucrados en este contenido?*
- *¿Cuál es el nivel de complejidad que se requiere para la situación que se planteará?*
- *¿Qué recursos son importantes para que los alumnos atiendan las situaciones que se van a proponer?*
- *¿Qué aspectos quedaron a cargo de los alumnos y cuales es necesario explicar para que puedan avanzar?*
- *¿De qué manera pondrán en práctica la movilización de saberes para lograr resultados?*

Analizando la primera pregunta, creo importante señalar que es muy importante considerar estos aspectos, ya que formaran alumnos verdaderamente críticos, activos y participativos dentro de su proceso de aprendizaje. Con lo que respecta a la segunda pregunta, es necesario conocer lo que saben los alumnos y no ponerles retos más allá de sus capacidades. En la tercer pregunta se habla de los recursos necesarios tanto teóricos como logísticos para puedan resolver los problemas propuestos. En la cuarta pregunta se aborda lo que se puede delegar a los alumnos y que es lo indispensable explicar para que avancen. Y por último en la pregunta final se considera la aplicación de los conocimientos para lograr resultados.

Si convirtiéramos estas preguntas en objetivos quedarían de la siguiente forma:

- *Buscar alumnos críticos, activos y participativos*

- *Identificar el nivel de conocimientos que poseen los alumnos*
- *Proporcionar los recursos necesarios para los alumnos solucionen los problemas propuestos*
- *Realizar una andamiaje<sup>40</sup> personalizado a los alumnos*
- *Aplicar los conocimientos adquiridos en la solución*

Relacionado con la práctica de la actividad en el grupo, se menciona que los ambientes de aprendizaje serán el escenario que genere condiciones para que se movilicen los saberes de los alumnos.

Una planificación útil para la práctica real en el salón de clase implica:

- La pertinencia y lo significativo de la actividad, en relación con los intereses y el contexto de los alumnos.
- Conocer las expectativas en cuanto a sus actuaciones, posibles dificultades y la forma de superarlas
- Los alcances de la actividad en los procesos de aprendizaje.
- La reflexión constante para replantearse continuamente lo que demande el aprendizaje de los estudiantes.

#### *2.2.6.4. Ambientes de Aprendizaje*

En lo que respecta a los ambientes de aprendizaje, el Plan de estudios los define como: *“escenarios contruidos para favorecer de manera intencionada las situaciones de aprendizaje, constituyendo la construcción de situaciones de aprendizaje en el aula, en la escuela y en el entorno, promoviéndose la oportunidad de formación en otros escenarios presenciales y virtuales”*.

En los entornos de aprendizaje se involucra la intervención docente para:

---

<sup>40</sup> El Andamiaje (Scaffolding), metáfora de Bruner basada en la idea de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) de Vigotsky, explica la función tutorial de soporte y de puentes cognitivos que cubre el docente con sus alumnos, donde el control del aprendizaje es cedido y traspasado al progresivamente del docente hacia el alumno. Díaz-Barriga *et al* (2002).



- *Generar situaciones motivantes y significativas para los alumnos*
- *Fomentar la autonomía por aprender, desarrollar el pensamiento crítico y creativo y el trabajo colaborativo*
- *Propiciar la comunicación, el dialogo y la toma de acuerdos con y entre los estudiantes, promoviendo el respeto la tolerancia el aprecio por la pluralidad y la diversidad.*
- *Integrar, construir y emplearlos como tales.*

En la construcción de ambientes de aprendizaje destacan los siguientes aspectos:

- *Claridad respecto del propósito educativo que se quiere alcanzar o el aprendizaje que se busca construir con los alumnos.*
- *El enfoque de la asignatura, pues con base en él deben plantearse las actividades de aprendizaje en el espacio que estén al alcance y las interacciones entre los alumnos, de modo que se construya el aprendizaje.*
- *El aprovechamientos de los espacios y sus elementos para apoya directa e indirectamente el aprendizaje, permite las interacciones entre los alumnos y los maestros.*

#### *2.2.6.4.1. Organización de Ambientes de Aprendizaje*

Un ambiente de aprendizaje es un sistema interactivo complejo que involucra múltiples elementos de diferentes tipos y niveles, así, las variables sociales, culturales y económicas, deben ser atendidas con base en estrategias didácticas de contextualización de las situaciones problema y con consideraciones profesionales sobre el contacto personal con los estudiantes.

Los estudiantes deben tener la experiencia del trabajo autónomo, colaborativo y de discusión, reflexión y argumentación grupal. Con el fin de propiciar un espacio

de respeto a la participación entre los compañeros, dando la oportunidad de reconocer otras formas de pensamiento. En las clases de matemáticas, los argumentos se presentan en formas diversas, que convergen en una misma idea. Las explicaciones y los argumentos en contextos numéricos, algebraicos o gráficos habrán de valorarse por igual, y será con la intervención del docente que se articulen para darle coherencia a los conceptos matemáticos.

#### 2.2.6.4.2. *Ambientes Virtuales de Aprendizaje*

Un ambiente de aprendizaje debe tomar en cuenta que las tecnologías de la información y la comunicación están cambiando radicalmente el entorno en el que los alumnos aprendían, antes podía usarse el aula de la escuela como entorno de aprendizaje, ahora “espacios distantes pueden ser empleados como parte del contexto de enseñanza”. Todo esto da pie a los llamados *ambientes virtuales de aprendizaje*.<sup>41</sup>

#### 2.2.6.5. *Los Proyectos*

Los proyectos son un conjunto de actividades sistemáticas e interrelacionadas para reconocer y analizar una situación o problema y proponer posibles soluciones; y las situaciones de aprendizaje tienen el propósito de problematizar eventos del entorno próximo.

Las características de los proyectos:

- *Permiten que los alumnos actúen como exploradores del mundo*
- *Estimulan el análisis crítico de los alumnos, proponiendo acciones de cambio y su puesta en práctica.*

---

<sup>41</sup> *Algebrática* es un ambiente virtual de aprendizaje, ver sección 3.2.2.1.

- *Los conducen a saber indagar, actuando de manera informada y participativa*
- *Permiten la movilización de aprendizajes que contribuyen en los alumnos al desarrollo*

#### **2.2.6.6. *Secuencias Didácticas***

Se considera como *Secuencias didácticas*, a las actividades de aprendizaje organizadas que responden a la intención de abordar el estudio de un asunto determinado, con un nivel de complejidad progresivo en tres frases: inicio, desarrollo y cierre, presentando una situación problematizadora de manera ordenada, estructurada y articulada.

#### **2.2.6.7. *Trabajo Colaborativo***

Se hace énfasis en el trabajo colaborativo<sup>42</sup>, que debe ser inclusivo para que los alumnos expresen sus descubrimientos, soluciones reflexiones, dudas, coincidencias y diferencias construyendo en colectivo. Es a través del intercambio entre pares en donde los alumnos podrá conocer lo que piensan otros, y con las reglas de convivencia podrán expresar sus ideas, presentar sus argumentos, escuchar opiniones y retomar ideas para reconstruir las propias, esto favorecerá las competencias en colectivo.

#### **2.2.7. *Los Recursos Educativos***

Los materiales audiovisuales, multimedia e internet articulan de manera sincronizada códigos visuales, verbales y sonoros, que generan un entorno variado y rico de experiencias, a partir de las cual los alumnos crean su propio

---

<sup>42</sup> Algebrática hace énfasis en el trabajo colaborativo dentro de sus actividades, ver sección 3.2.2.5.

aprendizaje. Este tipo de materiales ofrecen nuevas formas, escenarios y propuestas pedagógicas que buscan propiciar aprendizajes significativos.

Los materiales y recursos educativos informáticos cumplen con funciones y propósitos diversos; pueden utilizarse dentro y fuera del aula a través de los portales educativos.

#### *2.2.7.1. Las TIC como recursos de aprendizaje*

En la última década, las tecnologías de la información y de la comunicación han tenido un impacto importante, delineando la idea de una sociedad de la información hacia la idea de la sociedad del conocimiento, donde se comprende una dimensión social, ética y política mucho más compleja; poniendo énfasis en la diversidad cultural y lingüística; en las diferentes formas de conocimiento y cultura que intervienen en la construcción de sociedades, influida por el progreso científico y técnico moderno.

El sistema educativo debe considerar el desarrollo de las *habilidades digitales*<sup>43</sup>, que tanto alumnos como docentes sean capaces de adquirir durante su formación académica. En la educación básica el esfuerzo se orienta a propiciar el desarrollo de habilidades digitales en los alumnos, teniendo la oportunidad de acceder a través de dispositivos tecnológicos de vanguardia, de nuevos tipos de materiales educativos, nuevas formas y espacios para la comunicación, creación y colaboración que propician las herramientas Web 2.0.

Las TIC apoyarán a los profesores en el desarrollo de nuevas prácticas de enseñanza, y a la creación de ambientes de aprendizaje dinámicos y conectados, que permitan a estudiantes y maestros:

---

<sup>43</sup> Las Habilidades Digitales hacen referencia al disponer de aptitudes para buscar, obtener, procesar y comunicar información y así transformarla en conocimiento. Implica ser una persona autónoma, eficaz, responsable, crítica y reflexiva al seleccionar y modificar la información así como sus fuentes, utilizando las distintas herramientas tecnológicas. Adell (2006).

- *Manifestar sus ideas y conceptos; discutirlos y enriquecerlos a través de las redes sociales.*
- *Acceder a programas que simulan fenómenos, que permitan la modificación de variables y el establecimiento de relaciones entre ellas.*
- *Registrar y manejar grandes cantidades de datos*
- *Diversificar las fuentes de información*
- *Crear sus propios contenidos digitales, utilizando múltiples formatos (texto, audio y video).*
- *Atender la diversidad de ritmos y estilos de aprendizaje de los alumnos*

#### 2.2.7.2. *Habilidades Digitales para Todos (HDT)*

Para acercar estas posibilidades a las escuelas de educación básica, se creó la estrategia de *Habilidades Digitales para Todos (HDT)*, las cuales establecen como uno de sus objetivos: *“impulsar el desarrollo y la utilización de tecnologías de la información y la comunicación en el sistema educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, ampliar sus competencias para la vida y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento”*. Los recursos educativos de este programa son los siguientes:

- *Portal de aula Explora.-* es una plataforma tecnológica que ofrece herramientas que permiten generar contenidos digitales, interactuar con materiales educativos digitales, objetos de aprendizaje, planes de clase y reactivos. Realizando trabajo colaborativo a través de las redes sociales como: blogs, wikis, foros; promoviendo en los alumnos el estudio independiente y el aprendizaje colaborativos dentro y fuera del aula.
- *Objetos de aprendizaje (ODA).-* son materiales digitales concebidos para promover la interacción y el desarrollo de las habilidades digitales, el aprendizaje continuo y la autonomía como estudiante.
- *Aula telemática.-* es el espacio escolar donde se emplean las TIC como mediadoras en los procesos de aprendizaje y enseñanza; donde comienzan

a darse las interacciones entre docentes y alumnos, con el equipamiento y los materiales educativos digitales. Potencializando las interacciones al rebasar los límites de la escuela y la comunidad; las redes sociales son utilizadas como un medio para el aprendizaje que hacen posibles nuevas formas de trabajo colaborativo.

- *Plan de clase de Habilidades Digitales para Todos.*- los planes de clase sugieren a los docentes estrategias didácticas que incorporan los objetos de aprendizaje (ODA), los libros de texto y otros recursos existentes dentro y fuera del aula; promoviendo los aprendizajes esperados.

### 2.2.8. *La evaluación*

La evaluación registrará la información sobre el estado de conocimientos de los estudiantes, referentes al desarrollo de las ideas matemáticas, que emergen en formas diversas como: verbales, gestuales, icónicas, numéricas, gráficas y mediante las estructuras escolares más tradicionales como las fórmulas, las figuras geométricas, los diagramas y las tablas.

Para valorar la actividad del estudiante y su evolución, hasta lograr el aprendizaje esperado, será necesario contar con su producción en las diferentes etapas de la situación de aprendizaje.

La evaluación es un proceso que permite conocer la manera en que los estudiantes van organizando, estructurando y usando sus aprendizajes en contextos determinados, para resolver problemas de distintos niveles de complejidad y de diversa índole. La adquisición de conocimientos por sí sola no es suficiente, es necesaria la movilización de habilidades, valores y actitudes para tener éxito.

El nuevo Plan de estudio establece que el docente es el encargado de la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes de Educación Básica.

Los tipos de evaluaciones que se contemplan son el Plan Programa de estudios son:

- *Las evaluaciones diagnosticas.- cuyo fin es conocer los saberes previos de sus estudiantes e identificar posibles dificultades que enfrentarán los alumnos con los nuevos aprendizajes.*
- *Las evaluaciones formativas.- realizadas durante los procesos de aprendizaje y enseñanza para valorar los avances y el proceso de movilización de saberes.*
- *Las sumativas.- que tiene como fin tomar decisiones relacionadas con la acreditación.*
- *La autoevaluación* tiene como fin que los estudiantes conozcan, valores y se corresponsabilicen de sus procesos de aprendizaje como de sus actuaciones y cuenten con sus bases para mejorar el desempeño.
- *Coevaluación* es donde los estudiantes aprenden a valorar el desarrollo y actuaciones de sus compañeros, compartiendo estrategias de aprendizaje y generando conocimientos colectivos.
- *La heteroevaluación*, dirigida y aplicada por el docente con el fin de contribuir al mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes mediante la creación de oportunidades para aprender y mejorar la práctica docente.

### *2.2.9. Actitud hacia las Matemáticas y Orientaciones Pedagógicas*

Con el propósito de fomentar una actitud positiva hacia las matemáticas en estudiantes que están en una etapa de cambios físicos y emocionales, se recomienda al docente la exposición de anécdotas históricas y noticias de interés de la sociedad actual; para darle a las matemáticas un lugar en la vida del estudiante, en su pasado y en un posible futuro, mostrándolas como producto de la actividad humana en el tiempo y como una actividad profesional que acompaña al mundo cambiante en el que vivimos.

### *Orientaciones Pedagógicas*

Como planteamiento didáctico pedagógico, se ilustran distintos tipos de pensamiento matemático, como la construcción de ideas, argumentos, explicaciones, y conocimientos matemáticos a lo largo de cada situación y no solo como el resultado de la resolución de un problema.

Con esta sección se termina el capítulo 2, en el siguiente capítulo se estudian todas las características de *Algebrática*, desde sus fundamentos teóricos hasta su estructura, diseño y desarrollo.



## *Capítulo 3*

### *Sobre Algebrática*

---

### 3.1 ¿Qué es Algebrática?

*Algebrática* es un nuevo ambiente instruccional de aprendizaje<sup>44</sup> en línea que surge como una propuesta de investigación educativa con el objetivo principal de mejorar la comprensión del *álgebra* en alumnos de Educación Básica Secundaria.

El neologismo *Algebrática* nace de la combinación de dos palabras fundamentales en este proyecto: *álgebra* e *informática*, haciendo énfasis en el aprendizaje del *álgebra* mediante el uso de las tecnologías de información y comunicación (*TIC*).

*Algebrática* sigue los Principios Fundamentales de Merrill (2002), apoyándose en los organizadores previos de Ausubel (1983) para activar los conocimientos que ya poseen los alumnos; retoma el Modelo de 3UV de Ursini (2008) considerando las acepciones que tiene el uso de las entidades algebraicas llamadas variables; fomenta el aprendizaje colaborativo entre los alumnos que proponen Johnson y Johnson (1999) al establecer trabajo colaborativo en equipo dentro del aula.

*Algebrática* permite a los alumnos acceder a los *conceptos fundamentales del álgebra*<sup>45</sup> sin saturarse de toda la formalidad característica de las clases tradicionales y libros de matemáticas; y además al estar en línea, *Algebrática* brinda a los alumnos la oportunidad de adquirir esos conocimientos dentro y fuera del salón de clases, inclusive en cualquier horario donde el estudiante tenga la disponibilidad y el deseo de hacerlo, con las únicas restricciones de tener una conexión a internet y una computadora.

En *Algebrática* se puede elegir el *avatar*<sup>46</sup>, creando en los alumnos un sentido de pertenencia a este ambiente instruccional de aprendizaje.

---

<sup>44</sup> Estos ambientes de aprendizaje en línea son diseñados específicamente para aplicaciones educativas y están basados en un determinado paradigma instruccional de aprendizaje vía la Web. Burgos (2012).

<sup>45</sup> Se entiende por conceptos fundamentales del álgebra, a los conceptos de variable, constante, coeficiente y exponente.

<sup>46</sup> En informática el término *avatar*, se usa para describir al icono que representa a una persona en un mundo virtual. Stephenson (2000).

### 3.2 *Diseño, Programación y Fundamentos Teóricos de Algebrática*

En esta sección se describen a detalle las características técnicas y fundamentos teóricos bajo los cuales *Algebrática* fue diseñada, sus módulos, su programación, los lenguajes y bases de datos que se utilizaron para desarrollar esta propuesta educativa.

Es importante señalar que *Algebrática* se desarrolló exclusivamente para este proyecto de investigación, de acuerdo a los lineamientos que a continuación se describen:

#### 3.2.1. *Aspectos técnicos de la programación y desarrollo de Algebrática*

Es importante delimitar los alcances de cualquier proyecto a desarrollar, así como determinar las herramientas que se emplearán para la construcción del mismo. En el caso de *Algebrática* el esquema modular permite tener una descripción detallada de los módulos que integran del proyecto, mientras que la selección de los lenguajes de programación permite definir las herramientas que se utilizarán para la creación y desarrollo de este ambiente virtual de aprendizaje.

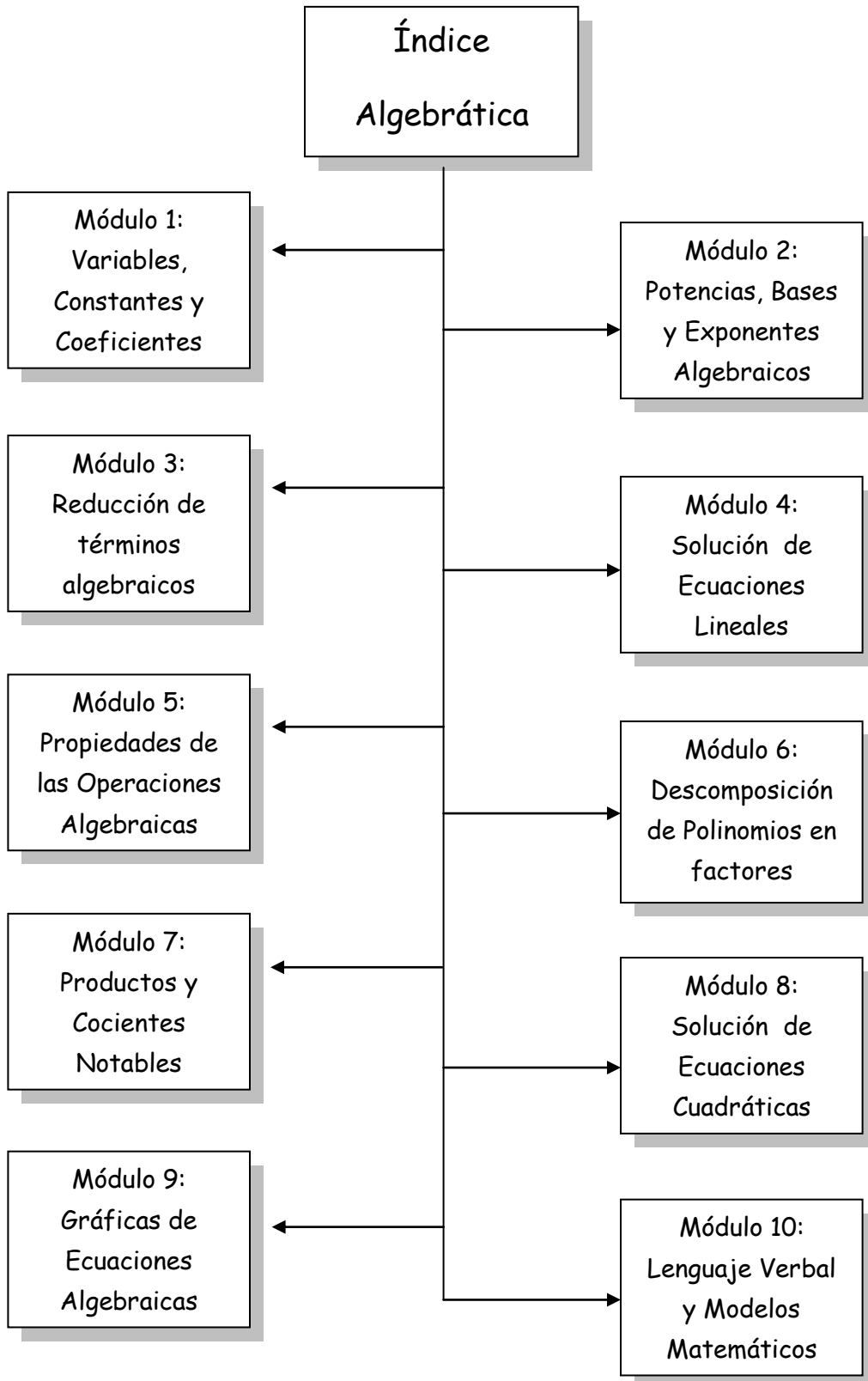
##### 3.2.1.1. *Descripción de los módulos (Esquema modular)*

*Algebrática* está integrada por diez módulos, cada uno de los cuales hace énfasis en los aspectos algebraicos del currículo escolar de matemáticas establecido en los *Planes y Programas de Estudio*<sup>47</sup>, *Educación Básica Secundaria, SEP (2011)*.

---

<sup>47</sup> Ver sección 2.2 de este libro.

## Esquema Modular de Algebrática



Módulo 1.- En este módulo se trabajan los conceptos de variables, constantes y coeficientes por medio de problemas y situaciones que se plantean a los alumnos, para que investiguen y definan los conceptos de manera colaborativa.

## Módulo 1:

### - Variables, constantes y coeficientes:

- ▶ El problema de la producción de flores
  - ▶ Los regalos y la caja 'X' de Kitty
    - ▶ Las Edades y estaturas de los amigos de Kitty
      - ▶ Elementos de una ecuación algebraica
        - ▶ Investiga ecuaciones algebraicas
          - ▶ Define con tus amigos los conceptos algebraicos



Módulo 2.- Este módulo le permite al alumno comprender las potencias, bases y exponentes algebraicos, al igual que el módulo anterior se plantean problemas y situaciones que el alumno debe resolver investigar y definir de manera grupal.

## Módulo 2:

### - Potencias, bases y exponentes algebraicos:

- ▶ Gato y el problema del contenedor de leche
  - ▶ El área del cuadrilatero de Buggs
    - ▶ Einstein y la velocidad de la luz
      - ▶ Propiedades las potencias
        - ▶ Investiga algunos ejemplos de potencias
          - ▶ Define las potencias y sus propiedades



Módulo 3.- En este módulo se estudia la reducción y simplificación de expresiones algebraicas, a través del planteamiento de problemas y situaciones que los alumnos tienen que resolver, investigar y definir con sus demás compañeros.

## Módulo 3: - Reducción de términos algebraicos

- ▶ Tarta de fresas, peras y bananas
- ▶ Las canicas de colores
- ▶ Longitudes, áreas y volúmenes
- ▶ Reducción de términos algebraicos
- ▶ Investiga, ¿quién resuelve bien?
- ▶ Entonces, ¿cómo reduces una ecuación?



Módulo 4.- En este módulo se revisa la solución de ecuaciones lineales, a partir de los coeficientes y las constantes se busca la solución desde una expresión algebraica simple hasta un sistema de ecuaciones lineales.

## Módulo 4: - Solución de ecuaciones lineales:

Introduce los coeficientes para resolver:

$$ax + b = c$$


para  $a \neq 0$  ok


$a =$    $b =$    $c =$

Fórmula

$$x = \frac{(4) - (2)}{(2)}$$

Resultados:  $x=1$

Enviar datos 

Borrar datos 



- Demostración
- Fórmula 
- Ejercicios 
- Regresar 

Módulo 5.- En este módulo se estudian las propiedades de las operaciones algebraicas, de la adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

## Módulo 5:

### - Propiedades de las operaciones algebraicas



- ▶ Propiedades de la adición y la sustracción
- ▶ Propiedades de la multiplicación
- ▶ Propiedades de la división
- ▶ Propiedades de la potenciación
- ▶ Propiedades de la radicación

Módulo 6.- Este módulo le permite al alumno comprender la factorización de polinomios, la diferencia de cuadrados, el trinomio cuadrado perfecto y algunos otros tipos de factorización.

## Módulo 6:

### - Factorización de polinomios



- ▶ ¿Qué es factorizar?
- ▶ Factorizando términos con factores comunes
- ▶ Diferencia de cuadrados
- ▶ Trinomio cuadro perfecto
- ▶ Factorización por agrupamiento
- ▶ Factorización de suma y diferencia de cubos

Módulo 7.- Se estudian en este módulo los productos y cocientes notables, el cuadrado de la suma y diferencia de dos cantidades, el producto de binomios conjugados, el cubo de un binomio, y los cocientes respectivos.

## Módulo 7: - Productos y cocientes notables

- ▶ ¿Qué son los productos y cocientes notables?
- ▶ Cuadrado de suma y diferencia de dos cantidades
  - ▶ Producto de binomios conjugados
  - ▶ Cubo de un binomio
- ▶ Cociente de la diferencia de los cuadrado de dos cantidades
- ▶ Cociente de la suma o diferencia de los cubos de dos cantidades

Módulo 8.- Este módulo le permite al alumno calcular las raíces reales de una ecuación cuadrática usando la fórmula general. Además el alumno puede ver la demostración de la fórmula y realizar los ejercicios propuestos.

## Módulo 8: - Solución de ecuaciones cuadráticas:

Fórmula Cuadrática

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

Resultado una raíz  
x1=-1

Introduce los coeficientes para resolver:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ok

$$a=1 \quad b=2 \quad c=1$$

Enviar datos



Borrar datos



Demostración  
Fórmula



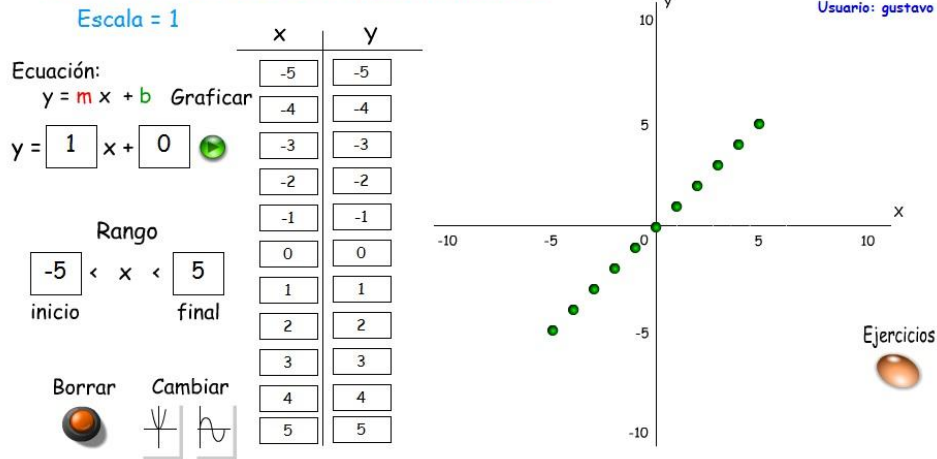
Ejercicios





Módulo 9.- En este módulo el alumno puede comprender mejor el significado de las ecuaciones algebraicas a través de sus gráficas, rangos y parámetros. Los alumnos pueden graficar ecuaciones lineales, cuadráticas y sinusoidales.

## Módulo 9: - Gráfica de ecuaciones lineales:



Módulo 10.- En este módulo se estudia el lenguaje verbal algebraico y el modelado de problemas con ecuaciones lineales y cuadráticas.

## Módulo 10: - Lenguaje verbal y modelos matemáticos

- Algebraica
- UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
- Usuario: gustavo
- ▶ Enunciados verbales y su expresión algebraica
    - ▶ De la expresión algebraica a su enunciado verbal
      - ▶ Modelado de problemas con ecuaciones lineales
        - ▶ Las proporciones como modelos matemáticos
          - ▶ Sistemas de ecuaciones como modelos matemáticos
            - ▶ Solución de ecuaciones cuadráticas como modelos matemáticos

### 3.2.1.2. Lenguajes de programación y bases de datos utilizados en *Algebrática*

Para Alonso (2005), los lenguajes de programación sirven como representaciones simbólicas de programas o aplicaciones que puedan ser interpretados por una persona con relativa facilidad, siendo independientes del modelo particular de computadora que se utilice.

En este Proyecto de Investigación Educativa se seleccionaron varios lenguajes de programación que fueran capaces de crear el ambiente virtual de aprendizaje en línea como *Algebrática*. Entre los lenguajes de programación que se eligieron como herramientas básicas de desarrollo están: *HTML*, *PHP*, *Flash (ActionScript)* y *MySQL*.

A continuación se hace una breve descripción de cada uno de ellos con fragmentos de los códigos originales de *Algebrática*:

- a) Lenguaje de Marcado de Hipertexto (*HTML*), es el lenguaje que sirve como base para el desarrollo de todos los módulos de *Algebrática*, en él se agregan las páginas web dinámicas de PHP, se gestionan las bases de datos de MySQL y se incrustan las aplicaciones interactivas de ActionScript (*SWF*) desarrolladas en Flash.

```
<html>
<head>
<title> Algebratica MDE TICE UPN Aprendiendo Algebra
con Tecnologias de Información y Comunicación.
UPN-AJUSCO
</title>
<meta name="google-site-verification"
content="NDQ75t-0j8TQIJFUMCve5p1Jrnv7FP3_nXwqWIsbxeg" />
</head>
.....
```

- b) *PHP (Hypertext Pre-Processor)* es un lenguaje de programación concebido como una herramienta para el desarrollo de aplicaciones Web (Gutiérrez, 2005). En este lenguaje se diseñan las páginas dinámicas de *Algebrática*, que son capaces de responder de manera inteligente a las demandas de los alumnos.

```
<?
$movil=0;
include("detecta_movil.php");
$detecta = new detecta_movil();

if ($detecta->EsMovil()) {
    $movil=1;
    $indice="indicemv1.html";
} else {
    $indice="indice.html";
}
?>
```

- c) *MySQL* es un sistema de administración de bases de datos<sup>48</sup> ideal para aplicaciones Web que tienen una lectura intensiva de información (Pavón, 2008). *Algebrática* lo usa para dar acceso a los alumnos, registrando toda su información como nombre de usuario, contraseña y números de sesiones.

```
// bases de datos MySql de PHP, CONTADOR DE VISITAS

$host="mysql11.000webhost.com";
$db="a8776465_dbalgeb";
$user="a8776465_algebra";
$password="algebratica12";
$enlace=mysql_connect($host,$user,$password);
mysql_select_db($db,$enlace);
$sql="UPDATE visitas SET contador=contador+1";
$consulta=mysql_query($sql,$enlace);

$sql="Select * from visitas";
$consulta=mysql_query($sql,$enlace);

$dato=mysql_fetch_array($consulta);
$contador=$dato["contador"];
```

---

<sup>48</sup> Una base de datos es una colección estructurada de tablas que contienen datos.

- d) Flash es un programa gráfico basado en vectores para realizar páginas web animadas, cuenta con herramientas de dibujo suficientes para desarrollar cualquier tipo de diseño (Cebrián, 2005). *ActionScript* es el lenguaje de programación que utiliza Flash para controlar toda la lógica de sus animaciones; con este programa se crearon todos los efectos de animación, sonido e interactividad que tiene *Algebrática*.

```
usuario.text = "Usuario: " + _root.nombre;
xini=626.2;
yini=340.8;

for (i=1; i<=11;i++){
    this["pix"+i]._x = xini;
    this["pix"+i]._y = yini;
}
stop();
```

### 3.2.1.3. Descripción de la Plataforma Cliente-Servidor de *Algebrática*

El Ambiente Virtual de Aprendizaje *Algebrática* está integrado por *diferentes tipos de archivos*<sup>49</sup> que coexisten entre sí para dar toda la funcionalidad que se requiere de este sistema. Normalmente estos programas se instalan en un *servidor*<sup>50</sup> que se encarga de atender todas las peticiones que los usuarios o clientes solicitan desde una conexión remota. Con un navegador de internet y a través de una dirección o dominio específico se puede tener acceso a *Algebrática*, que actúa como un *servidor web* atendiendo las peticiones que los estudiantes hagan desde cualquier parte del mundo.

*Algebrática* se aloja en un *host*<sup>51</sup> gratuito (*000webhost.com*) que brinda sus servicios las veinticuatro horas del día todos los días del año. Los estudiantes

---

<sup>49</sup> *Algebrática* está conformada por varios tipos de archivos con extensiones: *html, php, swf, pdf, jpg, gif*.

<sup>50</sup> El concepto de "*servidor*" se utiliza para designar a una computadora específica que brinda un servicio según la petición que haga otra computadora remota llamada "*cliente*" (Tanenbaum, 1991).

<sup>51</sup> Los Host o anfitriones son computadoras monousuario o multiusuario que ofrecen servicios de transferencia de archivos, conexión remota, servidores de base de datos, servidores web, etc. (Tanenbaum, 1991).

pueden tener acceso a los servicios de *Algebrática* a través de la dirección: [www.algebratica-upn.net16.net](http://www.algebratica-upn.net16.net) desde cualquier navegador web<sup>52</sup> que este disponible. Es recomendable tener instalado *Flash Player* para visualizar correctamente los interactivos de *Algebrática*.

### 3.2.2. Principios Teóricos considerados en la integración de *Algebrática*

Para Drijvers (2002), un marco teórico especializado en el estudio del aprendizaje del álgebra dentro ambientes computacionales algebraicos no existe, por lo es recomendable seleccionar una serie de elementos teóricos y pedagógicos que se adapten a la investigación del aprendizaje del álgebra y sirvan de guía para el desarrollo de este ambiente virtual de aprendizaje.

Los elementos teóricos y pedagógicos que forman parte del marco teórico de *Algebrática*, son los siguientes:

- *Los Principios Fundamentales de Instrucción de Merrill (2002), sirven de guía para el diseño y estructuración de los módulos de Algebrática. Se centran en la solución de un problema y en la activación de los conocimientos previos de los alumnos; dan énfasis a la demostración de sus habilidades y motivan a los alumnos a la aplicación e integración de los conocimientos adquiridos en la solución de problemas de la vida real.*
- *El Aprendizaje Significativo de Ausubel (1983), hace referencia a la estructura cognoscitiva ya existente en cada alumno, es decir, a sus conocimientos previos como aspectos fundamentales de esta teoría; además se emplean los organizadores para que los alumnos relacionen sus nuevos conocimientos con la estructura cognoscitiva existente y logren aprender significativamente. Algebrática determina parte de la estructura*

---

<sup>52</sup> Navegadores Web como *Internet Explorer, Mozilla, FireFox, Safari, Google Chrome.*

*cognoscitiva de los alumnos por medio de la evaluación diagnóstica e incluye una serie de organizadores previos en el diseño de sus módulos.*

- *El Modelo 3UV de Ursini (2008), considera que las variables algebraicas pueden ser usadas de tres formas diferentes, en el primer caso una variable representa una incógnita específica donde se busca su valor, en el segundo caso la variable representa una cantidad o número general que sigue un patrón determinado y en el tercer caso, la variable esta dentro de una relación funcional con otra variable y cualquier variación en sus valores puede afectar a ambas. Algebraica ejemplifica cada uno de estos usos.*
- *El concepto de Ambiente Virtual de Aprendizaje de McGreal (1999), permite que Algebraica sea diseñada específicamente como una aplicación educativa cimentada en un determinado paradigma instruccional de aprendizaje vía la web; lo que permitirá al estudiante apropiarse de la tecnología como una herramienta significativa en su aprendizaje.*
- *El Aprendizaje Colaborativo según Johnson y Johnson (1999), motiva a los alumnos a intercambiar información y compartir sus ideas; permite que reflexionen sobre la forma de resolver un problema dentro de pequeños grupos colaboración hasta que todos los integrantes han entendido y aportado ideas para la solución del problema. El aprendizaje colaborativo logra que recuerden por más tiempo los contenidos y desarrollen habilidades de razonamiento superior y de pensamiento crítico. Algebraica promueve este tipo de aprendizaje colaborativo en cada una de sus prácticas.*

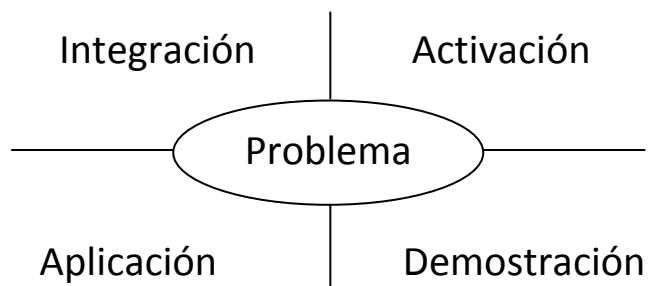
### 3.2.2.1. *Algebrática y los Principios Fundamentales de Instrucción*

El Ambiente Virtual de Aprendizaje *Algebrática* emplea los principios fundamentales de instrucción de Merrill (2002) como base para el desarrollo de sus módulos, estos principios se centran en el problema que el alumno debe resolver de forma activa y determinante, utilizando sus conocimientos previos estructurándolos con los nuevos conocimientos adquiridos para la integración de sus nuevos aprendizajes.

Los principios fundamentales de instrucción de Merrill (2002) que estamos utilizando según lo describen Peñalosa y Castañeda (2008), son los siguientes:

1. *Las situaciones más efectivas de instrucción se basan en el planteamiento y la solución de problemas.*
2. *El aprendizaje se promueve con mejores resultados cuando se activa el conocimiento previo.*
3. *El aprendizaje se facilita a través de la demostración del conocimiento (o de las habilidades necesarias para resolver un problema), en lugar de la simple transmisión de información.*
4. *El aprendizaje se facilita cuando se requiere que el estudiante aplique sus conocimientos nuevos en situaciones diseñadas en la instrucción.*
5. *El aprendizaje se facilita cuando el estudiante puede integrar sus nuevos conocimientos, demostrando sus nuevas habilidades y capacidades, pudiendo crear, inventar o explorar nuevas formas de utilización.*

Fases para la instrucción efectiva, tomado de Merrill (2002)



## El problema

Todos los principios del diseño instruccional de *Merril (2002)*, se centran en el problema, los elementos que integran esta fase del problema son siguientes:

- *Mostrar el Problema.- Para que el estudiante tenga una perspectiva completa de lo que aprenderá a resolver.*
- *Nivel del Problema.- Para que el estudiante se involucre en el problema y no solo en el nivel de operación o acción.*
- *Problematización Gradual.- Para que el estudiante comience a resolver problemas de menor a mayor complejidad.*

*Algebrática* sigue este principio, planteando una serie de problemas como el de la producción de flores a los alumnos, dentro del Módulo 1: *Variables, constantes y coeficientes*.

### El problema de la producción de flores



usuario: gustavo

Durante el mes de junio (30 días), Kitty se encargará de producir un determinado número de flores, y necesita una ecuación algebríaca que le ayude a determinar el número exacto flores que va produciendo a lo largo del mes para llegar a la meta desea.



## Activación

El aprendizaje se logra cuando son activadas las experiencias previas relevantes. Los elementos que integran esta fase de activación son siguientes:

- *Experiencia Previa.- El aprendizaje se logra cuando los aprendices son dirigidos a los recuerdos, relaciones, descripciones o conocimientos aplicados de las experiencias previas relevantes como un fundamento para el nuevo conocimiento.*



- *Proveer Experiencia.- El aprendizaje se logra cuando el aprendiz esta adquiriendo experiencia relevante que puede ser usada como fundamento del nuevo conocimiento.*
- *Estructura Cognitiva.- El aprendizaje se logra cuando los aprendices son motivados a utilizar una estructura cognitiva que pueda ser usada para organizar el nuevo conocimiento.*

*Algebrática* incluye una serie de *organizadores previos*<sup>53</sup> dentro de sus módulos con el objetivo de activar las experiencias que han tenido los alumnos en estos temas. Con estos organizadores los estudiantes reflexionan sobre las situaciones planteadas, preparándolos para integrar los nuevos conocimientos adquiridos con sus estructuras cognoscitivas existentes.

### Activación de conocimiento previo



Usuario: gustavo

#### Los regalos y la caja X de Kitty

Doc Einstein, le regala una flor a Kitty que guarda en su caja, y tres libros para aprender álgebra.

Luego llega Bunny con dos más flores para Kitty. Ella las guarda en su caja "X".

más tarde Jimmy y Goddard, le dan tres flores más a su amiga Kitty, y también guarda en 'X'

Finalmente, aparece el Gato y convence a Kitty de regalarle dos flores de su caja 'X'

¿Cómo fue el contenido de la caja 'X'? ¿Siempre fue el mismo o cambio?

¿Qué sucedió con los libros? ¿hubo algún cambio?



<sup>53</sup> Ver sección 3.2.2.2 para una mejor comprensión del Aprendizaje Significativo y la función de los organizadores previos.

## Demostración

El aprendizaje se logra cuando la instrucción muestra lo que se aprenderá, más que solo decir la información de los que se va a aprender.

- *Consistencia de la demostración.- El aprendizaje se logra cuando la demostración es consistente con el objetivo del aprendizaje.*
- *Guía de aprendizaje.- El aprendizaje se logra cuando al aprendiz le es proporcionada una guía de aprendizaje adecuada.*
- *Medios Pertinentes.- El aprendizaje se logra cuando el multimedia juega un importante rol instruccional.*

*Algebrática* muestra de forma explícita cada uno de los temas y conceptos fundamentales del álgebra que se pretender enseñar dentro de este ambiente virtual de aprendizaje.

### DEMOSTRACIÓN DEL CONOCIMIENTO

#### Elementos de una ecuación algebraica



Usuario: gustavo

Una ecuación esta formada por diferentes elementos como variables, coeficientes, constantes, operadores, etc. y cada uno tiene una función.



Una **variable** es un símbolo de un número que no conocemos. Normalmente es una letra como x o y.

Una **constante** es un número que no cambia.

Un **coeficiente** es un número que está multiplicando a una variable (4x significa 4 por x, así que 4 es un coeficiente)

Un **operador** es un símbolo (como +, x, etc) que representa una operación (es decir, algo que quieres hacer con los valores).

## Aplicación

El aprendizaje se logra cuando a los aprendices se les pide usar sus nuevos conocimientos o habilidades para investigar o resolver problemas que se relacionen con aspectos de su vida diaria.

- *Consistencia de la práctica.- El aprendizaje se logra cuando la práctica y el pos test son consistentes con los objetivos.*
- *Asesoramiento gradual o andamiaje.- El aprendizaje se logra cuando el aprendiz es guiado en la solución de sus problemas por una retroalimentación y asesoramiento apropiados.*
- *Variedad de problemas.- El aprendizaje se logra cuando a los aprendices se les solicita resolver una secuencia de problemas distintos.*

*Algebraica* integra una serie de tareas de que sean aplicables a las actividades de la vida diaria de los estudiantes.

### Aplicación del nuevo conocimiento



Usuario: gustavo

Investiga 5 ecuaciones algebraicas que se relacionen con tu vida diaria (como la temperatura, la velocidad o la aceleración, etc.), y describe cada uno de sus elementos. Hazlo en un documento y entregalo a tu profesor.



## Integración

El aprendizaje se logra cuando los estudiantes reflexionan, sobre sus nuevos conocimientos o habilidades con los demás compañeros de clase, dándose la oportunidad de demostrar esos conocimientos por medio de la observación, la reflexión y la creación.

- *Observación.- El aprendizaje se logra cuando al alumno se le da la oportunidad de demostrar públicamente su nuevos conocimiento o habilidad.*
- *Reflexión.- El aprendizaje se logra cuando los alumnos pueden reflexionar, debatir, y defender sus conocimientos o habilidades.*
- *Creación.- El aprendizaje es logra cuando crean, inventan y exploran nuevas y personales formas de usar sus nuevos conocimientos y habilidades.*

Al final de cada Módulo, *Algebrática* incluye una sección de integración de los nuevos conocimientos adquiridos dentro de este ambiente virtual de aprendizaje.

### Integración de los nuevos conocimientos



Usuario: gustavo

Junto con tus amigos o compañeros de clase, define los conceptos algebraicos de: ecuación, coeficiente, variable y constante. Tomen turnos para escuchar los conceptos de todos.



### 3.2.2.2. *Algebra bajo los constructos del Aprendizaje Significativo*

Este ambiente virtual de aprendizaje retoma dos de los conceptos fundamentales del Aprendizaje Significativo de Ausubel (1983), el constructo de las estructuras cognoscitivas existentes (*haciendo referencia a los conocimientos y experiencias previas de los alumnos*), y los organizadores previos (*que se consideran puentes cognitivos integradores que permiten enlazar la estructura cognitiva con los nuevos conocimientos por aprender*).

Ausubel (1983), postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el estudiante posee en su estructura cognitiva. También concibe al alumno como un procesador activo de la información, y al aprendizaje como un sistema estructurado y organizado. En síntesis Díaz-Barriga (2002) define al Aprendizaje Significativo como aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva de la nueva información y las ideas previas de los estudiantes<sup>54</sup>; posibilitando la adquisición de grandes cuerpos de conocimiento integrados, coherentes, estables que tienen sentido para los alumnos.

Para Ausubel, el conocimiento y las experiencias previas de los estudiantes son las piezas clave de la enseñanza, en las propias palabras de Ausubel, *“el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto, y enséñese consecuentemente”*. Aquí se observa la gran importancia que este autor le da a las experiencias previas que poseen los estudiantes en su estructura cognoscitiva.

*Algebra* realiza una evaluación relacionada con los conocimientos básicos del álgebra, a través de su examen diagnóstico Pre-Test<sup>55</sup>, siguiendo el principio de Ausubel de conocer lo que ya saben los alumnos y enseñar a partir de esto.

---

<sup>54</sup> Refiriéndose a la estructura cognitiva existente de los estudiantes.

<sup>55</sup> Para consultar completos el Pre-Test y el Pos-Test, ver Anexos.



Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_  
Escuela: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

III.- Llena la siguiente tabla, con los componentes de las expresiones algebraicas

I.- Resuelve los siguientes ejercicios:

- a)  $5 - 1 + 3 - 7 =$
- b)  $- 2 + 10 - 1 + 5 =$
- c)  $5 \times (-1) =$
- d)  $(-1) \times (2) \times (-1) =$
- e)  $(-3) \times (-2) =$
- f)  $(-6 / 2) =$
- g)  $(-3 / -3) =$
- h)  $(8 / -4) =$
- i)  $(5)^1 =$
- j)  $(3)^2 =$
- k)  $(-2)^3 =$
- l)  $(-1)^4 =$

II.- Resuelve simplificando los paréntesis:

- a)  $(5 + 2 \times (3 - 1)) =$
- b)  $(4 - 3 \times (2 - 1)) =$

Expresión	Coficiente	Variable	Exponente	Constante
$3x^2$				
$-2y^5 + 4$				
$7z - 5$				

IV.- Encuentra el valor de 'x', despejando la variable. (Escoge tres).

a) $x + 1 = 3$	b) $2x - 1 = 5$	c) $\frac{x}{2} + 1 = 6$	d) $\frac{3x+1}{5} = -1$	e) $\frac{10}{x} = 5$

## Organizadores Previos

Los organizadores previos son otros elementos que *Algebraica* considera del aprendizaje significativo de Ausubel, ya que constituyen estructuras cognitivas, que mejoran la discriminación del nuevo material de aprendizaje con respecto a las ideas relacionadas ya aprendidas de los alumnos. Realizan la reconciliación integradora a un nivel de generalidad e inclusión mucho más elevado que el propio material de aprendizaje. Para tener un grado máximo de eficacia, estos organizadores deben formularse en términos y conceptos ya familiares para el alumno, empleando ilustraciones y analogías adecuadas (Ausubel, 1983).

Como se vio en la sección 3.2.2.1 *Algebraica* incluye *organizadores previos*<sup>56</sup> en sus módulos con el objetivo de activar las experiencias que han tenido los estudiantes, haciendo que éstos reflexionen sobre las situaciones planteadas, y

<sup>56</sup> Ver sección 3.2.2.2 para una mejor comprensión del Aprendizaje Significativo y la función de los organizadores previos.

puedan integrar los nuevos conocimientos a sus estructuras cognitivas existentes.

## ORGANIZADOR PREVIO

### Las canicas de colores



Usuario: gustavo

Jimmy tiene dos conjuntos de canicas de colores, y necesita determinar la ecuación que describa la cantidad exacta de canicas de cada color.

Si cada color de canica se representa por su inicial (A, V, R, M), ¿Cual sería su ecuación final de los dos grupos?

Grupo 1 =  $1^*A + 1^*V + 1^*R + 3^*M$       Grupo 2 =  $3^*A + 2^*V + 2^*R + 1^*M$

Ecuación Final = ?

### 3.2.2.3. Algebraica y los diferentes usos de variables

Ursini en su Modelo 3UV<sup>57</sup>, hace referencia a los tres diferentes usos que se le pueden dar al concepto de variable algebraica, *Algebraica* hace énfasis en cada uno de estos usos de la variable en los módulos que la constituyen, con el objetivo de mejorar la comprensión de los conceptos fundamentales del álgebra.

*El uso de la variable como incógnita específica.*

*Algebraica* retoma este principio del Modelo 3UV, cuando trata a las variables como incógnitas específicas donde se necesita conocer su valor, dentro de su *Módulo 4: Solución de ecuaciones lineales*, se busca que los estudiantes aprendan este uso de la variable encontrando los valores de “x” y “y” en las diferentes ecuaciones y sistemas de ecuaciones algebraicas lineales.

<sup>57</sup> Para más detalles de el Modelo 3UV ver la sección 2.1.1.

## Módulo 4: - Solución de ecuaciones lineales:

Introduce los coeficientes para resolver:

$$ax + b = c \quad \text{ok}$$


para  $a \neq 0$


a =  b =  c =

Fórmula

$$x = \frac{(2) - (3)}{(1)}$$

Resultados:  
x=-1

Enviar datos 

Borrar datos 

También *Algebrática* hace uso de la variable como incógnita específica en su *Módulo 8: Solución de ecuaciones cuadráticas* al usar la fórmula general; donde se encuentran las raíces reales de la ecuación.

## Módulo 8: - Solución de ecuaciones cuadráticas:

Fórmula Cuadrática

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

Resultado una raíz  
x1=-1

Introduce los coeficientes para resolver:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{ok}$$

a =  b =  c =

Enviar datos 

Borrar datos 

*El uso de la variable como número general.*

*Algebrática* usa este segundo principio del Modelo 3UV en varios de sus módulos, más en específico en su *Módulo 10: Lenguaje verbal y modelos matemáticos*, donde las variables son interpretadas como números generales, y se representan varias operaciones aritméticas con esos números.



## Módulo 10: - Enunciados verbales y su expresión

En la solución de problemas matemáticos se requiere escribir una expresión algebraica que represente un enunciado verbal y viceversa, a esto se le llama: **Lenguaje Algebraico**.

Enunciado verbal	Expresión Algebraica
- El doble de un número	$2x, 2y, 2w, \text{ etc.}$
- La diferencia de dos números	$a - b, x - y, w - m, \text{ etc.}$
- La raíz cuadrada de un número	$\sqrt{x}, \sqrt{a}, \sqrt{y}$
- El triple de un cubo de un número	$-3x^3, 3a^3, 3n^3, \text{ etc.}$
- El producto de un número	$ab, xy, mn, \text{ etc.}$
- La mitad de un número	$\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}y, \text{ etc.}$
- El doble de un no. disminuido en 5	$2x - 5, 2a - 5, 2m - 5, \text{ etc.}$



*Algebraica* igualmente usa la variable como número general en el mismo módulo pero desde la expresión algebraica a su enunciado verbal.

## Módulo 10: - De la expresión a su enunciado

Traducción de una expresión algebraica en un enunciado verbal.

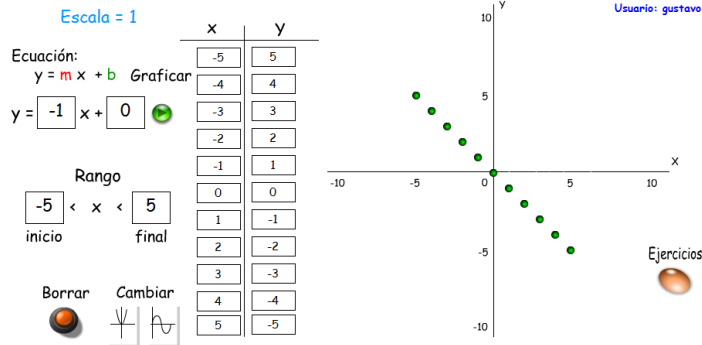
Expresión Algebraica	Enunciado verbal
$3x$	- El triple de un número
$a - b$	- La diferencia de dos números
$m + n$	- La suma de dos números
$ab^2$	- El producto de un número por el cubo de otro
$x^3 + y^3$	- La suma de dos cubos de dos números
$\frac{1}{2}x^3$	- Un medio del cubo de un número
$2(x + y)$	- El doble de la suma de dos números



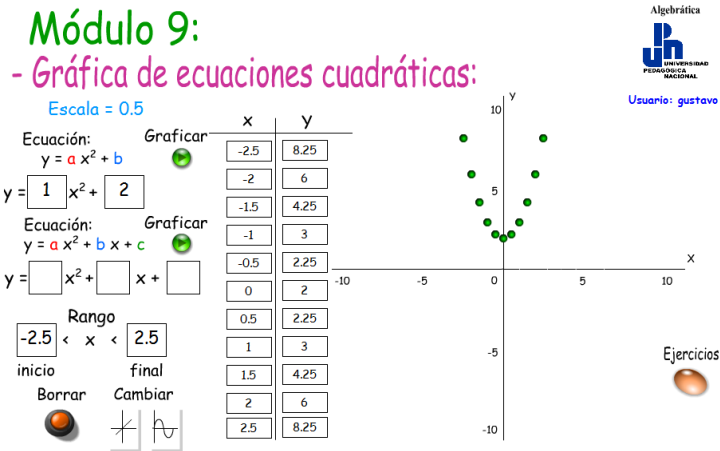
*El uso de la variable en una relación funcional.*

El Módulo 9: Graficador de ecuaciones algebraicas, permite trabajar las variables (x,y) dentro de una relación funcional en ecuaciones lineales, senoidales y cuadráticas, variando sus diferentes parámetros como pendiente, ordenada al origen y el rango o dominio en 'x'. Con esto se busca que los estudiantes comprendan la relación que existen entre ambas variables, que para este módulo de *Algebraica* puede ser lineal, senoidal o cuadrática.

## Módulo 9: - Gráfica de ecuaciones lineales:



Además se incluye la tabla de valores de (x,y) para que los estudiantes puedan comparar la relación funcional de entre las dos variables.



### 3.2.2.4. Algebraica como un ambiente virtual de aprendizaje

Los ambientes virtuales de aprendizaje (AVA) han surgido con el internet, son aplicaciones educativas específicamente diseñadas para satisfacer la enorme demanda que se tiene hoy en día de educación a distancia y presencial. Tienen como sustento teórico un determinado paradigma instruccional de aprendizaje vía

la web, y están regidos generalmente por diversos modelos pedagógicos instruccionales que utilizan las tecnologías de colaboración síncronas / asincrónicas como *chats, foros, blogs, redes sociales* y de recursos multimedia. Logran además que los estudiantes usen y se apropien de las tecnologías de información como instrumentos esenciales para alcanzar aprendizajes verdaderamente significativos (McGreal, 1999).

*Algebrática* pretende ser un ambiente virtual de aprendizaje en línea con todas las características antes mencionadas. Diseñado para mejorar la comprensión de los conceptos fundamentales del álgebra, como los conceptos de variable, constante, coeficiente y exponente algebraicos. Este AVA está sustentado bajo el paradigma de los *Principios fundamentales de instrucción de Merrill (2002)*, que motivan al alumno a resolver un problema, activar sus conocimientos previos relacionándolos con los nuevos, demostrándolos y aplicándolos en situaciones de la vida real.

*Algebrática* utiliza las tecnologías de colaboración sincroniza y asíncrona de las redes sociales como *twitter* y *facebook* para promover el intercambio de ideas y conocimientos entre los alumnos cuando están aprendiendo e interactuando a través de este ambiente virtual aprendizaje.

### 3.2.2.5. *Algebrática y el Aprendizaje Colaborativo*

El Aprendizaje Colaborativo motiva a los alumnos a participar de forma activa dentro del salón de clases, intercambian la información que ellos poseen y al mismo tiempo comparten sus ideas y las ideas de los otros. Permite también que los alumnos reflexionen sobre la forma de resolver un problema en pequeños grupos de colaboración hasta que todos los integrantes hayan entendido y aportado sus ideas para la solución del problema. Para Johnson y Johnson (1999), el aprendizaje colaborativo logra que los estudiantes recuerden por más tiempo los contenidos y desarrollen habilidades de razonamiento superior y de pensamiento crítico.

Algebrática motiva a los alumnos para trabajar colaborativamente dentro del salón de clases, compartiendo información e intercambiando ideas de los temas que se están estudiando en ese momento.

### Reducción de términos algebraicos



Usuario: gustavo

Junto con tus amigos y compañeros de clase, expliquen la forma en la que se pueden reducir los términos semejantes de una expresión algebraica. Tomen turnos para que todos participen.



### 3.3. Algebrática en las Redes Sociales

Las redes sociales han revolucionado las tecnologías de información haciéndolas cada vez más cercanas a la personas, quitándoles el atributo de “*impersonalidad*” que poseen este tipo de tecnologías. Crovi (2006) menciona que estas redes son formas de interacción social, que permiten un intercambio dinámico de información entre las personas, grupos o instituciones en contextos de complejidad. Con el desarrollo tecnológico de la Web 2.0<sup>58</sup> los usuarios de internet pueden interactuar y colaborar entre sí, compartiendo sus puntos de vista a través de sitios dinámicos en la red, como son los servicios de que ofrecen las redes sociales.

Desde el ámbito educativo, las redes sociales favorecen el aprendizaje colaborativo, permitiendo el intercambio y desarrollo del conocimiento dentro de pequeños grupos de iguales, encaminados al logro de objetivos académicos.

---

<sup>58</sup> La Web 2.0 es una nueva tecnología que se caracteriza por el uso de páginas ó sitios dinámicos que actualizan su información, permitiendo al usuario ser el creador de contenidos e interactuar con otros.

*Algebrática* aprovecha estas características que brindan las redes sociales para estar en comunicación directa con los estudiantes a través de sus canales de comunicación en *Youtube*, *Facebook* y *Twitter*, escuchando sus puntos de vista, y colaborando en el proceso de aprendizaje del álgebra.

### 3.3.1. Canal de *Algebrática* en *Youtube*

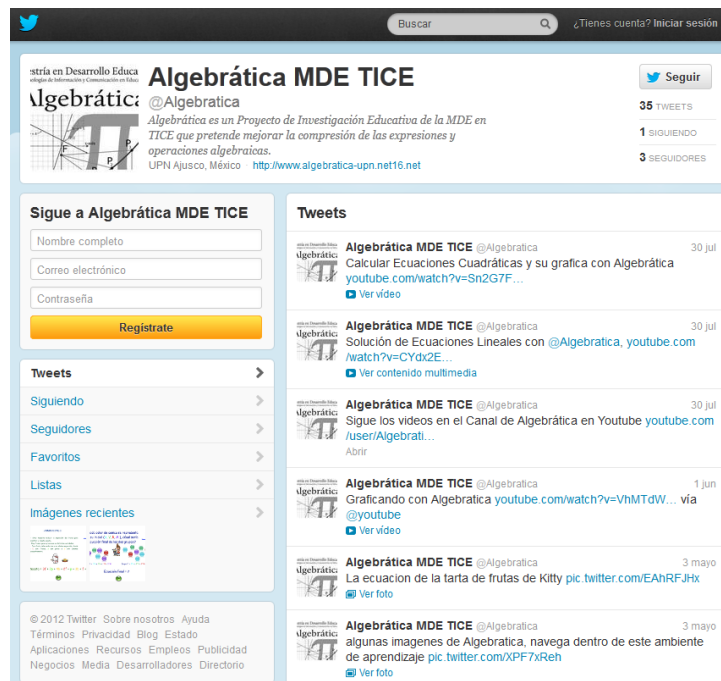
*Youtube* es un reproductor de videos en línea, en el cual los usuarios pueden subir y compartir sus videos, además de tener videos de esparcimiento, hay muchos tutoriales de todo tipo que permiten aprender una diversidad de temas.

*Algebrática* tiene una canal en *Youtube*, donde se comparten videos de los temas relacionados con el aprendizaje del álgebra. Gráficas de ecuaciones lineales, cuadráticas y senoidales, solución de ecuaciones lineales y cuadráticas, etc.



### 3.3.2. @Algebrática en Twitter

Este servicio microblogging<sup>59</sup> de mensajes de 140 caracteres de texto plano llamados “tweets”, se ha difundido por todo el mundo, abarcando todo tipo de información, noticias, política, congresos, eventos deportivos y educativos, etc. Una de las ventajas de esta tecnología ha sido su rapidez y la capacidad de direccionar los mensajes a determinados usuarios y el manejo de las tendencias o *trending topic* de actualidad. Algebrática emplea esta tecnología para informar a los alumnos de los avances del ambiente virtual de aprendizaje, hace enlaces hacia las otras redes sociales, y notifica a los alumnos las modificaciones de algunos de los módulos.



<sup>59</sup> El microblogging, también conocido como nanoblogging, es un servicio que permite a sus usuarios enviar y publicar mensajes breves (alrededor de 140 caracteres), generalmente sólo de texto.

### 3.3.3. Página de Algebrática en Facebook

Facebook es una de las tecnologías más conocidas en el mundo, las personas la usan para buscar amigos y mostrar sus relaciones sociales, enviar fotos, jugar, chatear, etc. Es una herramienta muy útil cuando queremos comunicar a los demás las actividades que estamos haciendo dentro de un proyecto como *Algebrática*. Este ambiente virtual de aprendizaje del álgebra muestra en su página las actividades que se han realizado del proyecto con los alumnos y profesores, también se muestran los avances y modificaciones que a lo largo del tiempo se van realizando en *Algebrática*.

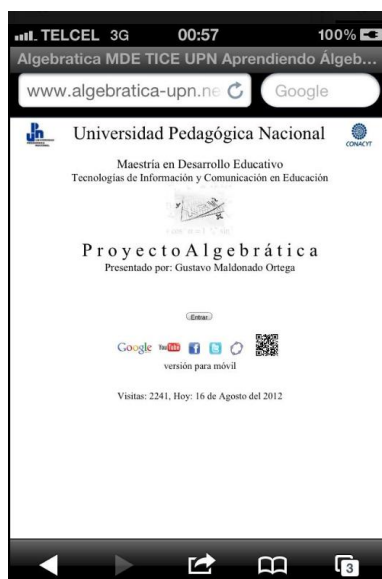


The image shows a screenshot of the Facebook page for 'Algebrática'. At the top, there is a blue header with the Facebook logo and a login section with fields for 'Correo electrónico o teléfono' (containing 'gustave\_uon2010@yahoo.co') and 'Contraseña', along with an 'Entrar' button. Below the header, there is a navigation bar with 'Algebrática está en Facebook.' and a 'Regístrate' button. The main content area features a profile picture of 'Algebrática' with the text 'Educación MDE TICE UPN' and 'A 5 personas les gusta esta página'. Below this, there are two posts. The first post, dated '18 de noviembre de 2011', describes an 'Evaluación Diagnóstica de Algebrática' held at 'Escuela Secundaria Durana No. 307' in 'Cuautepec Barrio Alto, 07100 Gustavo A. Madero, Distrito Federal'. The second post, dated '24 de octubre de 2011', lists 'Principios de instrucción de Merrill' with three numbered points. To the right of the second post, there is a photo of a desk with papers, pencils, and a calculator.

### 3.4. *Algebrática para dispositivos móviles*

Con los avances de la tecnología y los nuevos anchos de banda, los dispositivos móviles (*teléfonos inteligentes, tabletas, computadoras portátiles*) dominan las preferencias de los usuarios. Hoy en día estos dispositivos tienen la capacidad de acceder a internet vía remota y de forma móvil con la misma velocidad que cualquier computadora tradicional de escritorio. Walker (2005), define una nueva forma de aprender a la que llama *el aprendizaje móvil*. Donde las personas adquieren todos los días conocimientos desde sus casas, trabajos y escuelas, etc. a través de sus dispositivos móviles. Algebrática tiene planeado como proyecto futuro ser un ambiente virtual de aprendizaje del álgebra accesible desde dispositivos móviles.

Imagen de *Algebrática* desde un Smartphone



Con esta sección se cierra el capítulo 3 donde se describieron detalladamente las principales características de Algebrática. El siguiente capítulo trata acerca de la metodología y el desarrollo de la investigación.



## *Capítulo 4*

# *Sobre la Metodología y Desarrollo de la Investigación*

---

#### *4.1. Descripción de la investigación*

Esta investigación educativa contrasta dos modelos de aprendizaje del álgebra a nivel secundaria; el tradicional o modelo de transmisión de información, y el modelo de diseño instruccional que se basa en los principios fundamentales de *Merrill (2002)*.

En el primer modelo, la instrucción se da de forma tradicional, el profesor expone su clase frente alumnos que tienen una actitud pasiva, memorizando fórmulas y procedimientos sin razonar lo que hacen, ejecutando mecánicamente todos sus algoritmos; se ha visto que estas técnicas solo dan resultados pobres y superficiales a la hora de evaluar el aprendizaje como lo afirman *Peñaloza y Castañeda (2008)*.

El segundo modelo, promueve aprendizajes significativos, activos y constructivos, mediante el uso de un ambiente virtual de aprendizaje llamado Algebrática; el cual emplea los principios fundamentales de instrucción de *Merrill (2002)*, brindando una serie de recursos multimedia de alta interactividad, e incentivando la construcción de conocimientos en los alumnos. Este modelo se evaluó empíricamente en la clase de matemáticas del ciclo escolar 2011-2012 en la Escuela Secundaria Diurna No. 307, San Miguel, Cuauhtémoc Barrio Alto. Los resultados indicaron que al interactuar con este ambiente virtual, los estudiantes mostraron aprendizajes significativamente superiores según comparativas Pre-Test y Pos-Test del grupo experimental, así como contra el grupo control.

#### *4.2. Pregunta de investigación*

Retomando el planteamiento de la pregunta de investigación de la sección 1.4., se busca dar respuesta a la misma:

*¿Qué diferencias existen al emplear Algebraica como un ambiente instruccional de aprendizaje orientado a la comprensión de los conceptos fundamentales del álgebra (variable, constante, coeficiente y exponente), en comparación con el método tradicional de enseñanza que se imparte en las Escuelas de Educación Básica Secundaria? ¿Estas diferencias llegan a ser significativas?*

### **4.3. Objetivos del Estudio**

Recordando los objetivos específicos que se plantearon para esta investigación en la sección 1.3, fueron los siguientes:

- *Comprobar si el ambiente virtual de aprendizaje Algebraica, logra aprendizajes significativos de los elementos básicos y de las expresiones y operaciones del programa de estudios de álgebra en alumnos de secundaria.*
- *Probar si el ambiente virtual de aprendizaje Algebraica promueve aprendizajes diferentes a los de la enseñanza tradicional dentro del aula.*
- *Probar si Algebraica logra ser una aplicación matemática innovadora que proporcione nuevos y útiles elementos para el aprendizaje del álgebra a través de las tecnologías de información y comunicación.*

### **4.4. Contexto escolar de la investigación**

Definir lo mejor posible el contexto de esta investigación educativa, nos permitió determinar con mayor exactitud los distintos instrumentos de medición y análisis de datos, teniendo una mayor calidad ahora de obtener y analizar los resultados.

Esta investigación se llevo a cabo en la Escuela Secundaria Diurna No. 307, San Miguel Sn, Cuauhtepc Barrio Alto, 07100, perteneciente a la delegación Gustavo A. Madero, Distrito Federal; la escuela tiene una población total de 512 alumnos en los tres grados. Se eligieron para el estudio dos grupos, el grupo experimental con un total de 45 alumnos, y el grupo de control con un total de 47 alumnos. Todas las sesiones se realizaron en el turno vespertino. La fecha del primer contacto fue el 26 de Agosto del 2011.

#### *4.5. Diseño de la investigación*

Fue un diseño cuasi-experimental, debido a que los grupos con los que se trabajó no fueron elegidos al azar; según Hernández (2010), “en los diseños cuasi-experimentales los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento”. Se consideraron alumnos que estuvieran en el tercer grado de secundaria, que fueran regulares en todas sus materias para una participación activa y constante. Participaron un total de 92 alumnos entre los grupos experimental y de control.

- Grupo Experimental (45 estudiantes)
- Grupo de Control (47 estudiantes)

#### *4.6. Roles en la investigación*

Entre las principales funciones que realizó el investigador se encuentran: la evaluación de conocimientos previos de los alumnos (Pre-Test) al inicio de la investigación educativa; la instrucción del profesor en el uso del ambiente de aprendizaje *Algebrática*, y la serie de prácticas y ejercicios realizados dentro de cada sesión; además de la evaluación final de conocimientos a todos los alumnos seleccionados (Pos-Test).

El profesor frente al grupo de control, expuso sus clases de manera tradicional con el modelo de trasmisión de información, sin aplicar ningún estímulo extra a los alumnos.

Los alumnos participaron en todas las actividades propuestas por el investigador y el docente frente al grupo, expresando sus dudas y comentarios al final de cada sesión de trabajo con el ambiente de aprendizaje *Algebrática*.

#### *4.7. Fases y Cronograma*

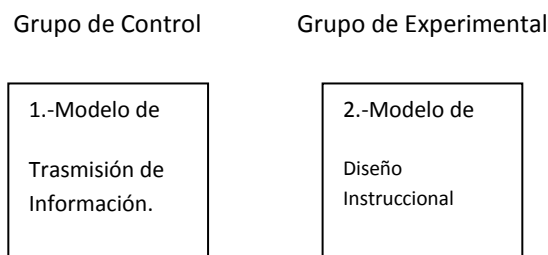
El tiempo que tomo el estudio en campo fue de ocho semanas; en la primer semana se realizó el Pre-Test sin advertir a los alumnos; una semana de inducción de Algebrática a los alumnos del grupo experimental; cinco semanas de trabajo con Algebrática y una última semana donde se realizó la evaluación final de conocimiento (Pos-Test) a ambos grupos.

- a) Primera Fase.- Evaluación (Pre-test), con los dos grupos seleccionados de tercer grado (el grupo de control y el grupo experimental, Agosto 2011).*
- b) Segunda Fase.- Inducción de Algebrática a los alumnos del grupo experimental (Febrero, 2012).*
- c) Tercera Fase.- Cinco semanas los alumnos del grupo experimental trabajaron los conceptos fundamentales del álgebra con el ambiente virtual de aprendizaje Algebrática. (Marzo-Abril, 2012),*
- d) Cuarta Fase.- Evaluación Final (Pos-test), de los dos grupos de tercer grado (Mayo, 2012).*
- e) Quinta Fase.- Análisis de datos, interpretación de resultados y conclusiones en el reporte final de tesis. (Mayo-Junio, 2012).*

#### 4.8. Definición de la población

Se trabajará con alumnos del nivel educativo medio básico, en las edades de 13 a 15 años, ya que es la etapa donde se introducen los conceptos de álgebra y sus operaciones básicas con números enteros negativos.

Se propone realizar la evaluación con dos grupos; el grupo de control con 47 alumnos y el grupo experimental con 45 alumnos, para un total de 92 alumnos entre los dos grupos. Tomando al primer grupo de alumnos para trabajar con el modelo de trasmisión de información, y al segundo grupo para trabajar con el modelo de principios fundamentales de instrucción “Algebrática”.



La elección de los grupos no fue de forma aleatoria, ya que habían sido formados antes de este experimento. Se consideraron alumnos que estuvieran en el tercer grado de secundaria, que fueran regulares en todas sus materias para una participación activa y constante.

#### 4.9. Diseño y aplicación de los instrumentos

Los principales instrumentos de medición fueron: la evaluación de conocimientos previos (Pre-test) y la evaluación final de conocimientos (Pos-Post), cuyos contenidos estuvieron basados en los nuevos Planes y Programas de Estudio de Matemáticas de la Escuela Secundaria SEP (2011), y estuvieron validados por los profesores titulares de la asignatura de matemáticas de la escuela secundaria en

cuestión. Enfocándose principalmente en los conceptos fundamentales del álgebra como son: el concepto de variable, constante, coeficiente y exponente.

#### 4.10. Análisis de Datos

Los datos con los que se realizan todos los análisis estadísticos en este capítulo, son resultado de las evaluaciones aplicadas tanto al grupo experimental como al grupo de control, en el inicio (*Pre-Test*) y final del estudio (*Pos-Test*).

##### 4.10.1. Análisis de Datos I *Pre-Test (Experimental vs. Control)*

Para determinar que los grupos están en condiciones similares de conocimientos del álgebra al inicio del estudio, se realiza la comparativa entre el grupo experimental y el de control por medio de la prueba estadística de Chi-cuadrada ( $X^2$ ), con una muestra representativa de 92 alumnos en tres categorías de calificaciones del *Pre-Test*: Baja (menores a 6), Media (entre 7 y 8) y Alta (entre 9 y 10). Los datos concentrados, se muestran en la siguiente tabla:

Tipo de Tratamiento	Categorías de Calificaciones del Pre -Test			
	Baja ( $\leq 6$ )	Media (7 -8)	Alta (9-10)	Totales por filas
1 – Modelo con Diseño Instruccional ( <i>Grupo Experimental</i> )	28	16	1	45
2 – Modelo Tradicional ( <i>Grupo Control</i> )	34	11	2	47
Total por Columnas	62	27	3	92

## I.- Planteamiento de las hipótesis de investigación

Hipótesis del investigador

$H_{inv}$  = *“Las calificaciones obtenidas en la evaluación previa Pre-Test entre los grupos experimental y de control, no presentan diferencias significativas a la hora de ser comparadas”.*

Hipótesis nula:

$H_0$  = *“Las calificaciones obtenidas en el Pre-Test de ambos grupos presentan diferencias significativas cuando son comparadas estadísticamente”*

Hipótesis alterna:

$H_1$  = *“No existe una diferencia significativa entre las calificaciones de los grupos de control y experimental, al ser evaluados con el Pre-Test”.*

Con un nivel de significancia del 5%, es posible rechazar la hipótesis nula.

## II.- Estadístico de Prueba Chi-cuadrada $X^2$

Según la anterior tabla:

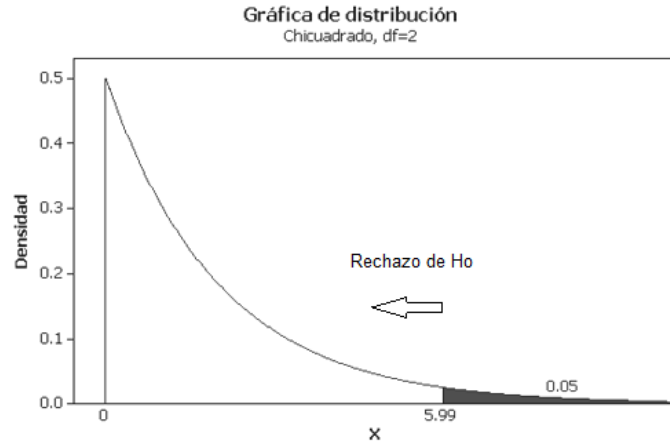
$c$  = no. de columnas = 3    y     $r$  = no. de reglones = 2

Grados de libertad:  $g.l. = (c-1)(r-1) = (3-1)(2-1) = 2$

Y una significancia del 5%, se calcula el valor de Chi-cuadrada ( $X^2$ ) con el paquete NCSS de cálculo de probabilidad:

La distribución Chi-cuadrada (con 2 grados de libertad)





### III.- Definición de la regla de decisión

Rechace la hipótesis nula  $H_0$  si  $X^2_c$  es menor de 5.99, es decir si no existe una diferencia significativa en las calificaciones de ambos grupos. Matemáticamente se expresa como:

$$\text{Si } X^2_c < 5.99, \text{ se rechaza } H_0$$

### IV.- Cálculos

Con el paquete estadístico Minitab realizamos los cálculos para determinar la Chi-cuadrada  $X^2_c$  a partir de los datos de la tabla anterior.

#### Prueba Chi-cuadrada: Baja, Media, Alta

Los conteos esperados se imprimen debajo de los conteos observados

Las contribuciones Chi-cuadradas se imprimen debajo de los conteos esperados

	Baja	Media	Alta	Total
1	28	16	1	45
	30.33	13.21	1.47	
	0.178	0.591	0.149	
2	34	11	2	47
	31.67	13.79	1.53	
	0.171	0.566	0.143	
Total	62	27	3	92

Chi-cuadrada = 1.797, GL = 2, Valor P = 0.407  
2 celdas con conteos esperados menores que 5.

El valor de Chi-cuadrada ( $X^2_c$ ) fue 1.797, para la tabla de datos.

## **V.- Decisión**

De acuerdo a los resultados obtenidos de Chi-cuadrada en Minitab, se encontró que:

“ $X^2_c$  es menor que 5.99<sup>60</sup> por lo tanto la hipótesis nula es rechazada, comprobándose la hipótesis del investigador que afirma que no hay una diferencia significativa entre las calificaciones de los grupos experimental y de control”.

## **VI.- Interpretación de los resultados**

Debido a que la Chi-cuadrada calculada ( $X^2_c$ ) fue menor al valor esperado, se aceptó la hipótesis de investigación como verdadera, y por consiguiente: *“No existe una diferencia significativa entre las calificaciones obtenidas en el Pre-Test en ambos grupos al inicio del estudio. Lo cual nos lleva a concluir que el grupo experimental y el grupo de control inician la investigación en condiciones similares de conocimientos básicos del álgebra.*

---

<sup>60</sup> Puede calcularse en línea la Chi-cuadrada en la siguiente dirección <http://www.fourmilab.ch/rpkp/experiments/analysis/chiCalc.html>

#### 4.10.2. Análisis de datos II Pos-Test (Experimental vs. Control)

Para conocer si existe una diferencia significativa en las calificaciones de los grupos experimental y de control después de la etapa de estímulo y aplicación del Pos-Test, se analizaron los datos obtenidos estadísticamente con la prueba Chi-cuadrada ( $X^2$ ), con una muestra representativa de 92 alumnos en tres categorías de calificaciones del Pos-Test: Baja (menores a 6), Media (entre 7 y 8) y Alta (entre 9 y 10).

Los datos concentrados, se muestran en la siguiente tabla:

Tipo de Tratamiento	Categorías de Calificaciones del Pos-Test			
	Baja ( $< = 6$ )	Media (7 –8)	Alta (9-10)	Totales por filas
1 – Modelo con Diseño Instruccional ( <i>Grupo Experimental</i> )	16	24	5	45
2 – Modelo Tradicional ( <i>Grupo Control</i> )	29	17	1	47
Total por Columnas	45	41	6	92

## I.- Planteamiento de las hipótesis de investigación

Hipótesis del investigador

$H_{inv}$  = *“Las calificaciones obtenidas en el Pos-Test de ambos grupos dependen de los diferentes modelos utilizados para el aprendizaje de los conceptos básicos del álgebra”.*

Hipótesis nula:

$H_0$  = *“Las calificaciones obtenidas en el Pos-Test de ambos grupos no dependen ni están relacionadas con los diferentes modelos utilizados para el aprendizaje de los conceptos básicos del álgebra”.*

Hipótesis alterna:

$H_1$  = *“Existe una diferencia significativa entre las calificaciones de los grupos de control y experimental, al ser evaluados con el Pos-Test”.*

Con un nivel de significancia del 5%, es posible rechazar la hipótesis nula.

## II.- Estadístico de Prueba Chi-cuadrada $\chi^2$

Según la anterior tabla:

$c$  = no. de columnas = 3 y  $r$  = no. de reglones = 2

Grados de libertad:  $g.l. = (c-1)(r-1) = (3-1)(2-1) = 2$

Y una significancia del 5%, se calcula el valor de Chi-cuadrada ( $\chi^2$ ) con el paquete NCSS de cálculo de probabilidad:

## La distribución Chi-cuadrada (con 2 grados de libertad)



### III.- Definición de la regla de decisión

Rechace la hipótesis nula  $H_0$  si  $X^2_c$  es mayor de 5.99, matemáticamente se expresa como:

$$\text{Si } X^2_c > 5.99, \text{ se rechaza } H_0$$

### IV.- Cálculos

Con el paquete estadístico Minitab realizamos los cálculos para determinar la Chi-cuadrada  $X^2_c$  a partir de los datos de la tabla anterior.

### Prueba chi-cuadrada: Baja, Media, Alta

Los conteos esperados se imprimen debajo de los conteos observados  
Las contribuciones chi-cuadradas se imprimen debajo de los conteos esperados

	Baja	Media	Alta	Total
1	16	24	5	45
	22.01	20.05	2.93	
	1.641	0.776	1.453	
2	29	17	1	47
	22.99	20.95	3.07	
	1.572	0.743	1.391	
Total	45	41	6	92

Chi-cuadrada = 7.577, GL = 2, Valor P = 0.023  
2 celdas con conteos esperados menores que 5.

El valor de Chi-cuadrada ( $X^2_c$ ) fue 7.577, para la tabla de datos.

## **V.- Decisión**

De acuerdo a los resultados obtenidos de Chi-cuadrada en Minitab, se encontró que:

“ $X^2_c$  es mayor que 5.99, por lo tanto la hipótesis nula se rechaza, y se comprueba la hipótesis del investigador“.

## **VI.- Interpretación de los resultados**

Debido a que la Chi-cuadrada calculada ( $X^2_c$ ) fue mayor al valor esperado, se aceptó la hipótesis de investigación como verdadera, y por consiguiente: “*sí existe una relación significativa entre las calificaciones obtenidas y el tipo de modelo utilizado para el aprendizaje de los conceptos básicos del álgebra*”. Lo cual nos lleva a concluir que con el modelo de diseño instruccional basado en los principios fundamentales de instrucción de Merrill, se obtienen desempeños significativamente superiores a los del modelo tradicional de enseñanza.

#### 4.10.3. Análisis de datos III Gpo. Experimental (Pre-Test vs. Pos-Test)

Este tercer análisis se centra en la comparación de las calificaciones obtenidas en la evaluación de conocimientos previos (Pre-Test) y en la evaluación final de conocimientos adquiridos (Post-test) del grupo experimental, después de aplicar el estímulo *Algebrática*. Los datos obtenidos se analizaron con la prueba Chi-cuadrada ( $\chi^2$ ), del grupo experimental de 45 alumnos en tres categorías de calificaciones: Baja (menores a 6), Media (entre 7 y 8) y Alta (entre 9 y 10), comparando Pre-Test y Pos-Test.

Los datos concentrados, se muestran en la siguiente tabla:

Evaluaciones del Grupo Experimental	Calificaciones por Categorías			
	Baja ( $\leq 6$ )	Media (7 –8)	Alta (9-10)	Totales por filas
1 – Evaluación de Conocimientos Previos (Pre-Test)	28	16	1	45
2 – Evaluación Final de Conocimientos (Pos-Test)	16	24	5	45
Total por Columnas	44	40	6	90

## I.- Planteamiento de las hipótesis de investigación

Hipótesis del investigador

$H_{inv}$ : *“Existe una diferencia significativa entre las calificaciones del Pre-Test y Pos-Test del grupo experimental debido al estímulo aplicado Algebraica”.*

Hipótesis nula:

$H_0$  = *“No hay ninguna diferencia significativa entre los resultados obtenidos en la evaluación previa de conocimientos (Pre-Test) y la evaluación final de conocimientos (Pos-Test) del grupo experimental”.*

Hipótesis alterna:

$H_1$ : *“Existe una diferencia significativa entre los resultados obtenidos en la evaluación previa de conocimientos (Pre-Test) y la evaluación final de conocimientos (Pos-Test) del grupo experimental”.*

Con un nivel de significancia del 5%, es posible rechazar la hipótesis nula.

## II.- Estadístico de Prueba Chi-cuadrada $X^2$

Según la anterior tabla:

$c$  = no. de columnas = 3 y  $r$  = no. de reglones = 2

Grados de libertad:  $g.l. = (c-1)(r-1) = (3-1)(2-1) = 2$

Y una significancia del 5%, se calcula el valor de Chi-cuadrada ( $\chi^2$ ) con el paquete NCSS de cálculo de probabilidad:



## Distribución Chi-cuadrada (con 2 grados de libertad)



### III.- Regla de decisión

Rechace la hipótesis nula  $H_0$  si  $X^2_c$  es mayor de 5.99, matemáticamente se expresa como:

$$\text{Si } X^2_c > 5.99, \text{ se rechaza la hipótesis nula}$$

### IV.- Cálculos

Con el paquete estadístico Minitab se realizaron los cálculos para determinar la Chi-cuadrada a partir de los datos de la gráfica anterior.

#### Prueba Chi-cuadrada: Baja, Media, Alta

Los conteos esperados se imprimen debajo de los conteos observados  
Las contribuciones Chi-cuadradas se imprimen debajo de los conteos esperados

	Baja	Media	Alta	Total
1	28	16	1	45
	22.00	20.00	3.00	
	1.636	0.800	1.333	
2	16	24	5	45
	22.00	20.00	3.00	
	1.636	0.800	1.333	
Total	44	40	6	90

Chi-cuadrada = 7.539, GL = 2, Valor P = 0.023  
2 celdas con conteos esperados menores que 5.

El valor calculado de Chi-cuadrada ( $X^2_c$ ) fue 7.539, para la tabla de datos.

## **V.- Decisión**

De acuerdo a los resultados obtenidos de Chi-cuadrada en Minitab, se encontró que:

“ $X^2_c$  es mayor que 5.99, por lo tanto la hipótesis nula se rechaza, y se comprueba como verdadera la hipótesis del investigador”.

## **VI.- Interpretación de los resultados**

Al ser rechazada la hipótesis nula, se afirma que: *“Si existe una diferencia significativa entre las calificaciones del Pre-Test y Pos-Test del grupo experimental debido al estímulo aplicado con Algebraica”*. Con lo cual concluimos que en el modelo de diseño instruccional, se obtienen desempeños significativamente superiores en una población de estudiantes con características semejantes a las tratadas en esta investigación.

#### 4.10.4. Análisis de Datos IV Grupo Control (Pre-Test vs. Pos-Test)

Este análisis se centra en la comparación de las calificaciones obtenidas en el Pre-Test y en el Post-test del grupo de control, al que no se le aplicó el estímulo *Algebrática*. Los datos obtenidos se analizaron con la prueba Chi-cuadrada ( $X^2$ ), del grupo de control con 47 alumnos en tres categorías de calificaciones: Baja (menores a 6), Media (entre 7 y 8) y Alta (entre 9 y 10), comparando Pre-Test y Pos-Test.

Los datos concentrados, se muestran en la siguiente tabla:

Evaluaciones del Grupo de Control	Calificaciones por Categorías			
	Baja ( $< = 6$ )	Media (7 –8)	Alta (9-10)	Totales por filas
1 – Evaluación de Conocimientos Previos (Pre-Test)	34	11	2	47
2 – Evaluación Final de Conocimientos (Pos-Test)	29	17	1	47
Total por Columnas	63	28	3	94

## I.- Planteamiento de las hipótesis de investigación

Hipótesis del investigador

$H_{inv}$ : *“No existe una diferencia significativa entre las calificaciones del Pre-Test y Pos-Test del grupo de control al no aplicar el estímulo Algebraica”.*

Hipótesis nula:

$H_0$  = *“Hay ninguna diferencia significativa entre los resultados obtenidos en la evaluación previa de conocimientos (Pre-Test) y la evaluación final de conocimientos (Pos-Test) del grupo de control”.*

Hipótesis alterna:

$H_1$ : *“No existe una diferencia significativa entre los resultados obtenidos en la evaluación previa de conocimientos (Pre-Test) y la evaluación final de conocimientos (Pos-Test) del grupo de control”.*

Con un nivel de significancia del 5%, es posible rechazar la hipótesis nula.

## II.- Estadístico de Prueba Chi-cuadrada $X^2$

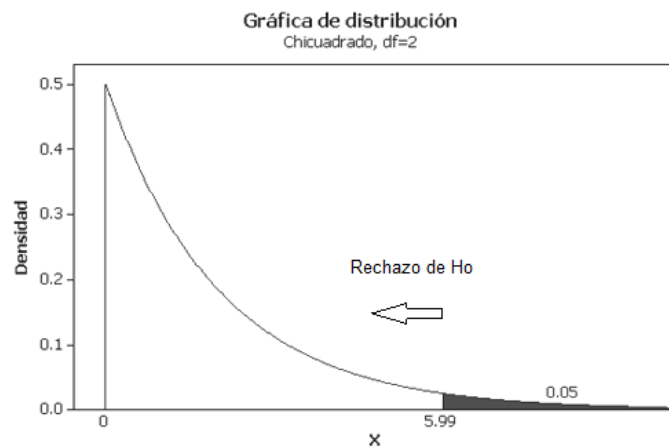
Según la anterior tabla:

$c$  = no. de columnas = 3 y  $r$  = no. de reglones = 2

Grados de libertad:  $g.l. = (c-1)(r-1) = (3-1)(2-1) = 2$

Y una significancia del 5%, se calcula el valor de Chi-cuadrada ( $X^2$ ) con el paquete NCSS de cálculo de probabilidad:

Distribución Chi-cuadrada (con 2 grados de libertad)



### III.- Regla de decisión

Rechace la hipótesis nula  $H_0$  si  $X^2_c$  es menor de 5.99, matemáticamente se expresa como:

Si  $X^2_c < 5.99$ , se rechaza la hipótesis nula

### IV.- Cálculos

Con el paquete estadístico Minitab se realizaron los cálculos para determinar la Chi-cuadrada a partir de los datos de la gráfica anterior.

## Prueba Chi-cuadrada: Baja, Media, Alta

Los conteos esperados se imprimen debajo de los conteos observados  
Las contribuciones Chi-cuadradas se imprimen debajo de los conteos esperados

	Baja	Media	Alta	Total
1	34	11	2	47
	31.50	14.00	1.50	
	0.198	0.643	0.167	
2	29	17	1	47
	31.50	14.00	1.50	
	0.198	0.643	0.167	
Total	63	28	3	94

Chi-cuadrada = 2.016, GL = 2, Valor P = 0.365  
2 celdas con conteos esperados menores que 5.

El valor calculado de Chi-cuadrada ( $X^2_c$ ) fue 2.016, para la tabla de datos.

### V.- Decisión

De acuerdo a los resultados obtenidos de Chi-cuadrada en Minitab, se encontró que:

“ $X^2_c$  es menor que 5.99, por lo tanto la hipótesis nula se rechaza, y se comprueba como verdadera la hipótesis del investigador”.

### VI.- Interpretación de los resultados

Al ser rechazada la hipótesis nula, se afirma que: *“No existe una diferencia significativa entre las calificaciones del Pre-Test y Pos-Test del grupo del de control”*. Con lo cual concluimos que en el modelo de tradicional de enseñanza no se logran desempeños significativamente superiores a los del modelo de diseño instruccional en una población de estudiantes con características semejantes a las tratadas en esta investigación.

*Conclusiones y consideraciones  
finales de la investigación*

---

## *Conclusiones del Estudio*

En este capítulo se discuten las conclusiones de la investigación, retomando desde los planteamientos iniciales del proyecto como los objetivos principales y la pregunta de investigación, incluyendo los fundamentos teóricos y los resultados de los análisis estadísticos de datos; con el propósito de integrar una conclusión final lo bastante robusta para validar la investigación educativa realizada durante este proyecto.

### *Conclusiones referentes al objetivo general de la investigación*

Como objetivo general de esta investigación en la sección 1.3 de este libro, se planteo: *Diseñar, desarrollar y evaluar un ambiente virtual de aprendizaje en línea que contribuyera a la construcción de aprendizajes significativos de los conceptos fundamentales del álgebra en alumnos de nivel secundaria.*

Referente al objetivo general, el diseño y desarrollo de *Algebrática* como ambiente virtual de aprendizaje duró aproximadamente 11 meses efectivos de programación en lenguajes<sup>61</sup> de alto nivel (*HTML, PHP, MySQL, ActionScript*), completado con lo diez módulos planeados en la sección 3.2.1.1. de este libro.

Es necesario especificar que aunque *Algebrática* por ahora esta finalizado, puede ser modificado en cualquiera de sus módulos en el futuro. Actualmente se puede acceder a este ambiente virtual de aprendizaje a través de la dirección: *http://www.algebratica-upn.net16.net*, o por medio de Google escribiendo "*Algebrática*".

Con respecto a la etapa de prueba y evaluación de este ambiente virtual de aprendizaje, todo se realizado conforme lo estipulado en la sección 4.7. *Fases y cronograma* del proyecto, donde se especifica que el tiempo que tomo el estudio en campo fue de ocho semanas; en la primer semana se realizó el Pre-Test sin advertir a los alumnos; una semana de inducción de *Algebrática* a los alumnos del

---

<sup>61</sup> Un lenguaje de programación de alto nivel se caracteriza por expresar los algoritmos de una manera adecuada a la capacidad cognitiva humana, en lugar de a la capacidad ejecutora de las máquinas.



grupo experimental; cinco semanas de trabajo con este ambiente virtual de aprendizaje y una última semana donde se realizó la evaluación final de conocimiento (Pos-Test) a ambos grupos. Por todo lo anterior se puede concluir que el diseño, desarrollo y evaluación de *Algebrática* se realizaron satisfactoriamente dentro de los tiempos planeados en el proyecto.

Para dar respuesta a que si los estudiantes lograron aprendizajes significativos de los conceptos fundamentales del álgebra al trabajar con este ambiente virtual de aprendizaje, se discutirá con más claridad en las siguientes secciones.

### *Conclusiones referentes a los objetivos específicos de la investigación*

Los objetivos específicos para este proyecto de investigación se dividieron en dos fases, la primera cubrió la etapa inicial del proyecto, donde se desarrolló y programó *Algebrática* bajo los principios fundamentales de instrucción y otros modelos pedagógicos. Además se diseñaron los instrumentos evaluación Pre-Test/Pos-Test (*que pueden ser revisados en los anexos de este libro*) de acuerdo al currículo vigente de matemáticas de los planes y programas de estudio 2011 de la SEP. Cabe señalar que estos instrumentos fueron revisados y validados por los docentes de la materia como se especificó en la sección 4.9 de es libro.

En la segunda fase del Proyecto, los objetivos específicos estuvieron orientados hacia los siguientes tres aspectos:

- 1. Comprobar si el ambiente virtual de aprendizaje Algebrática, logra aprendizajes significativos de los elementos básicos y de las expresiones y operaciones del programa de estudios de álgebra en alumnos de secundaria.*
- 2. Probar si el ambiente virtual de aprendizaje Algebrática promueve aprendizajes diferentes a los de la enseñanza tradicional dentro del aula.*
- 3. Probar si Algebrática logra ser una aplicación matemática innovadora que proporcione nuevos y útiles elementos para el aprendizaje del álgebra a través de las tecnologías de información y comunicación.*

Para comprobar que el primer objetivo específico se cumplió durante el desarrollo de la investigación, se consideran los resultados del análisis de datos del grupo experimental (Pre-Test vs. Pos-Test) de la sección 4.10.3, donde se realizó una comparación estadística con Chi-cuadrada de las calificaciones obtenidas antes y después del uso de *Algebrática*, y donde se concluye que existe una diferencia significativa entre las calificaciones del Pre-Test y Pos-Test del grupo experimental debido al estímulo aplicado con el ambiente virtual de aprendizaje *Algebrática*. Esta diferencia significativa representa los nuevos aprendizajes significativos adquiridos por los estudiantes al trabajar y usar *Algebrática*; el promedio refleja también esta diferencia significativa.

Tabla 5.1

<i>Grupo Experimental (45 alumnos)</i>	<i>Promedio</i>
<i>Pre-Test (antes del estudio)</i>	<i>6.8</i>
<i>Pos-Test (después del uso de Algebrática)</i>	<i>7.5</i>

El segundo objetivo específico determina si *Algebrática* fue capaz de promover en los alumnos aprendizajes distintos a los de la enseñanza tradicional dentro del aula, al usar los principios fundamentales de instrucción de Merrill (2002), el Modelo 3UV de Ursini (2008), los fundamentos del Aprendizaje Significativo Ausubel (1983) y Aprendizaje Colaborativo (Johnson y Johnson, 1999).

Para saberlo, utilizamos los resultados de los análisis estadísticos de datos de las secciones 4.10.1. y 4.10.2 que comparan el nivel de conocimientos de cada grupos, tanto al inicio de la investigación (Pre-Test), como al final de la misma (Pos-Test).

El análisis de datos que compara los resultados del Pre-Test en ambos grupos (sección 4.10.1) concluye que entre el grupo experimental y el grupo de control no existen diferencias significativas en lo que respecta a sus conocimientos básicos

del álgebra al iniciar el estudio, en otras palabras ambos grupos se encontraban en condiciones similares de conocimientos básicos del álgebra al inicio de la investigación

Tabla 5.2

<i>Pre - Test (al inicio del estudio )</i>	<i>Promedio</i>
<i>Grupo Experimental (45 alumnos)</i>	<i>6.80</i>
<i>Grupo de Control (47 alumnos)</i>	<i>6.63</i>

Ahora para determinar que si efectivamente el uso de *Algebrática* generó aprendizajes distintos a los de la enseñanza tradicional del álgebra que se lleva en el aula, se emplean los resultados del análisis de datos de la sección 4.10.2, que se enfocan en conocer si existe una diferencia significativa en las calificaciones de los grupos experimental y de control después de la etapa de estímulo y aplicación del Pos-Test.

Al final de este análisis (*sección 4.10.2*) se concluye que existe una diferencia significativa entre las calificaciones obtenidas y el tipo de modelo utilizado para el aprendizaje de los conceptos básicos del álgebra. Lo cual nos lleva a concluir que con el ambiente virtual de aprendizaje *Algebrática*, se obtienen desempeños diferentes y significativamente superiores a los del modelo tradicional de enseñanza.

Tabla 5.3

<i>Pos - Test (al final de estudio )</i>	<i>Promedio</i>
<i>Grupo Experimental (después de usar Algebrática)</i>	<i>7.51</i>
<i>Grupo de Control (con el modelo tradicional)</i>	<i>6.81</i>

A pesar de que algunos alumnos que trabajaron en el modelo tradicional de enseñanza mejoraron sus calificaciones, estas no fueron lo suficientemente

significativas como para ser consideradas notorias. Esto se verifica con el análisis de datos de la sección 4.10.4, donde se determina que no existe una diferencia significativa entre las calificaciones del Pre-Test y Pos-Test del grupo de control. Con lo cual se concluye que en el modelo de tradicional de enseñanza no se logran desempeños significativamente superiores a los del ambiente virtual de aprendizaje *Algebrática* en una población de estudiantes con características semejantes a las tratadas en esta investigación.

Tabla 5.4

<i>Grupo de Control (47 alumnos)</i>	<i>Promedio</i>
<i>Pre-Test (antes del estudio)</i>	<i>6.63</i>
<i>Pos-Test (después de continuar con modelo tradicional)</i>	<i>6.81</i>

Efectivamente en la tabla anterior se observa que los promedios del Pre-Test y Pos-Test del grupo de control no hay diferencias significativas<sup>62</sup>.

El tercer objetivo específico, determina si *Algebrática* logró ser una aplicación matemática innovadora que proporcionara nuevos y útiles elementos para el aprendizaje del álgebra a través de las tecnologías de información y comunicación. Respecto a este objetivo se tienen en los anexos los comentarios verbales que los alumnos realizaron al final de cada sesión, donde opinaban acerca del uso y experiencia con *Algebrática*. Estos comentarios resultaron favorables para este ambiente virtual de desarrollo, ya que los alumnos se sintieron identificados con el uso de esta tecnología, sintiéndola intuitiva, clara y didáctica.

---

<sup>62</sup> Esto se comprobó en el análisis de datos de la sección 4.10.4.

### *Conclusión referente a la pregunta investigación del proyecto.*

Dar respuesta a la pregunta de investigación que se planteo al inicio del proyecto, se tienen que justificar las conclusiones a las que se ha llegado de la manera más clara y objetiva, siempre respetando el lado científico de la investigación realizada. Por ello, retomando la pregunta de que guió este trabajo de investigación educativa tenemos:

*¿Cómo el uso de “Algebrática” puede contribuir de manera significativa a la comprensión y construcción de los conceptos fundamentales del álgebra (variable, constante, coeficiente y exponente), y al mejoramiento en el manejo de las expresiones y operaciones algebraicas establecidas dentro los planes y programas de estudio de Matemáticas 2011 de la Escuela Básica Secundaria?*

Para dar respuesta a esta pregunta, es necesario describir la estructura de los instrumentos utilizados en la investigación, que son el Pre-Test y el Pos-Test. Estos instrumentos cubren los temas relacionados con el aprendizaje del álgebra a nivel secundaria, desde las operaciones aritméticas básicas con signos, conceptos de variable, constante, exponente y coeficiente, productos y cocientes notables, gráficas de ecuaciones algebraicas y solución de ecuaciones y sistemas lineales. En general es una amplia variedad de temas relacionados con el álgebra que están dentro los planes y programas de estudio de Matemáticas los que cubren estos instrumentos de medición y evaluación.

No se puede negar que los alumnos que trabajaron con el ambiente virtual de aprendizaje *Algebrática* mejoraron significativamente sus conocimientos del álgebra, como se comprobó en los análisis de la sección 4.10.3, y la tabla 5.1 de promedios calculados del grupo experimental entre las evaluaciones del Pre-Test y Pos-Test, esto nos da base sólida para afirmar que *Algebrática* puede contribuir con todos sus elementos teóricos programados (*Diseño instruccional, Modelo 3UV, Aprendizaje Significativo y Colaborativo*) de manera significativa a la comprensión y construcción de los conceptos fundamentales del álgebra (variable, constante, coeficiente y exponente), y al mejoramiento en el manejo de las

expresiones y operaciones algebraicas establecidas dentro los planes y programas de estudio de Matemáticas 2011 de la Escuela Básica Secundaria.

### *Limitantes de la investigación*

Como toda investigación, es necesario tiempo para lograr desarrollar adecuadamente todos los objetivos planeados desde un principio, la carga académica normal de la maestría en los primeros semestres, no permitió un desarrollo más rápido en la programación del ambiente virtual de aprendizaje *Algebrática*, lo que retraso considerablemente el trabajo en campo directamente con los alumnos, limitándolo únicamente a siete semanas.

Otra limitante importante que se presentó en la práctica con los alumnos fue la velocidad de acceso a internet, ya que en ocasiones se alentaba demasiado el sistema y no permitía que los estudiantes completaran los módulos programados dentro de los tiempos establecidos. Aun así muchos alumnos interesados en *Algebrática* siguieron completando sus módulos incluso fuera de la escuela.

Increíblemente en esta época en que la tecnología nos invade, se detectó que existen grandes brechas digitales entre los mismos alumnos, ya que hay estudiantes muy avanzados en el uso de las tecnologías de información, y otros que siguen marginados de las mismas. En un principio al trabajar con *Algebrática* esta fue una limitante más que se presentó, pero gracias a lo intuitivo del ambiente de aprendizaje rápidamente fue superado por los alumnos.

Ser el diseñador y programador de este ambiente virtual de aprendizaje *Algebrática* no fue nada fácil, ya que tenía que estar terminada esta primera fase del proyecto antes de realizar todas las labores de investigación en campo, de análisis de información y el reporte de investigación, para poder comprobar la eficiencia o no del mismo.

## *Consideraciones Finales*

*Algebrática* no es un ambiente virtual de aprendizaje estático, su misma esencia de estar en línea accesible a todos los alumnos que deseen trabajar y aprender con él, lo hace un sistema dinámico y actualizable. Las comunicación a través de los canales en las redes sociales con los cuenta *Algebrática*, son un factor de retroalimentación muy poderoso que se irá perfeccionando a lo largo del tiempo este ambiente virtual de desarrollo.

Queda pendiente la versión completa de *Algebrática* para dispositivos móviles, ahora que vivimos en la era de las “tablets” y los “smartphones”, es indispensable tener aplicaciones que puedan ser utilizadas desde este tipo de tecnologías.

Sería ideal realizar un análisis detallado sobre el uso e interacción que tienen los alumnos con las redes sociales y *Algebrática*, para determinar los niveles de aprendizaje que se pueden alcanzar con ayuda de estas redes comunicación.

# *Anexos*

---



## Anexos 1

### *Evaluación Diagnóstica de Conocimientos Previos (Pre-test)*

#### Diagnóstico I

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Escuela: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

I.- Resuelve los siguientes ejercicios:

a)  $5 - 1 + 3 - 7 =$

b)  $- 2 + 10 - 1 + 5 =$

c)  $5 \times (-1) =$

d)  $(-1) \times (2) \times (-1) =$

e)  $(-3) \times (-2) =$

f)  $(-6 \div 2) =$

g)  $(-3 \div -3) =$

h)  $(8 \div -4) =$

i)  $(5)^0 =$

j)  $(3)^1 =$

k)  $(-2)^2 =$

l)  $(-1)^3 =$

II.- Resuelve simplificando los paréntesis:

a)  $(-5 + 2 \times (3 - 1)) =$

b)  $(4 - 3 \times (2 - 3)) =$

III.- Elije la respuesta correcta

1.- Pedro tiene el doble de la edad de María, si la edad de Pedro es representado por 'P' y la María por 'M', ¿Cómo lo expresas?

- a)  $P = M^2$                       b)  $P = M + 2$                       c)  $P = 2M$                       d)  
 $P = M / 2$

2.- Luis tiene 5 pesos más que Roberto, si el dinero de Luis es 'L' y el de Roberto es 'R', ¿Cómo lo expresas?

- a)  $L = 5R$                       b)  $L = R / 5$                       c)  $R^5$                       d)  
 $L = R + 5$

3.- Carla mide una tercera parte de estatura de su hermano mayor Andrés, si la estatura de Carla es representada por 'C' y la de Andrés por 'A', ¿Cómo lo expresas?

- a)  $C = A / 3$                       b)  $C = A - 3$                       c)  $C = 3A$                       d)  
 $C = A^3$

4.- Vanesa tiene dos amigos menos que Lety, Si los amigos de Vanesa son 'V' y los de Lety son 'L', ¿Cuál es su expresión?

- a)  $V = 2L$                       b)  $V = L - 2$                       c)  $V = L / 2$                       d)  
 $V = L^2$

IV.- Llena la siguiente tabla, con los elementos de cada expresión

Expresión	Coeficiente	Variable	Exponente	Constante
$3x^2$				
$-2y^5 + 4$				
$7z - 5$				

V.- Encuentra el valor de 'x', despejando la variable. (Resuelve solo tres de las cinco).

a) $x + 1 = 3$	b) $2x - 1 = 5$	c) $\frac{x}{2} + 1 = 6$	d) $\frac{3x+1}{5} = -1$	e) $\frac{10}{x} = 5$
----------------	-----------------	--------------------------	--------------------------	-----------------------

VI.- Simplifica los términos semejantes

a)  $x + 2x + 3x =$

b)  $4m + 3n - 2m + n =$

c)  $3x^2 - y - x^2 + 3y =$

VII.- Realiza los siguientes productos y cocientes

a)  $(x + 2)(x - 3) =$

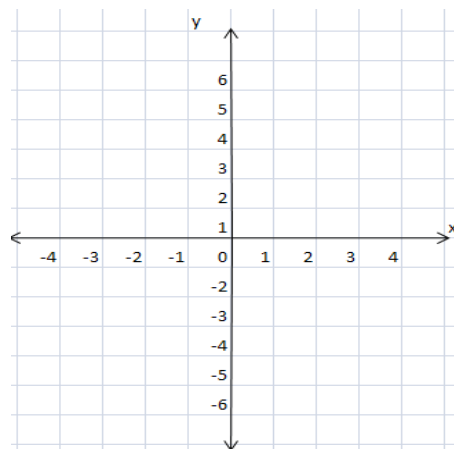
b)  $(x + 1)^2 =$

c)  $8x^4 \div 2x^2 =$

VIII.- Grafica la siguiente expresión, calculando los valores de "y", sustituye cada valor de x en la ecuación:

$$y = 2x + 1$$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



IX.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

a)  $x + y = 1$

$x - y = 2$

b)  $12x - 12y = 2$

$4x - y = -5$

Gracias por realizar esta evaluación!!!

## Anexo 2

*Tabla de resultados del Pre-Test con ambos grupos*

Tipo de Tratamiento	Categorías de Calificaciones del Pre -Test			
	Baja ( $\leq 6$ )	Media (7 –8)	Alta (9-10)	Totales por filas
1 – Modelo con Diseño Instruccional <i>(Grupo Experimental)</i>	28	16	1	45
2 – Modelo Tradicional <i>(Grupo Control )</i>	34	11	2	47
Total por Columnas	62	27	3	92

## Anexo 3

### *Evaluación Final de Conocimientos (Post-Test)*

#### Evaluación Final

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Escuela: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

I.- Resuelve los siguientes ejercicios:

a)  $3 - 2 + 4 - 5 =$

b)  $- 1 + 9 - 2 + 3 =$

c)  $4 \times (-2) =$

d)  $(-2) \times (3) \times (-1) =$

e)  $(-4) \times (-1) =$

f)  $(-8 \div 2) =$

g)  $(-5) \div (-5) =$

h)  $(4) \div (-2) =$

i)  $(3)^0 =$

j)  $(2)^1 =$

k)  $(-4)^2 =$

l)  $(-1)^3 =$

II.- Resuelve simplificando los paréntesis:

c)  $(-4 + 1 \times (4 - 2)) =$

d)  $(3 - 5 \times (1-4)) =$

III.- Elige la respuesta correcta

1.- Pedro tiene el triple de la edad de María, si Pedro es representado por 'P' y María por 'M', ¿Cómo lo expresas?

a)  $P = M^3$       b)  $P = M + 3$       c)  $P = 3M$       d)  $P = M / 3$

2.- Luis tiene 7 pesos más que Roberto, si Luis es 'L' y Roberto es 'R', ¿Cómo lo expresas?

a)  $L = 7R$       b)  $L = R / 7$       c)  $R^7$       d)  $L = R + 7$

3.- Carla mide una cuarta parte de estatura de su hermano mayor Andrés, si Carla es representado por 'C' y Andrés por 'A', ¿Cómo lo expresas?

a)  $C = A / 4$       b)  $C = A - 4$       c)  $C = 4A$       d)  $C = A^4$

4.- Vanesa tiene tres amigos menos que Lety, Si Vanesa es 'V' y Lety es 'L', ¿Cuál es su expresión?

a)  $V = 3L$       b)  $V = L - 3$       c)  $V = L / 3$       d)  $V = L^3$



IV.- Llena la siguiente tabla, con los elementos de cada expresión

Expresión	Coeficiente	Variable	Exponente	Constante
$4x^3$				
$-3y^4 + 2$				
$9z - 1$				

V.- Encuentra el valor de 'x', despejando la variable. (Resuelve solo tres de las cinco).

a) $x + 2 = 1$	b) $3x - 2 = 2$	c) $(x/3) + 1 = 4$	d) $(2x + 1)/5 = -2$	e) $(12/x) = 3$
----------------	-----------------	--------------------	----------------------	-----------------

VI.- Simplifica los términos semejantes

a)  $x + 3x + 5x =$

b)  $3m + 2n - m - n =$

c)  $4x^2 - 2y + x^2 + 4y =$

VII.- Realiza los siguientes productos y cocientes

d)  $(x + 4)(x - 1) =$

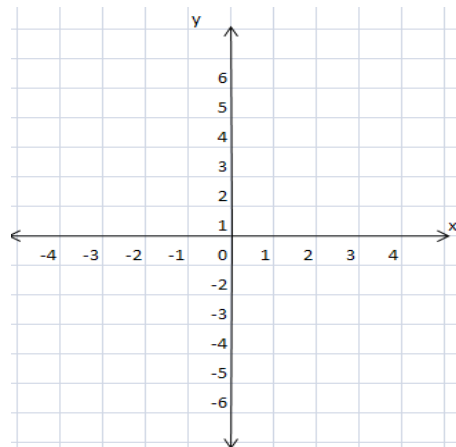
e)  $(x - 1)^2 =$

f)  $3x^4 \div 3x^2 =$

VIII.- Grafica la siguiente expresión, calculando los valores de "y", sustituye cada valor de x en la ecuación:

$$y = 3x + 1$$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



IX.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

$$\begin{array}{l} \text{b) } x + y = 2 \\ \quad \underline{x - y = 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } 6x - 6y = 1 \\ \quad \underline{2x - y = -2} \end{array}$$

Gracias por realizar esta evaluación!!!

## Anexo 4

*Tabla de resultados del Pos-Test con ambos grupos*

Tipo de Tratamiento	Categorías de Calificaciones del Pos-Test			
	Baja ( $\leq 6$ )	Media (7 –8)	Alta (9-10)	Totales por filas
1 – Modelo con Diseño Instruccional <i>(Grupo Experimental)</i>	16	24	5	45
2 – Modelo Tradicional <i>(Grupo Control )</i>	29	17	1	47
Total por Columnas	45	41	6	92

## Anexo 5

### *Entrevista al docente frente al grupo*

**Fecha:** 21 de octubre de 2011, hora 18:30

**Lugar:** Escuela Secundaria Diurna No. 307, San Miguel Sn, Cuautepec Barrio Alto, 07100 Gustavo A. Madero, Distrito Federal

**Persona entrevistada:** Mtro. Servando Moreno Torres (se nombra como **Maestro**)

**Función:** Profesor de Tiempo completo

**Área de trabajo académico:** Educación Matemática

**Entrevistador:** Gustavo Maldonado Ortega (se nombra como **Gustavo**)

**Tiempo:** 35 minutos

**Contexto:** El maestro Servando es profesor de tiempo completo de la Escuela Secundaria Diurna No. 307, localidad Cuautepec Barrio Alto. Tiene experiencia en el campo de la educación en matemáticas por más 25 años. Me interesa conocer; la práctica y la tradición pedagógica en el campo de la educación matemática, más en específico como enseña las matemáticas a sus alumnos, y las dificultades que se le presentan. También me interesan los aspectos teóricos que fundamentan la integración e inclusión educativa, así como el conocimiento de los nuevos planes y programas de estudio de matemáticas SEP 2011 por parte del maestro. Realicé la entrevista en la subdirección del plantel de la Escuela Secundaria No. 307 durante la hora del receso. Un lugar tranquilo y adecuado para el trabajo académico, hay diversos materiales; muchos libros, y dos escritorios, me sentí a gusto y ganas de iniciar la entrevista. Me senté en el escritorio del enfrente del maestro, y él en el otro escritorio e inicié la entrevista.

Descripción	Observaciones
<p><b>Gustavo:</b> Buena tarde profesor, le agradezco su tiempo para realizar ésta entrevista, que será un elemento muy importante en mi proyecto investigación educativa. ¿Hay algún problema si utilizo una grabadora?</p> <p><b>Maestro:</b> No, adelante.</p> <p><b>Gustavo:</b> Vamos a iniciar, preguntándole un poco de su trayectoria académica y preparación profesional.</p> <p>Dígame profesor, ¿Como fue que decidió ser maestro de matemáticas?</p> <p><b>Maestro:</b> Mi padre era profesor de primaria y mi tío Emiliano era profesor de matemáticas en una secundaria cercana a mi pueblo, esto fue cuando yo era niño. Yo creo que ellos dos fueron mis grandes influencias para dedicarme a esta profesión de maestro.</p> <p><b>Gustavo:</b> Entonces, ¿Usted cree que el amor a las matemáticas fue una influencia directa de su tío Emiliano?</p> <p><b>Maestro:</b> Pues, fíjate que ahora que lo mencionas, es cierto, no lo había relacionado conmigo. Yo creo que si tuvo mucho que ver en mi decisión de ser</p>	<p><b>1. VOCACIÓN DE PROFESOR</b></p> <p><i>Subcategorías:</i></p> <p><i>(Influencia familiar, trayectoria, preparación, experiencia, conocimiento de las reformas educativas y de los planes y programas de estudio)</i></p> <p><b>1.1 Influencia Familiar</b></p> <p>El maestro habla un poco de la tradición familiar por la docencia. Dijo en la entrevista: <i>Mi padre era profesor de primaria y mi tío Emiliano era profesor de matemáticas en una secundaria cercana a mi pueblo, esto fue cuando yo era niño. Yo creo que ellos dos fueron mis grandes influencias para dedicarme a esta profesión de maestro.</i></p> <p>Y agrega: <i>Pues, fíjate que ahora que lo mencionas, es cierto, no lo había relacionado conmigo. Yo creo que si tuvo mucho que ver en mi decisión de ser profesor de matemáticas, ya que mi tío siempre fue una persona muy</i></p>

profesor de matemáticas, ya que mi tío siempre fue una persona muy responsable y comprometida con su trabajo, muy organizado en todo lo que hacía, y digamos que lo tomé como un ejemplo a seguir.

**Gustavo:** y cuénteme profesor ¿Cual fue su preparación para ser maestro matemáticas en secundaria?

**Maestro:** Bueno, mira, yo soy egresado de la normal de maestros, y durante toma mi trayectoria como estudiante, siempre tuve facilidad y gusto por las matemáticas. Por ello cuando llegué a la Normal me interesé por el área de matemáticas. Siempre me gustó resolver y plantar problemas y ayudar a los demás con lo que no entendían o no podían solucionar.

**Gustavo:** Pero, ¿Porque ser maestro de matemáticas en secundaria?

**Maestro:** La verdad, es que fue el primer empleo que tuve y me gusto estar aquí, no me imagino en otro lugar diferente, quizá ya me acostumbre o...no se, me adapté a este sistema escolar y me siento a gusto con mi trabajo que hago aquí todos los días.

**Gustavo:** ¿Podríamos entonces decir que el ser maestro de matemáticas en secundaria es un trabajo que le llena y le da satisfacción personal?

*responsable y comprometida con su trabajo, muy organizado en todo lo que hacía, y digamos que lo tomé como un ejemplo a seguir.*

## **1.2 Trayectoria Académica:**

El entrevistado señaló que era egresado de las normal de maestro, dijo:

*Bueno, mira, yo soy egresado de la normal de maestros, y durante toma mi trayectoria como estudiante, siempre tuve facilidad y gusto por las matemáticas. Por ello cuando llegué a la Normal me interesé por el área de matemáticas. Siempre me gustó resolver y plantar problemas y ayudar a los demás con lo que no entendían o no podían solucionar.*

El maestro expresa por que ser maestro de matemáticas en secundaria. En sus palabras dice: *La verdad, es que fue el primer empleo que tuve y me gusto estar aquí, no me imagino en otro lugar diferente, quizá ya me acostumbre o...no se, me adapté a este sistema escolar y me siento a gusto con mi trabajo que hago aquí todos los días.*

**Maestro:** Mira, en general te podría decir que si, claro que hay momentos difíciles en esta carrera que mejor prefieres olvidar. Pero ser maestro me ha dado grandes satisfacciones personales y no me arrepiento de haberme dedicado a esto. He disfrutado todos los años y de todas las generaciones que se han ido egresadas. Incluso muchos de mis alumnos han regresado a saludarme y darme las gracias por lo que aprendieron conmigo, y eso me hace sentir que todo mi trabajo no ha sido en vano y me llena de mucha satisfacción personal.

**Gustavo:** Bueno, y por cierto ¿Cuántos años lleva enseñando matemáticas?

**Maestro:** Conseguí este trabajo a finales de 1985, así que casi llevo veintiséis años en la docencia ininterrumpidamente. Mi compañero Raúl y yo nos graduamos juntos de la Normal, y empezamos la docencia en este plantel, pero después de tres años él se fue a Mérida con toda su familia, yo me quedé aquí... de verdad, que rápido se ha pasado el tiempo, han pasado tantos años y no he vuelto a ver a mi amigo Raúl; una vez me escribió y me dijo que ya era subdirector de una Secundaria en un pueblito cercano a Mérida.

Y agrega que:

*Mira, en general te podría decir que si, claro que hay momentos difíciles en esta carrera que mejor prefieres olvidar. Pero ser maestro me ha dado grandes satisfacciones personales y no me arrepiento de haberme dedicado a esto. He disfrutado todos los años y de todas las generaciones que se han ido egresadas. Incluso muchos de mis alumnos han regresado a saludarme y darme las gracias por lo que aprendieron conmigo, y eso me hace sentir que todo mi trabajo no ha sido en vano y me llena de mucha satisfacción personal.*

### 1.3 Experiencia y vocación

El entrevistado expresa su experiencia de más de veinticinco años como docente, mencionar que:

*Conseguí este trabajo a finales de 1985, así que casi llevo veintiséis años en la docencia ininterrumpidamente. Mi compañero Raúl y yo nos graduamos juntos de la Normal, y empezamos la docencia en este plantel, pero después de tres años él se fue a Mérida con toda su familia, yo me quedé aquí... de verdad, que rápido se ha pasado el*



**Gustavo:** Entonces, ¿Sería profesor de matemáticas toda tu vida?

**Maestro:** A estas alturas del partido no me queda de otra, y la verdad no me desagrada la idea. Nunca he pensado trabajar en otro lugar que no sea dentro de una escuela dando clases de lo que me gusta enseñar, y en este caso estamos hablando de matemáticas, que es lo que realmente me gusta no crees?....

**Gustavo:** Si, claro....

**Maestro:** Y mira como te dije anteriormente, nunca pensé en otra profesión, ya que desde niño mi padre y mi tío eran maestros. De hecho tengo dos hermanas que también son profesoras de educación especial y un hermano que es profesor de educación física.

**Gustavo:** ¿Así que muchos integrantes de su familia están dedicados a la docencia o relacionados de alguna forma con la escuela?

**Maestro:** Si, así es, por ello creo que no me sorprendería que alguno de mis hijos en un futuro se dedicara a la docencia, al igual que yo. Creo que la familia tiene

*tiempo, han pasado tantos años y no he vuelto a ver a mi amigo Raúl; una vez me escribió y me dijo que ya era subdirector de una Secundaria en un pueblito cercano a Mérida.*

Y habla de su verdadera vocación como docente:

*A estas alturas del partido no me queda de otra, y la verdad no me desagrada la idea. Nunca he pensado trabajar en otro lugar que no sea dentro de una escuela dando clases de lo que me gusta enseñar, y en este caso estamos hablando de matemáticas, que es lo que realmente me gusta no crees?....*

Y agrega: *Y mira como te dije anteriormente, nunca pensé en otra profesión, ya que desde niño mi padre y mi tío eran maestros. De hecho tengo dos hermanas que también son profesoras de educación especial y un hermano que es profesor de educación física.*

Y la vocación de maestro la hace extensiva a su familia diciendo:

*Si, así es, por ello creo que no me sorprendería que alguno de mis hijos en un futuro se dedicara a la*

madera para ser docente

*docencia, al igual que yo. Creo que la familia tiene madera para ser docente*

**Gustavo:** Ya entrados en materia, como docente del área de matemáticas, ¿Qué opina del sistema educativo a este nivel de secundaria?

**Maestro:** Mira, he vivido muchas reformas y cambios de planes de estudio a lo largo de mis veintiséis años como docente, y te puedo decir que, como en todo, ha habido cosas que beneficiaron a los estudiantes y otras verdaderamente no se quien fue el bruto que las planeo, por que sencillamente es imposible realizarlas en la escuela, y más aún que les sean útiles a los estudiantes para que aprendan algo.

En general yo no creo que este tan mal el sistemas educativo en secundaria, pero si creo que podríamos mejorar mucho si, de entrada, se planificaran y probaran las cosas que nos tratan de imponer en cada reforma educativa.

#### **1.4 Reformas Educativas**

El entrevistado señaló respecto a las reformas lo siguiente:

*Mira, he vivido muchas reformas y cambios de planes de estudio a lo largo de mis veintiséis años como docente, y te puedo decir que, como en todo, ha habido cosas que beneficiaron a los estudiantes y otras verdaderamente no se quien fue el bruto que las planeo, por que sencillamente es imposible realizarlas en la escuela, y más aún que les sean útiles a los estudiantes para que aprendan algo.*

*En general yo no creo que este tan mal el sistemas educativo en secundaria, pero si creo que podríamos mejorar mucho si, de entrada, se planificaran y probaran las cosas que nos tratan de imponer en cada reforma educativa.*

**Gustavo:** ¿Quizá sea por la falta de capacitación a los profesores, que es difícil implementar los planes y programas de la nueva reforma educativa?

**Maestro:** No se si solo la falta de capacitación sea el único problema, yo diría que existen muchos otros factores que intervienen en la implementación de los nuevos planes y programas de estudio ya dentro del aula con los alumnos.

Muchas de las veces, los objetivos trazados en los planes y programas no son lo suficientemente claros, y esto confunde al maestro a la hora de preparar sus clases; y más ahora que todo esta enfocado a las competencias, pues imagínate, describen un tipo de competencias a desarrollar en el alumno, pero no definen en ningún lado las características principales de esas competencias, y pues uno dice: supongo que se refiere a esto, o a esto otro, etc. Pero en realidad, uno no tiene la seguridad que de los planes y programas se estén llevando a cabo adecuadamente con los alumnos, y si efectivamente, desarrollen las competencias que se suponen deben alcanzar los alumnos.

### 1.5 Planes y programas de estudio

El entrevistado expresa su experiencia con los planes y programas de estudio, al mencionar lo siguiente: *No se si solo la falta de capacitación sea el único problema, yo diría que existen muchos otros factores que intervienen en la implementación de los nuevos planes y programas de estudio ya dentro del aula con los alumnos.*

*Muchas de las veces, los objetivos trazados en los planes y programas no son lo suficientemente claros, y esto confunde al maestro a la hora de preparar sus clases; y más ahora que todo esta enfocado a las competencias, pues imagínate, describen un tipo de competencias a desarrollar en el alumno, pero no definen en ningún lado las características principales de esas competencias, y pues uno dice: supongo que se refiere a esto, o a esto otro, etc. Pero en realidad, uno no tiene la seguridad que de los planes y programas se estén llevando a cabo adecuadamente con los alumnos, y si efectivamente, desarrollen las competencias que se suponen deben alcanzar los alumnos.*

**Gustavo:** De acuerdo con todo esto; dígame ¿Cree usted que, así como están los contenidos curriculares de los planes y programas de estudios de matemáticas, sean el principal obstáculo para que los alumnos no aprendan matemáticas?

**Maestro:** Te doy mi opinión desde mi experiencia; es un hecho de que los planes y programas de estudio de matemáticas, necesitan modificaciones frecuentes para estar siempre actualizados. Muchas de estas modificaciones los maestros las realizamos sobre la marcha durante el ciclo escolar y no esperamos a que la SEP, libere la última versión, además nos apoyamos mucho en el libro de texto, que es una excelente guía, y que en teoría se basa en los planes de la SEP.

**Gustavo:** Y retomando un poco el contenido de los nuevos planes y programas de estudio del área de matemáticas 2011, ¿Qué influencia tienen las Tics en el aprendizaje de las matemáticas dentro del aula?

**Maestro:** Ah caray, ahora si me la pusiste

Además el entrevistado agrega:

*Te doy mi opinión desde mi experiencia; es un hecho de que los planes y programas de estudio de matemáticas, necesitan modificaciones frecuentes para estar siempre actualizados. Muchas de estas modificaciones los maestros las realizamos sobre la marcha durante el ciclo escolar y no esperamos a que la SEP, libere la última versión, además nos apoyamos mucho en el libro de texto, que es una excelente guía, y que en teoría se basa en los planes de la SEP.*

### **1.6 Tecnologías de información y educación**

El entrevistado comenta referente a las Tics:

*Lo que si te puedo decir en lo referente al uso de las tecnologías de información en la enseñanza de las matemáticas en secundaria, es que se recomienda el uso de calculadoras como una ayuda en la realización de algunas operaciones aritméticas, y así llegar más rápidamente al resultado.*

difícil, a decir verdad no he leído a profundidad la nueva reforma, lo que si te puedo decir en lo referente al uso de las tecnologías de información en la enseñanza de las matemáticas en secundaria, es que se recomienda el uso de calculadoras como una ayuda en la realización de algunas operaciones aritméticas, y así llegar más rápidamente al resultado.

No me opongo al uso de las tecnologías para mejorar el aprendizaje de los alumnos, yo creo que definitivamente tienen un gran potencial, pero desafortunadamente en este país hay muchos problemas, primero de acceso a una computadora, luego acceso a internet y finalmente, encontrar un sitio que permita al estudiante lograr un verdadero aprendizaje significativo.

**Gustavo:** Entonces, ¿Cree usted conveniente que se incluya el uso de las TIC en los planes y programas de estudio en las futuras reformas educativas del área de matemáticas?

**Maestro:** Definitivo, yo considero muy necesario que se incluyan y se promuevan explícitamente el uso las tecnologías de información de una manera curricular dentro de los planes y programas de estudio, ya que no podemos quedar rezagados ante la revolución tecnológica que vivimos a diario, y que afecta todas las

*No me opongo al uso de las tecnologías para mejorar el aprendizaje de los alumnos, yo creo que definitivamente tienen un gran potencial, pero desafortunadamente en este país hay mucho problemas, primero de acceso a una computadora, luego acceso a internet y finalmente, encontrar un sitio que permita al estudiante lograr un verdadero aprendizaje significativo.*

Además el entrevistado agrega que:

*Definitivo, yo considero muy necesario que se incluyan y se promuevan explícitamente el uso las tecnologías de información de una manera curricular dentro de los planes y programas de estudio, ya que no podemos quedar rezagados ante la revolución tecnológica que vivimos a diario, y que afecta todas las aéreas de nuestra vida.*

*Supongo que países tan avanzados como Japón y China, consideran este tipo de tecnologías muy importantes para la adquisición de conocimientos y aprendizajes de punta, que le permiten a las grandes corporaciones tener el control de los avances tecnológicos en sus propias manos.*

*Y mira si todo esto lo trasladamos a nuestra vida diaria, vemos que los jóvenes ahora tienen un dominio de*

áreas de nuestra vida.

Supongo que países tan avanzados como Japón y China, consideran este tipo de tecnologías muy importantes para la adquisición de conocimientos y aprendizajes de punta, que le permiten a las grandes corporaciones tener el control de los avances tecnológicos en sus propias manos.

Y mira si todo esto lo trasladamos a nuestra vida diaria, vemos que los jóvenes ahora tienen un dominio de las tecnologías que lo han adquirido fuera de la escuela, en lo que muchos llaman educación no formal y no considero que sea malo, sino lo que en verdad esta mal, es que, la escuela no aproveche estas nuevas habilidades que tienen los alumnos para trabajar con la información, y que seguramente les pudiera ayudar a construir un nuevo conocimiento.

**Gustavo:** Ya veo que esta bien informado de la importancia de las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas, pero dígame, ¿Qué tipo de capacitación ha recibido para la enseñanza de las matemáticas con tecnologías?

**Maestro:** Nos han impartido muchos cursos de capacitación, que involucran el uso de tecnologías de información, pero creo que nunca han podido integrar dentro de algún curso las Tics y las matemáticas,

*las tecnologías que lo han adquirido fuera de la escuela, en lo que muchos llaman educación no formal y no considero que sea malo, sino lo que en verdad esta mal, es que, la escuela no aproveche estas nuevas habilidades que tienen los alumnos para trabajar con la información, y que seguramente les pudiera ayudar a construir un nuevo conocimiento.*

Continúa el entrevistado dando sus opiniones sobre las Tics:

*Nos han impartido muchos cursos de capacitación, que involucran el uso de tecnologías de información, pero creo que nunca han podido integrar dentro de algún curso las Tics y las matemáticas, que nos sea útil para la enseñanza matemática.*

*Recuerdo que una vez, en un curso de capacitación, nos enseñaron a utilizar la hoja de cálculo de Excel, con el objetivo de que transmiéramos esos conocimientos a nuestros alumnos, y así, ellos pudieran resolver las operaciones aritméticas propuestas en la clase.*

Habla del interés de los estudiantes por las Tics:

*Pues fíjate que sí, ya que los estudiantes se interesaron mucho*

que nos sea útil para la enseñanza matemática.

Recuerdo que una vez, en un curso de capacitación, nos enseñaron a utilizar la hoja de cálculo de Excel, con el objetivo de que transmiéramos esos conocimientos a nuestros alumnos, y así, ellos pudieran resolver las operaciones aritméticas propuestas en la clase.

**Gustavo:** ¿Y funcionó?

**Maestro:** Pues fíjate que si, ya que los estudiantes se interesaron mucho cuando vieron las gráficas con todos sus colores y los encabezados, les fascinaron, y no fue solamente una serie de números sin sentido dentro una hoja de papel como tradicionalmente se hace.

**Gustavo:** y dígame profesor, ¿Cómo planifica o prepara sus clases?

**Maestro:** Bueno, al inicio del ciclo escolar, entregamos un plan de actividades de cada periodo, y en base a ello, nos vamos guiando periodo a periodo hasta el final del ciclo. Y luego mes a mes vamos entregando una planificación semanal de lo

*cuando vieron las gráficas con todos sus colores y los encabezados, les fascinaron, y no fue solamente una serie de números sin sentido dentro una hoja de papel como tradicionalmente se hace.*

## 2. DIDÁCTICAS EN EL AULA

Subcategorías:

*(preparación de clase, participación y motivación, materiales, Tics y recursos digitales)*

### 2.1 Preparación y estructura de clase

El entrevistado comentó que:

*Al inicio del ciclo escolar, entregamos un plan de actividades de cada*

que se va cubriendo del programa en el mes. Recuerdo que antiguamente no era así, cada uno de los profesores seguía su propio plan de actividades hasta el final del ciclo, pero ahora la SEP nos exige que trabajemos de esa forma. Yo creo que eso ha sido bueno por que permite homologar lo contenidos de cada materia con todos los demás profesores.

**Gustavo:** ¿Qué estructura tiene su clase?, ¿Cómo la inicia y desarrolla?

**Maestro:** Llevo más de veinticinco años en esto, y en todo este tiempo creo que la forma de estructurar mis clases ha evolucionado, antes ponía mucha atención en los contenidos, en que todo fuera lo más formal, pero ahora me intereso más por lo que el alumno ya sabe, y a partir de allí, continuo con los temas que están en el programa y plan de estudios.

**Gustavo:** ¿Cómo motivas a tus alumnos para que participen en clase?

**Maestro:** Bueno, eso no es una tarea fácil, y se necesita mucha experiencia para poder motivar a los alumnos a que participen, yo creo que esto esta muy

*periodo, y en base a ello, nos vamos guiando periodo a periodo hasta el final del ciclo. Y luego mes a mes vamos entregando una planificación semanal de lo que se va cubriendo del programa en el mes. Recuerdo que antiguamente no era así, cada uno de los profesores seguía su propio plan de actividades hasta el final del ciclo, pero ahora la SEP nos exige que trabajemos de esa forma. Yo creo que eso ha sido bueno por que permite homologar lo contenidos de cada materia con todos los demás profesores.*

*Y Agrega: Llevo más de veinticinco años en esto, y en todo este tiempo creo que la forma de estructurar mis clases ha evolucionado, antes ponía mucha atención en los contenidos, en que todo fuera lo más formal, pero ahora me intereso más por lo que el alumno ya sabe, y a partir de allí, continuo con los temas que están en el programa y plan de estudios.*

## 2.2 Participación y motivación

*El entrevistado señaló en lo referente a la participación y motivación, que:*

*No es una tarea fácil, y se necesita mucha experiencia para poder motivar a los alumnos a que participen, yo creo que esto esta muy relacionado con el interés que ellos*



relacionado con el interés que ellos llegan a tener, ya que si están interesados en algo, pues ellos solos se van a motivar.

Yo creo que un maestro motivado por enseñar contagia de entusiasmo a sus alumnos, así que, si me preguntas cual es la fórmula mágica para tener alumnos motivados y entusiasmados por aprender, pues yo diría que esta en el maestro.

**Gustavo:** ¿Tiene algún material didáctico especial para enseñar matemáticas?

**Maestro:** La verdad soy un maestro un poco tradicional, uso el pizarrón y los libros de texto del maestro, pero creo que el material verdaderamente especial para enseñar matemáticas es el “ingenio” que tenga cada profesor, y la habilidad para explicar los temas de forma simple y sencilla.

**Gustavo:** ¿Qué tan importante crees que sea el libro de texto? ¿Se guía usted en él?

**Maestro:** Es un material fundamental para la clase, creo que para mi es una buena referencia sin la cual tendría que hacer mucho más trabajo y preparar más ejercicios para mis alumnos.

Creo que hay muchos y muy buenos materiales para que los alumnos aprendan matemáticas, el problema es que muchos docentes no sacan todo el provecho de los libros de texto y pues, eso repercute

*llegan a tener, ya que si están interesados en algo, pues ellos solos se van a motivar.*

*Yo creo que un maestro motivado por enseñar contagia de entusiasmo a sus alumnos, así que, si me preguntas cual es la fórmula mágica para tener alumnos motivados y entusiasmados por aprender, pues yo diría que esta en el maestro.*

### 2.3 Materiales didácticos

El entrevistado expresa su opinión acerca de los materiales para la enseñanza de matemáticas:

*La verdad soy un maestro un poco tradicional, uso el pizarrón y los libros de texto del maestro, pero creo que el material verdaderamente especial para enseñar matemáticas es el “ingenio” que tenga cada profesor, y la habilidad para explicar los temas de forma simple y sencilla.*

El entrevistado da su opinión acerca de los libros de texto:

*Es un material fundamental para la*

directamente en el aprovechamiento de los alumnos.

**Gustavo:** ¿Cómo percibe el uso de las tecnologías de información en los alumnos?

**Maestro:** Es verdaderamente increíble como estas nuevas generaciones de alumnos conocen todo lo referente a las tecnologías de información. Facebook, Twitter, MySpace, etc. Son solo algunos ejemplos que he visto que usan para comunicarse entre ellos. Y buscan cualquier instante para conectarse y estar en línea con sus amigos.

Son los llamados nativos digitales, que usan las tecnologías con gran facilidad.

**Gustavo:** ¿Utiliza la computadora u otros medios electrónicos durante tus clases?

**Maestro:** La verdad es que no, aunque aquí en la secundaria tenemos un centro de cómputo, al menos en mi materia no lo utilizamos frecuentemente para la clase de matemáticas, sin embargo, los muchachos si lo utilizan en otras materias como el taller de computación y diseño.

*clase, creo que para mi es una buena referencia sin la cual tendría que hacer mucho más trabajo y preparar más ejercicios para mis alumnos.*

*Creo que hay muchos y muy buenos materiales para que los alumnos aprendan matemáticas, el problema es que muchos docentes no sacan todo el provecho de los libros de texto y pues, eso repercute directamente en el aprovechamiento de los alumnos.*

## 2.4 Tics y entornos digitales

El entrevistado comentó acerca de las tecnologías y los alumnos:

*Es verdaderamente increíble como estas nuevas generaciones de alumnos conocen todo lo referente a las tecnologías de información. Facebook, Twitter, MySpace, etc. Son solo algunos ejemplos que he visto que usan para comunicarse entre ellos. Y buscan cualquier instante para conectarse y estar en línea con sus amigos.*

*Son los llamados nativos digitales, que usan las tecnologías con gran facilidad.*

También se expresa en relación a la computadora y otros medios

Ahora bien, a otros medios electrónicos, si utilizamos la calculadora con las funciones aritméticas básicas, para comprobar los resultados de todas las operaciones que mis estudiantes hacen, como la raíz cuadrada, los exponentes, las funciones senoidales y los porcentaje, etc.

**Gustavo:** ¿Para realizar sus actividades docentes aquí en la secundaria, utiliza regularmente la computadora?

**Maestro:** Bueno, puedo decirte con toda honestidad que dentro del salón de clases no la utilizo. Si las prácticas con la computadora no están bien estructuradas, pueden llegar a ser un distractor, que lejos de contribuir con el aprendizaje serán de un mar de confusiones para todos estudiantes.

Utilizo la computadora para hacer las listas de alumnos, los programas y planes de estudio, los informes a la SEP, y para calcular los promedios.

**Gustavo:** ¿Cree que si tuviera un entorno para enseñar matemáticas donde el alumno pudiera trabajar tanto dentro o fuera de la escuela, ¿la utilizaría con los alumnos?

electrónicos:

*La verdad es que no, aunque aquí en la secundaria tenemos un centro de cómputo, al menos en mi materia no lo utilizamos frecuentemente para la clase de matemáticas, sin embargo, los muchachos si lo utilizan en otras materias como el taller de computación y diseño.*

*Ahora bien, a otros medios electrónicos, si utilizamos la calculadora con las funciones aritméticas básicas, para comprobar los resultados de todas las operaciones que mis estudiantes hacen, como la raíz cuadrada, los exponentes, las funciones senoidales y los porcentajes, etc.*

El maestro manifiesta que no es indispensable el uso de la computadora en es clase:

*Bueno, puedo decirte con toda honestidad que dentro del salón de clases no la utilizo. Si las prácticas con la computadora no están bien estructuradas, pueden llegar a ser un distractor, que lejos de contribuir con el aprendizaje serán de un mar de confusiones para todos estudiantes.*

*Utilizo la computadora para hacer las listas de alumnos, los programas y planes de estudio, los informes a la*

<p><b>Maestro:</b> Tendría primero que ser un experto en ese entorno, para que lo utilizará con mis alumnos. Pero si efectivamente ese entorno contribuyera al aprendizaje de las matemáticas, yo creo que valdría la pena probar con estas tecnologías de información.</p> <p><b>Gustavo:</b> ¿Qué importancia tienen para usted los conocimientos previos de los alumnos?</p> <p><b>Maestro:</b> Siempre al inicio del ciclo escolar aplicamos una evaluación diagnóstica para saber como andan mis alumnos; yo siempre les digo que esta evaluación no tendrá calificación y que solo será una exploración de sus conocimientos que ya</p>	<p><i>SEP, y para calcular los promedios.</i></p> <p>También se expresa en relación al uso de un entorno de aprendizaje:</p> <p><i>Tendría primero que ser un experto en ese entorno, para que lo utilice con mis alumnos. Pero si efectivamente ese entorno contribuyera al aprendizaje de las matemáticas, yo creo que valdría la pena probar con estas tecnologías de información.</i></p> <p><b>3. EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE</b></p> <p>Subcategorías: (conocimientos previos, aprendizaje significativo, evaluaciones, competencias)</p> <p><b>3.1 Conocimientos previos</b></p> <p>El entrevistado afirma que los conocimientos previos activan el verdadero aprendizaje, en sus propias palabras:</p> <p><i>Siempre al inicio del ciclo escolar aplicamos una evaluación diagnóstica para saber como andan mis alumnos; yo siempre les digo que</i></p>
---	---

poseen.

Hace tiempo leí algo del aprendizaje significativo, y esta teoría se fundamenta en los conocimientos previos; a partir de los cuales comienza el verdadero aprendizaje.

**Gustavo:** ¿Qué conocimientos previos necesitan poseer los alumnos antes de comenzar aprender álgebra?

**Maestro:** Pues yo considero que las bases del álgebra, son las operaciones aritméticas básicas con los números naturales, si los alumnos las manejan adecuadamente no tendrán grandes problemas para iniciar con los principios fundamentales del álgebra

**Gustavo:** ¿Cómo te das cuenta que los alumnos realmente están aprendiendo matemáticas?

**Maestro:** Bueno, cuando participan, hacen sus tareas y tienen dudas, si los miras con ojos saltones y no hablan, casi estoy seguro que no han aprendido nada y tú

*esta evaluación no tendrá calificación y que solo será una exploración de sus conocimientos que ya poseen.*

*Hace tiempo leí algo del aprendizaje significativo, y esta teoría se fundamenta en los conocimientos previos; a partir de los cuales comienza el verdadero aprendizaje.*

*Y agrega: Pues yo considero que las bases del álgebra, son las operaciones aritméticas básicas con los números naturales, si los alumnos las manejan adecuadamente no tendrán grandes problemas para iniciar con los principios fundamentales del álgebra*

### **3.2 Aprendizaje**

El entrevistado expresa su sentido en relación con el aprendizaje, menciona:

*Bueno, cuando participan, hacen sus tareas y tienen dudas, si los miras con ojos saltones y no hablan, casi estoy seguro que no han aprendido nada y tú solo estas hablando al aire.*

solo estas hablando al aire.

**Gustavo:** Si observarás que los alumnos no están aprendiendo ¿Qué modificarías de tu clase para que ellos mejoren su aprendizaje?

**Maestro:** Bueno eso si me preocuparía, ya que en cierto sentido mi trabajo no esta dando frutos, lo que me gusta hacer es que los alumnos me sugieran algunos temas relacionados claro con la clase para que entre todos discutamos sus inquietudes, creo que debe existir cierta comunicación entre alumnos y profesores, creo aun más hasta cierto nivel de confianza, para que los alumnos se sinceren contigo y tu puedas saber si están o no aprendido lo que tu estas enseñando, definitivamente no es una tarea fácil el ser maestro, y la relación con los alumnos a veces es muy complicada, creo que este tipo de factores influye definitivamente en la relación maestro-alumno, y la que cambiaria en concreto seria la comunicación entre las partes.

El maestro considera que:

*Ya que en cierto sentido mi trabajo no esta dando frutos, lo que me gusta hacer es que los alumnos me sugieran algunos temas relacionados claro con la clase para que entre todos discutamos sus inquietudes, creo que debe existir cierta comunicación entre alumnos y profesores, creo aun más hasta cierto nivel de confianza, para que los alumnos se sinceren contigo y tu puedas saber si están o no aprendido lo que tu estas enseñando, definitivamente no es una tarea fácil el ser maestro, y la relación con los alumnos a veces es muy complicada, creo que este tipo de factores influye definitivamente en la relación maestro-alumno, y la que cambiaria en concreto seria la comunicación entre las partes.*

### 3.3 Evaluación y nivelación

En relación con las evaluaciones el maestro comentó:

*Pues las evaluaciones de rigor son las que realizamos cada periodo, que aproximadamente son cada dos meses en promedio, claro que con las tareas, participaciones y el cuaderno, los estamos evaluando constantemente durante todo el*

**Gustavo:** ¿Que tan frecuente evalúa el aprendizaje de sus alumnos?

**Maestro:** Pues las evaluaciones de rigor son las que realizamos cada periodo, que aproximadamente son cada dos meses en promedio, claro que con las tareas, participaciones y el cuaderno, los estamos evaluando constantemente durante todo el tiempo.

**Gustavo:** ¿Como evalúa a los alumnos que faltan a tu clase y se atrasan?

**Maestro:** Lo primero que les pido a aquellos alumnos que se atrasan por faltas, es que se pongan al corriente con las clases que no han asistido, su cuaderno es para mí lo más importante, así que es lo primero que les pido, que tengan el cuaderno al día con los apuntes que les he dado.

**Gustavo:** ¿Cómo podría el docente evaluar aprendizaje sin realizar un

tiempo.

Y el maestro comentó el procedimiento que realiza para evaluar los alumnos atrasados:

*Lo primero que les pido a aquellos alumnos que se atrasan por faltas, es que se pongan al corriente con las clases que no han asistido, su cuaderno es para mi lo más importante, así que es lo primero que les pido, que tengan el cuaderno al día con los apuntes que les he dado.*

El entrevistado explica las formas de evaluar a los alumnos sin examen:

*Hay muchas formas, observando directamente como participan, es una de ellas, otra podría ser, dejando trabajos de investigación y exposición de un tema por equipos.*

examen?

**Maestro:** Hay muchas formas, observando directamente como participan, es una de ellas, otra podría ser, dejando trabajos de investigación y exposición de un tema por equipos.

**Gustavo:** ¿Qué hace para “nivelar” los conocimientos de los alumnos antes de comenzar los nuevos temas de matemáticas?

**Maestro:** La primera semana de clases, damos un repaso de todo lo visto en el ciclo escolar previo, dando a los alumnos la libertad de que expresen todas sus dudas e inquietudes referentes a los temas ya vistos. Me gusta realizar dinámicas con mis alumnos, donde en pequeños grupos discutan e intercambien las principales ideas de los conceptos de matemáticas que supuestamente dominan.

**Gustavo:** Le agradezco mucho su tiempo, y por la oportunidad de realizar esta entrevista con usted, para mi investigación educativa. Muchas gracias.

Agrega la forma de nivelar los conocimientos de los alumnos

*La primera semana de clases, damos un repaso de todo lo visto en el ciclo escolar previo, dando a los alumnos la libertad de que expresen todas sus dudas e inquietudes referentes a los temas ya vistos. Me gusta realizar dinámicas con mis alumnos, donde en pequeños grupos discutan e intercambien las principales ideas de los conceptos de matemáticas que supuestamente dominan.*



**Maestro:** No hay ningún problema, y disculpa por lo rápido que la hicimos, pero ya sabes que lo que nos falta es tiempo aquí en la escuela.

CATEGORIAS Y SUBCATEGORIAS		Páginas
<b>1. VOCACIÓN DE PROFESOR</b>		2
1.1	Influencia familiar	2
1.2	Trayectoria Académica	3
1.3	Experiencia y vocación	4
1.4	Reformas educativas	5
1.5	Planes y programas de estudio	6
1.6	Tecnologías de información y educación	7
<b>2. DIDÁCTICAS EN EL AULA</b>		9
2.1	Preparación y estructura de clase	9
2.2	Participación y motivación	10
2.3	Materiales didácticos	11
2.4	Tics y entorno digitales	11
<b>3. EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE</b>		13
3.1	Conocimientos previos	13
3.2	Aprendizaje	14
3.3	Evaluación y nivelación	15

## Resumen de la entrevista 1

El maestro Servando Moreno Torres es docente de la Escuela Secundaria Diurna No. 307, ha trabajado en el campo de la educación matemática por más de veinticinco años como profesor de tiempo completo. Realizó estudios en la Escuela Normal Superior.

En la entrevista se identifican tres categorías: **VOCACIÓN DE PROFESOR, DIDÁCTICAS EN EL AULA, y EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE.**

En la primera categoría, **VOCACIÓN DE PROFESOR** el entrevistado da sentido a la: Influencia familiar que tuvo de su padre y de su tío, para convertirse en docente. Nos habló de su **Trayectoria académica**; estudió para ser maestro en la Escuela Normal Superior, especializándose en el área de matemáticas. Su **Experiencia y vocación** de veintiséis años, le han permitido sentirse realizado y tener amor por su profesión. Ha vivido muchas **Reformas educativas que** no considera tan malas, más aun si necesarias, sin estar de acuerdo con la imposición de las mismas. En lo referente a los **Planes y programas de estudio**, hace una crítica de ellos, quejándose de falta de claridad y de estructura en los mismos. Incluye un comentario referente a las **Tecnologías de información y educación**, considerándolas necesarias, siempre y cuando, haya disponibilidad de uso, capacitación y actualización.

De igual forma, la segunda categoría, **DIDÁCTICAS EN EL AULA** nos explica como realiza la **Preparación y estructura de clase**, durante todo el ciclo escolar, y como es que ha evolucionado en la forma de preparar su clase. Da énfasis en la **Participación y motivación de los alumnos** dentro del aula, como una forma de

lograr más y mejores aprendizajes. También expresa su opinión de los **Materiales didácticos** utilizados en la enseñanza de las matemáticas, siendo el ingenio del profesor el principal. También se toca el tema de **Tics y entornos digitales**, como las herramientas de sociabilidad y aprendizaje, que utilizan los alumnos ya nacidos como nativos digitales.

En forma similar, en la tercera categoría **EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE**, el entrevistado hace énfasis en los **Conocimientos previos** de los alumnos, como una forma de activar el verdadero conocimiento de los alumnos, logrando un aprendizaje significativo. El maestro considera que el **Aprendizaje** se puede lograr de forma colaborativa y participativa, dejando que los alumnos hagan sugerencias y expresen sus dudas. Finalmente, el maestro considera que la **Evaluación y nivelación** de los alumnos debe ser constante durante todo el ciclo escolar, y no solo evaluar con exámenes, sino también con participaciones, investigaciones y exposiciones e equipos.

## Anexo 6

### *Comentarios al final de cada sesión con Algebrática.*

Se eligieron al azar cinco alumnos de grupo experimental para anotar sus experiencias después de cada sesión con *Algebrática*, este en un reporte de estos comentarios que fueron transcritos. Solo se utiliza el primer nombre del alumno, por cuestiones de confidencialidad solicitada por el director del plantel. La pregunta que se les pide contestar al final de cada sesión fue:

“Que te pareció trabajar esta sesión con este nuevo ambiente virtual de aprendizaje llamado *Algebrática*”

#### Primer Sesión

Raúl	Pedro	Iván	Lily	Rosa
No conocía algo así para aprender álgebra.	Me pareció interesante y se ve que es fácil de usar.	Me gusta la computación y creo que me va ser útil.	No entendí mucho pero me gusto.	Creo que es fácil de usar y lo podré consultar desde casa.

#### Segunda Sesión

Raúl	Pedro	Iván	Lily	Rosa
Ya me di de alta en el sistema y creo que ya le agarre más la onda.	Creo que ya lo domino, pero aun no utilizo todos los módulos.	Escogí un avatar para personar mi perfil pero creo que le hacen falta más imágenes actuales.	Creo que ya entiendo cómo funciona, pues me he metido varias veces y ahora es más fácil para mi.	Lo he usado en la escuela con el profesor y también en casa y no hay diferencia.

#### Tercer Sesión

Raúl	Pedro	Iván	Lily	Rosa
Me gusta que este orientado a resolver problemas, aunque no son muy complicados.	He estado revisando todos los módulos desde casa y creo que los ejercicios propuestos están bien pero falta más variedad.	El álgebra siempre me cuesta trabajo, voy a ver si con este sistema aprendo más.	Me gustan las animaciones que explican los problemas, se me hicieron agradables.	Creo que es fácil de usar y lo podré consultar desde casa.

### Cuarta Sesión

Raúl	Pedro	Iván	Lily	Rosa
Las gráficas y las calculadoras algebraicas me son muy útiles para comprobar mis resultados.	Creo que todos los módulos tienen diferentes niveles de dificultad, eso me ayuda a seguir poco a poco.	La verdad, he aprendido algunas cosas y otras ya la sabia.	Creo que es otra forma de aprender, diferente a como lo vemos con el maestro en el salón de clases.	He descubierto que puedo repetir los ejercicios muchas veces porque no guardan mis errores ni me califican.

### Quinta Sesión

Raúl	Pedro	Iván	Lily	Rosa
Creo que está bien este ambiente virtual de aprendizaje, pero lo uso mejor fuera de la escuela.	Voy a trabajar los módulos que más me interesan como las gráficas y la solución de ecuaciones de segundo grado.	Repase cosas básicas que no había entendido muy bien, ahora voy a estudiar no que no sé del álgebra.	Puedo comparar lo que he visto en clase con lo que Algebraica me ofrece y aprender de esta forma.	Es un apoyo para mi materia de matemáticas, y en específicos para repasar cosas de álgebra

## Referencias Bibliográficas

- Adell, J. (2006): La competencia digital, Centro de Educación y Nuevas Tecnologías Universitat Jaume I.*
- Alonso, J. (2005) Tecnologías de la información y de la comunicación, AlfaOmega grupo editor*
- Ausubel, D. (1983) Psicología Educativa, un punto de vista cognoscitivo, Ed. Trillas 2ª. Edición . México.*
- Bressan, A., Zolkower B. y Gallego M. (2004) La educación matemática realista. Principios en los que se sustenta. Escuela de invierno en Didáctica de la matemática, Agosto 2004.*
- Burgos J. y Lozano, A. (2012) Tecnología Educativa y Redes de Aprendizaje de Colaboración, Retos y Realidades de innovación en el ambiente educativo, Ed. Trillas, México.*
- Butto, C. (2005) Introducción temprana al pensamiento algebraico: una experiencia en la escuela primaria. Tesis CINVESTAV-IPN, DME. México.*
- Cebrián, M. (2005) Tecnología de la información y la comunicación para la formación de Docentes. Editorial Ediciones Pirámide. Madrid, España.*
- Crovi, D. (2006), Educar en la era de las Redes: una mirada desde la Comunicación, México UNAM Facultad de Ciencias Políticas y Sociales*
- Crovi, D. (2009), Acceso, Uso y Apropiación de las TIC en Comunidades Académicas, Diagnóstico en la UNAM, Ed. Plaza Valdes, México D.F.*
- Cuevas, C. y Pluinage (2009) Calculo y Tecnología, DME-Cinvestav-IPN & IREM de Strasbourg México – Francia.*

- Cuevas, C. y Pluinage (2010) *Modelo Didáctico Cuevas-Pluinage*, en: González O. *Escenarios Didácticos Virtuales Interactivos (EDVI) y el sistema CalcVisual*. Tesis CINVESTAV-IPN, DME. México.
- Díaz-Barriga, F. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. una interpretación constructivista* (2a. ed.). México: McGraw Hill.
- Drijvers, P. (2003), *Learning Algebra in a Computer Algebra Environment, Design Research on Understanding Concept of Parameter*, Freudenthal Institute – Utrecht University.
- Filloy, E. (1999), *Aspectos teóricos del Álgebra Educativa*, por Grupo Editorial Iberoamericana, México D.F.
- Filloy, E. (2003), *Matemática Educativa, Aspectos de la Investigación Actual*, CINVESTAV y Fondo de Cultura Económica, México D.F.
- Filloy, E., Puig, L. y Rojano T. (2008), *El Estudio Teórico Local del Desarrollo de Competencias Algebraicas*, en *Enseñanza de las Ciencias*, 2008 26(3), 327-342.
- Freudenthal, H. (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, en Puig, L. publicada en *Fenomenología didáctica de las matemáticas, textos seleccionados CINVESTAV*, México.
- Freudenthal, H. (1991), *Revisiting mathematics education. China Lectures* Dordrecht, Netherlands: Reidel.
- Freudenthal, H (1986), *Enseñanza de las matemáticas modernas o enseñanza moderna de las matemáticas*, en: Hernández J. *La enseñanza de las matemáticas modernas*, J. Piaget G. Choquet Dieudonné R. Thom y otros.
- Galo, J. y Madrigal J. (2009) *El Proyecto Descartes: 10 años innovando con TIC*, XIV JAEM Girona. Madrid España.
- González O. (2010), *Escenarios didácticos virtuales interactivos (EDVI) y el sistema CalcVisual soportados en un diseño didáctico como apoyo para el aprendizaje de un curso de cálculo diferencial*. Tesis de CINVESVA-MDE.

- Gravemeijer, K. (2000) *Emergent Modelig as the Basis for an Instructional Sequence on Data Analisis*. ICITS6. [www.fi.uu.nl](http://www.fi.uu.nl)
- Gutiérrez, A. (2005) *PHP5, A través de Ejemplos*. AlfaOmega Grupo Editor, México.
- Gutiérrez, A. y Boero P. (2006), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. Sense Publishers
- Hijar, A. (2010), *Diccionario Filosófico*. Ed. Limusa, México.
- Hernández, G. (2008), *Paradigmas en psicología de la educación*, editorial Paidós Educador.
- Hernández J. (1986) *La enseñanza de las matemáticas modernas*, J. Piaget G. Choquet Dieudonné R. Thom y otros. Editorial Alianza, Madrid.
- Hernández, R., (2010) *Concepción o elección del diseño de investigación en Metodología de la investigación*, 5ª edición editorial Mc Graw Hill. Perú.
- Johnson, D. y Johnson, F. (1999). *Learning Together and Alone: Cooperative, Competitive, and Individualistic Learning*. Needham Heights, MA:Allyn & Bacon.
- Jonassen, D. (1999) *Designing Constructivist Learning Environments*. In C.M. Reigeluth (Ed.), *Instructional design theories and models: A new paradigm of instructional theory (Vol. II)* (pp. 215–239). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C. (2003) *The Transition from Arithmetic to Algebra: A model for conceptualizing school algebra and the role of computer technology in supporting the development of algebraic thinking*. En Filloy E. *Matemática Educativa, Aspecto de la investigación actual*.
- Kodali, S. (1998) *Instructional strategies used to design and deliver course online*, College of Education, Texas A&M University College Station En: Burgos J. y Lozano A. *Tecnología Educativa y Redes de Aprendizaje de Colaboración*



- Macnab, D., y Cummine, J. (1992) *La Enseñanza de las Matemáticas de 11 a 16 Un Enfoque Centrado en la Dificultad*. Editorial Aprendizaje Visor Madrid, España.
- Maldonado G. (2010) *Análisis estadísticos de prueba en “Aprendizaje significativo de los números enteros negativos con énfasis en los números negativos”*. Tesina UPN- Ajusco Clasificación: 27352. México D.F.
- McGreal, R. (1999) *Integrated online learning environments*, In *Proceedings of 1999, Chesapeake, V.A., AACE, 1999*. En Burgos J. y Lozano A. *Tecnología educativa y redes de aprendizaje de colaboración*.
- Merrill M.D. (1994) *Instructional Design Theory*, Englewood Cliff, N.J. Educational Technology Publications. En: Burgos J. y Lozano A. *Tecnología educativa y redes de aprendizaje de colaboración*.
- Merrill, M. D. (2002) *First Principles of Instruction*. In M. W. Allen (Ed.), *Michael Allen's 2002 e-Learning Annual (Vol. 1, pp. 141-167)*: Wiley Pfeiffer.
- Pavón, J. (2008) *Creación de un portal con PHP y MySQL*. Grupo Editorial Alfaomega, México D.F.
- Peñalosa E. y Castañeda S. (2008) “*Generación del conocimiento en la educación en línea*” en *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. RMIE, Enero-Marzo 2008, Vol. 13. Núm. 36 pp. 249-281
- Puig, L. (2003) *Signos, textos y sistemas matemáticos de signos*. En Filloy, E. (ed). *Matemática Educativa: aspectos de la investigación actual*, Fondo de Cultura Económica.
- Schildt H. (2005) *Java 2: Manual de Referencia*, Ed. Osborne McGraw-Hill
- SEP (2011) *Planes y Programas de Estudio 2011, Educación Básica Secundaria Matemáticas*.
- Silva, M. (2005), *Educación Interactiva, Enseñanza y Aprendizaje Presencial y Online*, Ed. Gedisa, Barcelona, España.

- Stephenson (2000) *Snow Crash*, Editorial Gigamesh, ISBN: 84-930-6635-4
- Rojano, M. (2006), *Enseñanza de las Física y la Matemáticas con Tecnologías: Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula*. CINVESTAV- SEP. México D.F.
- Tanenbaum, A. (1991) *Redes de Ordenadores*, 2ª. Edición, Prentice Hall.
- Ursini S, y Trigueros M. (1997) "Understanding of different uses of variable: A study with starting college students", en *Proceedings of the XXI PME Conference, Lahti, Finlandia*.
- Ursini, S. (2008), *Enseñanza del Álgebra Elemental, una propuesta alternativa*. Ed. Trillas y ANPM, México D.F.
- Zepeda, S. (2010), *Ambiente computacional de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de la matemática: caso introducción de la integral de Riemann*. Tesis CINVESTAV-IPN, DME. México.